透水率に異方性を有する飽和多孔質層内の側方加熱による 自然対流熱伝達*

(第2報, ヘル・ショーセルによる実験)

木村 繁 男^{*1}, 岡島 厚^{*1}, 木綿 隆 弘^{*1}

Natural Convection Heat Transfer in an Anisotropic Porous Cavity Heated from the Side

(2nd Report, Experiment by Hele-Shaw Cell)

Shigeo KIMURA^{*2}, Atsushi OKAJIMA and Takahiro KIWATA

^{*2} Kanazawa University, Dept. of Mechanical Systems Engineering,
Kodatsuno 2-40-20, Kanazawa, Ishikawa, 920-8667 Japan

Natural convection heat transfer and flow structure in an anisotropic porous medium of square cavity saturated with Boussinesq fluid has been studied experimentally using a Hele-Shaw cell. The permeability ratio defined by $K=K_y/K_x$ was put to three different values; 0.4, 1 and 2.5. The convection patterns at three different permeability ratios are visualized for several different Rayleigh numbers by the pH indicator method. When K is 0.25, the visualized flow is mainly in the vertical direction. On the contrary for $K=4$ the convecting flow is in the horizontal direction. The average heat transfer coefficients are also measured, and the corresponding Nusselt number are plotted as a function of K . It is found that the corresponding Nusselt numbers are scaled with $(KRa)^{1/2}$. The experimental results of flow pattern and heat transfer are accord with those obtained by our previous theory.

Key Words: Heat Transfer, Natural Convection, Porous Medium, Anisotropic Porous Matrix, Geothermal Energy

1. 緒 論

透水率に異方性を有する多孔質媒体中での熱対流は、地下岩盤の断裂系内に発生する熱水対流系などの地球物理学の現象を理解するうえできわめて重要である。特に多孔質モデルは現象の流体力学のおよび熱力学的諸特性を定量化するうえで必要不可欠である。また近年、新エネルギー開発の一環として地熱エネルギー開発が世界各地において推進されている。これらの地熱開発においては、地熱エネルギーの最適な採取のために地熱貯留層内での地熱水の動きを予測することが必要となる。地熱貯留層内での流動現象はしばしば多孔質媒体中の対流としてモデル化され、定量化される。地熱貯留層内では地下岩盤内に発達したき裂群が熱水流動に必要な通路、すなわち透水率を与えると考えられている。したがって地熱水の地下における流動は貯留層内のき裂群(透水率)の分布に支配されることになる。地下岩盤内に形成されるこれらのき裂群は岩盤に働く応力の方向により一般にある特定の方向をもつ場合が多い。すなわちある方向の透水率が他の方向

より卓越している。このためき裂群により形成される透水率は一般に異方性をもつことになる^{(1)~(3)}。

透水率に異方性を有する飽和多孔質層中での自然対流についてはこれまでも多くの研究がなされてきた。これに関する研究で最も早くから手をつけられたのが下方加熱、上方冷却による水平な多孔質層内での自然対流、すなわち Lapwood 対流の発生条件についてである。この問題については、Castinel-Combarnous⁽⁴⁾, Kvernfold-Tyvand⁽⁵⁾, McKibbin-Tyvand⁽⁶⁾, Nilsen-Storesletten⁽⁷⁾などの研究がある。これに対して、異方性を有する多孔質層が側方加熱を受けるときの自然対流に関する研究は比較的少ない。Burns ら⁽⁸⁾はおもに縦長の矩形空間を対象としてその熱伝達特性を報告している。また、Ni-Beckermann⁽⁹⁾は透水率の異方性だけでなく熱伝導率についても異方性を考慮した数値計算をし熱伝達と流動パターンを報告している。一方、木村ら⁽¹⁰⁾はレーレー数が小さい場合に対して、摂動法による矩形断面の幾何学的アスペクト比まで含めた熱伝達特性を導いている。Degan ら⁽¹¹⁾は縦長の矩形空間内で透水率テンソルと熱伝導率テンソルの主軸が座標軸と一致しなくて側壁が一定熱流束で加熱冷却される場合について、解析的かつ数値的に検討し、伝熱特性の知見を得

* 原稿受付 1999年9月24日。

^{*1} 正員、金沢大学工学部(☎920-8667 金沢市小立野2-40-20)。
E-mail: skimura@t.kanazawa-u.ac.jp

ている。さらに、Degan-Vasseur⁽¹²⁾ は同様の問題に対して温度境界条件を一定温度による加熱冷却に変更した場合についてもその流体力学的、伝熱的特性を理論的に検討している。

これらの研究にもかかわらず、異方透水性を有する多孔質層中での自然対流に関する実験的な研究は非常に少ない（例えば Nield-Bejan⁽¹³⁾）。したがって、本研究ではヘル・ショーセル（あるいはヘル・ショーロット）を用いた実験を行い、第1報⁽¹⁴⁾ で提案された漸近解とスケーリングを検証することを目的とする。

2. 実験装置

2.1 ヘル・ショーセル 実験はヘル・ショーセルを用いて行われた。装置の概略を図1に示す。ヘル・ショーセルは厚さ5mmの2枚の亚克力板とそれらにはさまれた幅1から2mmのすきまを満たす水とで構成されている。セルの鉛直な両端部は、加熱用電熱ヒータが取付けられた銅板と、内部を冷却水が流れる構造をもつ銅板からなっている。スロット内の水は、これら左右の銅板で加熱冷却されて自然対流を起こす。ヒータで発生した熱はスロット内を対流する水と亚克力の側壁を通して冷却側に伝わる。スロットを形成する側壁は、片方が取り外せるようになっていて、平行に溝を設けたもの（異方性）と溝のないもの（等方性）を取付けることができる。また、溝を有するものは90°向きを変えて取付けることができ、水平方向の透水性に対する鉛直方向の透水性の比を変化させることができる。

セル両端の銅板には、上下2箇所熱電対が埋められており、データロガーに接続することで、逐次、加

熱および冷却温度が記録される。実験中はヘル・ショーセル全体が発泡スチロールとグラスウールにより覆われ断熱されている。

2.2 透水性 図2に示すようなヘル・ショーセルの透水性はいわゆる Cubic Law によりスロットのすきま d に基づいて次のように表すことができる（二つの側壁が平板である場合）。

$$K_0 = \frac{d^3}{12} \dots\dots\dots (1)$$

一方、図3のように側壁の一方に溝（深さ1mm×幅5mm）が彫られている場合は、溝のある側壁を90°回転させることにより、溝が x 方向（水平方向）と平行になる場合と y 方向（鉛直）と平行になる場合の二通りに設定することが可能である。これにより、 x 軸方向の透水性に対する y 軸方向透水性の比を変化させることができる。すきまの幅が流れ方向に対して交互に変化する場合は、ちