スピニアップおよびスピンドウン過程における円筒容器内の渦崩壊の 数値シミュレーション*

小出輝明^{*1}, 藤村和幸^{*2}, 児山秀晴^{*3}

Numerical Study on Vortex Breakdown in a Cylindrical Container for the Cases of Spin-Up from and Spin-Down to Rest of an Endwall Disk

Teruaki KOIDE^{*4}, Kazuyuki FUJIMURA and Hideharu KOYAMA

^{*4} Tokyo Metropolitan College of Technology, Department of Mechanical Engineering,
1-10-40 Higashi-Ohi, Shinagawa-ku, Tokyo, 140-0011 Japan

Numerical study is performed on the vortex breakdown within a cylindrical container for the cases of spin-up from and spin-down to rest of an endwall disk. This flow problem is characterized by two non-dimensional physical parameters, i.e., the Reynolds number $Re = \Omega R^2 / \nu$ and the container aspect ratio H/R , here Ω , R , H and ν denote the angular frequency of the rotating endwall disk, the radius and height of the container, and the kinematic viscosity of the working fluid, respectively. In the present numerical investigation, the axisymmetry of the flow is assumed and the governing equations are solved by a finite difference method for the cases of $H/R = 2.00, 2.25$ and 2.50 , and $Re = 1.97 \times 10^3 \sim 2.46 \times 10^3$. Numerical results are discussed by comparing with flow visualizations. The appearance of oscillating vortex breakdown(s) and the damping to a steady state in the spin-up process and also the disappearance of vortex breakdown(s) and the appearance of a secondary recirculating zone in the spin-down process are demonstrated. Necessary condition for the appearance of the vortex breakdown suggested by Brown and Lopez is confirmed to extend for the spin-up process.

Key Words: Vortex Breakdown, Spin-Up, Spin-Down, Swirling Flow, Computational Fluid Dynamics

1. 緒 言

渦崩壊は, Pecham-Atkinson¹⁾ によって迎え角をもつデルタ翼前縁から生じる先端渦の中で初めて観測され, この渦崩壊が, デルタ翼の揚力特性や操縦安定性に重要な影響を与えることが明らかになった. Lugt²⁾ が円管内のオリフィス下流で渦崩壊を観測し, Harvey³⁾ が管内旋回流中に生じる軸対称な渦崩壊について観察し, Sarpkaya⁴⁾ が可視化実験から渦崩壊を軸対称バブル形, 非軸対称スパイラル形および二重ヘリカル形の3種類に分類した.

渦崩壊はさまざまな異なる条件下で発生し, その流動機構も非常に複雑である. そのため, 渦崩壊の本質的な発生原因ならびに崩壊渦のよどみ点下流での大きな乱れを伴う非定常流や崩壊渦の形成あるいは崩壊渦後方の不安定流れへの遷移などの機構には不明な点が多い. これまでに試みられているさまざまな理論的な取扱いにはそれぞれ一長一短があり, いずれもこれま

で実験観察されたすべての流動機構を明確に説明し得る決定的な理論展開までに至っていない.

片側の円板が回転する密閉円筒容器内の旋回流の中にも渦崩壊が発生することが Vogel⁵⁾ によって報告され, その後, Escudier⁶⁾ が, 詳細で広範囲な可視化実験により, 1個, 2個および3個の崩壊渦が観察される領域を回転レイノルズ数 $Re = \Omega R^2 / \nu$ と容器縦横比 H/R の二つの無次元パラメータで表した. ここで, Ω , R , H および ν はそれぞれ回転角速度, 円筒容器半径, 円筒容器高さおよび作動流体の動粘度を示す. 与えられた H/R に対して, Re がある限界値 Re_{cr} を超えると, よどみ点が容器中心軸上に現れる. このよどみ点下流では, 再循環領域が見られ, 全体的な流れの構造は, $Re < Re_{cr}$ の流れパターンとは相当に異なる. 密閉円筒容器の場合, 境界条件, 初期条件の設定が容易であることもあって, 多くの数値シミュレーションによる研究成果が報告されている^{7)~(12)}. 本論文では, 密閉円筒容器の片側の円板を瞬間的に回転させるスピニアップ過程および定常状態から回転する円板を瞬間的に停止させるスピンドウン過程における渦崩壊を研究対象として, 軸対称流を仮定した数値シミュレーションにより, 渦崩壊の発生・消滅, 減衰振動, 二次的循環流の発生機構等を定量的に明らかにすると

* 原稿受付 2000年3月9日.

^{*1} 正員, 東京都立工業高等専門学校 機械工学科(〒140-0011 東京都品川区東大井1-10-40).

^{*2} 正員, 東京電機大学大学院(〒101-8457 東京都千代田区神田綿町2-2).

^{*3} 正員, 東京電機大学大学院工学研究科.

E-mail: koide@tokyo-tmct.ac.jp

同時に、実験結果との比較検討を試みる。

これまで報告されているスピニアップ過程あるいはスピンドダウン過程における流動現象の研究の大部分は密閉円筒容器全体に関するものであり、片側の円板による渦崩壊に関するものは少ない⁽¹⁰⁾⁽¹³⁾。

Lopez⁽¹⁰⁾ は、静止している円板を瞬間的に設定レイノルズ数 Re に回転させ、定常状態に至る流れ関数の時間変化を数値計算により調べている。 Re が低い場合は、流れ関数は振動しながら一定の値に収束するが、 Re が高い場合は、流れ関数は収束することなく周期的に振動し、崩壊渦の位置もまた回転軸に沿って振動することを示した。Fujimura ら⁽¹³⁾ は、Escudier⁽⁶⁾ の可視化実験に対する追試実験を試みると同時に、片側の円板のスピニアップ過程における渦崩壊の減衰振動、スピンドダウン過程における崩壊渦の変形・消滅の過程を可視化実験により観察している。

2. 計 算 方 法

円筒座標 (r, θ, z) での Navier-Stokes の運動方程式を解くこととし、流れを軸対称と仮定して円筒容器の子午面内にあたる部分のみを計算領域とする。図 1 に計算領域および座標系を示す。

無次元量 $(r, z) = (r^*, z^*)/R, t = t^*\Omega, (u, v, w) = (u^*, v^*, w^*)/R\Omega$ および $p = p^*/\rho\Omega^2 R^2$ を導入する。 $*$ つきは次元をもつ量である。ここで (u, v, w) は (r, θ, z) に対応する速度成分を示し、 t, p, ρ はそれぞれ時間、圧力、作動流体の密度である。パラメータは Re と H/R とし、支配方程式は、以下の軸対称の Navier-Stokes の運動方程式と連続の式からなる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + w \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{v^2}{r} \\ = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{u}{r^2} \right), \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (1)$$

Fig.1 Geometry and coordinate axes of a cylindrical container

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial r} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{uv}{r} \\ = \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - \frac{v}{r^2} \right), \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial r} + w \frac{\partial w}{\partial z} \\ = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right), \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial r}(ru) + r \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

境界条件は以下のように固定壁上で滑りなし、また中心軸に関して対称流の条件とする。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial z} &= \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}, u=0, v=0, w=0 \\ (z=0, 0 \leq r \leq 1), \\ \frac{\partial p}{\partial z} &= \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}, u=0, v=r, w=0 \\ (z=H/R, 0 \leq r \leq 1), \\ \frac{\partial p}{\partial r} &= \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u}{\partial r^2}, u=0, v=0, w=0 \\ (0 \leq z \leq H/R, r=1), \\ \frac{\partial p}{\partial r} &= 0, u=0, v=0, \frac{\partial w}{\partial r}=0 \\ (0 \leq z \leq H/R, r=0). \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (5)$$

式(1)～(5)の方程式系を差分法で離散化して数値解を求めた。非定常項にCrank-Nicolson法を用い、対流項の離散化にはKawamura-Kuwaharaスキーム⁽¹⁴⁾を、粘性項に四次精度の中心差分、圧力項には二次精度の中心差分を用いた。圧力の計算ではSOR法を用いた。 $H/R=2.50$ では、格子点数を 120×500 、時間間隔を0.0008とした。格子はスタッガート格子とし、座標変換により各壁面および中心軸付近の格子を細かくした。その結果、格子間隔は0.003～0.013の範囲であった。

3. 計算結果および考察

3.1 スピニアップ過程 $H/R=2.50$ の場合に、静止円板を設定レイノルズ数 $Re=2.20 \times 10^3$ まで瞬間的に回転するスピニアップ過程における子午面内の (a)速度ベクトル、(b)流れ関数 ψ および (c)角運動量 rv の分布図を図2に、可視化写真⁽¹³⁾を図3に示す。

容器軸まわりの流れは、静止円板の回転開始から $t=137$ までは回転円板に向かうような旋回流である。その後、容器軸を含む流管が中央で膨らみ軸方向速度が減速してよどみ点が現れ、よどみ点下流に再循環領域(崩壊渦1)が形成し、崩壊渦2が崩壊渦1の下流側に形成する($t=171$)。崩壊渦1と崩壊渦2はそれぞれ独立に軸方向に振動し、それぞれのよどみ点位置の

Fig. 2 Distributions of (a) velocity vectors in the meridional plane and contour plots of (b) stream function ϕ and (c) angular momentum rv in the spin-up process. $H/R=2.50$ and $Re=2.20 \times 10^3$. Contour values for ϕ are $\phi = \pm 4.0^i \times 10^{-7}$, $i=0, 1, \dots, 8$ for negative values and $i=0, 1, \dots, 6$ for positive values, $rv = 0.0 \sim 0.20$ at intervals of 0.01

Fig. 3 Experimental flow visualizations for the case of spin-up from rest of the top endwall. $H/R=2.50$ and $Re=2.20 \times 10^3$

Fig. 4 Locations of the upstream stagnation point of the first vortex breakdown bubble in the spin-up process. $H/R=2.00, 2.25$ and 2.50 , and $Re=1.97 \times 10^3 \sim 2.46 \times 10^3$

振動はほぼ負の相関関係にある。崩壊渦2は、崩壊渦1が静止した後も微弱な振動を続けるが、粘性によって減衰し定常状態に至る。定常状態(図2, $t=3080$)における崩壊渦のよどみ点位置および大きさは、実験結果(図3, $t=3080$)とよく一致した。

スピニアップ過程における崩壊渦1の上流側よどみ点位置の時間変動に対する数値計算結果と実験結果を比較することは、計算精度および崩壊渦の軸対称性を検討するうえで意味があると思われる。 $H/R=2.00, 2.25$ および 2.50 , $Re=1.97 \times 10^3 \sim 2.46 \times 10^3$ の場合について、よどみ点位置を $h=h^*/H$ として定常状態のよどみ点位置 h_0 で除した相対よどみ点位置 h/h_0 に対する実験結果を図4に示す。そして、 $H/R=2.00$, $Re=1.97 \times 10^3$ および 2.09×10^3 の場合の数値計算結果と実験結果の比較を図5に示す。数値計算結果および実験結果とも、明らかに減衰振動を示している。 H/R を固定した場合、 Re を増加すると、よどみ点が観察されるまでの時間 t^* が短くなるが、定常状態に至るまでの時間は長くなる。また、 Re の増加とともに、崩壊渦1の上流側よどみ点の振動周期が短くなる傾向がある。上下非対称な振幅から、減衰振動が非線形性を有することは明らかである。

スピニアップ過程で振動する渦崩壊は軸対称であろうか。これまで報告されている円筒容器内の定常状態およびより高い Re で軸方向振動状態にある渦崩壊の

Fig. 5 Locations of the upstream stagnation point of the first vortex breakdown bubble in the spin-up process. $H/R=2.00$, and $Re=1.97 \times 10^3$ and 2.09×10^3

可視化実験において、渦崩壊は軸対称バブル形であり、非軸対称スパイラル形は観察されていない⁽⁶⁾⁽¹⁵⁾。その理由として Escudier⁽¹⁶⁾ は、円板が回転する密閉円筒容器の場合、管内旋回流の場合と異なり、非常に高い精度で軸対称旋回流を作ることができ、広範囲な領域で非軸対称スパイラル形はバブル形の不安定性の結果であると述べている。また、渦崩壊に至る限界レイノルズ数より若干低いレイノルズ数での渦崩壊発生近傍、および渦崩壊発生後の崩壊渦のよどみ点近傍上流にスパイラル流れが可視化観察されている。これに対して、Hourigan ら⁽¹⁷⁾ は、円筒容器軸にその軸が一致する渦崩壊発生直前の軸対称な拡大・縮小する流管の表面を移動する染料のスパイラル状の流脈線を観察し

ていると述べている。著者らも Escudier⁽¹⁶⁾ および Hourigan⁽¹⁷⁾ と同様に考えている。

スピニングアップ過程の可視化実験結果(図3)より、振動状態にある崩壊渦1はほぼ軸対称と判断できるが、崩壊渦2を軸対称振動流とする明確な結果は得られていない。しかし、崩壊渦1の軸対称性およびよどみ点位置の時間変化に対する実験結果と数値計算結果のよい一致から、スピニングアップ過程の流れを軸対称と仮定して数値シミュレーションを試みても渦崩壊現象を十分に予測すると思われる。

定常状態における渦崩壊の判別条件として、Brown-Lopez⁽¹⁸⁾ は、旋回流の中心軸近くで、上流側に対して逆向きの渦度をもつ流体部分があることが、その下流で逆流を引き起こすために必要であるとし、速度および渦度の旋回角の関係式を導いた。この関係式をスピニングアップ過程の渦崩壊の判別条件として有効かどうかの検討を試みた。 $H/R=2.50$, $Re=2.20 \times 10^3$ の場合の可視化実験では、渦崩壊が $t=171$ で現れていることが観察されている。数値計算より求めた $t=154$, 171 での、軸近傍の流れ関数 $\phi=1.0 \times 10^{-7}$ の線に沿った $\tan^{-1}(v/w) - \tan^{-1}(\eta/\xi)$ および η の軸方向分布を図6に示す。ここで、 η と ξ はそれぞれ方位角方向および軸方向の渦度である。崩壊渦1が発生していない $t=154$ と比較すると、崩壊渦1が発生している $t=171$ での上流側よどみ点近傍において、 $\tan^{-1}(v/w) - \tan^{-1}(\eta/\xi)$ の値が急に増加する領域で $\eta < 0$ となり、Brown-Lopez が提案した定常状態における渦崩壊の判別条件が、非定常状態で有効であることが明らかになった。

Fig. 6 Plots of the difference between the helix angles for the velocity and vorticity $\{\tan^{-1}(v/w) - \tan^{-1}(\eta/\xi)\}$ and azimuthal vorticity component η along stream surface of $\phi=1.0 \times 10^{-7}$ in the spin-up process. $H/R=2.50$ and $Re=2.20 \times 10^3$

3・2 スピンドダウン過程 縦横比 $H/R=2.50$ の円筒容器の上部円板を、設定レイノルズ数 $Re=2.20 \times 10^3$ から瞬間的に停止するスピンドダウン過程における容器子午面内の(a)速度ベクトル、(b)流れ関数 ϕ および(c)角運動量 rv の分布図を図7に、可視化写真⁽¹³⁾を図8に示す。

スピンドダウン後、まず小さな反時計方向の子午面内二次的循環流が上部円板の端と中心近傍にほぼ同時に発生し、円板の端より中心に向かう流れが生じ、崩壊渦2の形状を変える($t=5.1$)。その後、崩壊渦2、円板端の循環流、円板中心近傍の循環流が合体し、大きな二次的循環流領域を形成する($t=6.8$)。この二次的循環流が崩壊渦1と合体して崩壊渦が消滅する($t=17.1$)。時間の経過とともに二次的循環流が上部円板側からその領域を拡大する。循環流の容器中心軸まわりの流れが二次元的であることは特徴的である。循環流領域が下部円板まで達した後($t=51.3$)、再び下部円板中心近傍に上部円板に向かう流れが生じ、上部循環流領域を押し戻して静止状態に至る。

$H/R=2.50$, $Re=2.20 \times 10^3$ の場合のスピンドダウン過程における、よどみ点位置 h の時間変化を図9に示す。ここで、よどみ点位置とは、崩壊渦1の上流側よどみ点に対応した、容器軸上で軸方向速度が正から負に変わる位置とした。また、可視化実験から求めたスピンドダウン開始時のよどみ点位置に存在した染料の軌跡を図9にプロットした。数値計算結果と可視化実験結果は $t=50$ までよく一致するが、その後は大きく異なっている。 $t > 73.6$ の可視化実験において、旧よどみ点(染料の軌跡)前後の流れが同方向であることが目視観察されており、数値計算結果が流れをより正確に予測していると思われる。よどみ点は下部円板側に降下し、円板に到着した後、上部円板側に上昇する。上昇速度が、降下速度に比較してはるかに速く、そして、上昇距離が、降下距離に比較してはるかに長いことが明らかである。

スプーンによって回転かくはんされたティーカップ内で、旋回流の減衰とともに茶葉がカップ底中心に集積する現象は、剛体回転にあった密閉円筒容器が停止するスピンドダウン過程における容器子午面内に生じる上下一対の二次的循環流⁽¹⁹⁾によって説明できる。

定常状態において、回転円板近傍の円板中心から半径方向へ流れる旋回流($\partial v/\partial z \geq 0$)が、円板の停止に伴い、円板上の流体の方位角方向速度 v が急速に減少し、 $\partial v/\partial z < 0$ の領域が生じる。これにより、半径方向圧力こう配 $\partial p/\partial r$ 、遠心力 v^2/r 等の均衡が崩れ、円板の端から中心に向かう流れが生じる。

Fig. 7 Distributions of (a) velocity vectors in the meridional plane and contour plots of (b) stream function ϕ and (c) angular momentum rv in the spin-down process. $H/R=2.50$ and $Re=2.20 \times 10^3$. Contour values for ϕ are $\phi = \pm 4.0^i \times 10^{-7}$, $i=0, 1, \dots, 8$ for negative values and $i=0, 1, \dots, 6$ for positive values. $rv=0.0 \sim 0.20$ at intervals of 0.01

Fig. 8 Experimental flow visualizations for the case of spin-down to rest of the top endwall. $H/R=2.50$ and $Re=2.20 \times 10^3$

Fig. 9 Locations of the upstream stagnation point of the first vortex breakdown bubble in the spin-down process. $H/R=2.50$ and $Re=2.20 \times 10^3$

非圧縮性、軸対称流の方位角方向渦度 $\eta (= \partial u / \partial z - \partial w / \partial r)$ の方程式は次式ようになる。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial (u\eta)}{\partial r} + \frac{\partial (w\eta)}{\partial z} = \frac{\partial (v^2/r)}{\partial z} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 \eta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \eta}{\partial r} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial z^2} - \frac{\eta}{r^2} \right) \dots \dots (6)$$

式(6)より、 η の時間的変化 $\partial \eta / \partial t$ が、円板に直角方向の遠心力こう配 $\partial (v^2/r) / \partial z$ により生じることが理解できる。すなわち、停止円板近傍の流体の方位角方向速度の負のこう配 ($\partial v / \partial z < 0$) が、停止円板中心に向かう半径方向速度 ($u < 0$) を誘起することになり、スピンドアウン過程における二次的循環流の発生機構を説明できる。

上述の二次流れは下部の固定円板上においても同様の機構で発生すると考えられる。しかし、図7(c)の角運動量の分布図より明らかなように、角運動量の大きい円筒側壁上方の流体が子午面内循環流によって下部円板方向に対流輸送され、下部円板中心近傍での方位角方向速度が維持されるため、下部円板上での方位角方向速度のこう配 $\partial v / \partial z$ の減少は緩やかであり、円板端から中心に向かう流れの減少は少ないと思われる。上部円板および下部円板の中心より相対する円板に向かう流れが衝突するが、結果として、上部円板よりの流れが勝っている(図9, $t < 73.6$)。また、上部の二次的循環流および下部の循環流によって、スピンドアウン前に有していた角運動量が再配分され、減衰・均

一化する過程で、下部円板中心より上部円板に向かう流れが生じる。

剛体回転にある密閉円筒容器全体を停止させるスピンドアウン過程では、上下に均等に二分する一対の二次的循環流を介して静止状態に至るが、片側の回転円板のみのスピンドアウンである場合、静止状態に近づくにつれ、上部の二次的循環流領域と下部循環流領域が約2:1の割合で二分され、その境界は水平となる(図7, $t=222$)。回転円板が停止することによって生じる上部二次的循環流領域が有する総角運動量に比較して、下部循環流が有する総角運動量が多いことが、静止直前の循環領域の大きさよりわかる。スピンドアウン過程において流体がほぼ静止状態になる時間(図9, $t=300$)はスピニングアップ過程において定常状態に至る時間より短い。

Mathis-Neitzel⁽²⁰⁾は、縦横比 $H/R=18.7$ の円筒容器を用い、剛体回転から密閉円筒容器の停止へのスピンドアウン過程で円筒側壁上にTaylor-Goertler形渦が発生する臨界レイノルズ数 $Re_{i,cr} = \Omega R^2 / \nu \sim 350$ と実験的に求めている。本数値計算において、スピンドアウン前の定常状態 ($Re=2.20 \times 10^3$, $H/R=2.50$) の円筒中央高さ近傍において、数値計算結果より円筒内壁に外挿した旋回速度 V_R を代表速度とするレイノルズ数 $Re = V_R R / \nu \sim 440$ となり、スピンドアウン前に子午面内循環流が存在するが、Taylor-Goertler形渦の発生可能性がある。しかし本数値計算結果において、上部円板端角に渦が観察されるが(図7, $t=5.1$)、Taylor-Goertler形の縦渦とは異なり、角部に発生するはく離渦と考えている。

4. 結 論

密閉円筒容器の片側円板を瞬間的に回転させるスピニングアップ過程および定常状態から回転する円板を瞬間的に停止させるスピンドアウン過程における渦崩壊現象について、軸対称流を仮定した数値シミュレーションにより、以下のことが明らかになった。

スピニアップ過程において、渦崩壊の発生時点、減衰振動、定常状態への移行などを定量的に予測し、実験結果ともよく一致する結果が得られた。

定常状態に対して Brown-Lopez が提案する渦崩壊の判別条件が、非定常状態であるスピニアップ過程で有効であることが確認された。

スピンドアウン過程における崩壊渦の減衰・消滅過程、子午面内に発生する二次的循環流領域の発生および拡大・縮小の機構は、渦度方程式および角運動量の再配分により説明することができる。

スピンドアウン過程において旋回する流体が静止状態に至る時間は、スピニアップ過程において定常状態に至る時間より短いことが明らかになった。

本研究の計算コードの開発は(財)電力中央研究所我孫子研究所の田中伸和氏に負うところが大きい。ここに謝意を表する。

文 献

- (1) Pecham, D. H. and Atkinson, S. A., Preliminary Results of Low Speed Wind Tunnel Tests on a Gothic Wing of Aspect Ratio, 1.0, *Aeronaut. Res. Council. Tech. Rep.*, C. P. No. 508, TN No. Aero. 2504 (1957).
- (2) Lugt, H. J., Einfluss der Drallstroemung auf die Durchflussszahlen genormter Drosselmessgeraete, Ph. D. Thesis, Stuttgart, (1959).
- (3) Harvey, J. K., Some Observations of the Vortex Breakdown Phenomenon, *J. Fluid Mech.*, **14** (1962), 585-592.
- (4) Sarpkaya, T., Vortex Breakdown in Swirling Conical Flows, *AIAA J.*, **9-9** (1971), 1792-1799.
- (5) Vogel, H. U., Experimentelle Ergebnisse ueber die laminare Stroemung in einen zylindrischen Gehaeuse mit darin rotierender Scheibe, *Max Plank Inst. Berichi*, **6** (1968).
- (6) Escudier, M. P., Observations of the Flow Produced in a Cylindrical Container by a Rotating Endwall, *Exp. Fluids*, **2** (1984), 189-196.
- (7) Lugt H. J. and Hasussling H. J., Axisymmetric Vortex Breakdown in Rotating Fluid Within a Container, *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, **49** (1982), 921-923.
- (8) Lugt H. J. and Abboud, M., Axisymmetric Vortex Breakdown with and without Temperature Effects in a Container with a Rotating Lid, *J. Fluid Mech.*, **179** (1987), 179-200.
- (9) Duabe, O. and Sorensen, J. N., Simulation numerique de l'ecoulement periodique axisymetrique dans une cavite cylindrique, *Comput. Rendus Academy Sci.*, **308** (1989), 463-469.
- (10) Lopez, J. M., Axisymmetric Vortex Breakdown, Part 1, Confined Swirling Flow, *J. Fluid Mech.*, **221** (1990), 533-552.
- (11) Tsitverblit, N., Vortex Breakdown in a Cylindrical Container in the Light Continuation of a Steady Solution, *Fluid Dyn. Res.*, **11** (1993), 19-35.
- (12) 岩津玲磨・児山秀晴, 密閉容器内の軸対称渦崩壊の数値シミュレーション(その1 渦崩壊発生の限界レイノルズ数および発生位置), 機論, **66-643**, B(2000), 107-114.
- (13) Fujimura, K., Koyama H. S. and Hyun, J. M., Time-Dependent Vortex Breakdown in a Cylinder With a Rotating Lid, *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, **199** (1997), 450-453.
- (14) Kawamura, T. and Kuwahara, K., Computation of High Reynolds Number Flow around a Circular Cylinder with Surface Roughness, *AIAA Paper*, 840340 (1984).
- (15) Fujimura, K., Tsukamoto, N., Koyama, H. S. and Hyun, J. M., Vortex Breakdown in a Cylindrical Container with a Rotating or Non-Rotating Conical Endwall, *Proc. 7th Int. Symp. Transport Phenomena Dyn. Rota. Mach.*, C (1998), 1186-1194.
- (16) Escudier, M. P., Vortex Breakdown: Observations and Explanations, *Prog. Aerosp. Sci.*, **25** (1988), 189-229.
- (17) Hourigan, K., Graham L. J. W. and Thompson, M. C., Spiral Streaklines in Pre-Vortex Breakdown Regions of Axisymmetric Swirling Flows, *Phys. Fluids*, **7-12** (1995), 3126-3128.
- (18) Brown, G. L. and Lopez, J. M., Axisymmetric Vortex Breakdown, Part 2, Physical Mechanisms, *J. Fluid Mech.*, **221** (1990), 553-576.
- (19) Valentine, D. T. and Miller, K. D., Generation of Ring Vortices in Axisymmetric Spin-down: A Numerical Investigation, *Phys. Fluids*, **6-4** (1994), 1535-1547.
- (20) Mathis, D. M. and Neitzel, G. P., Experiments on Impulsive Spin-down to Rest, *Phys. Fluids*, **28** (1985), 449-454.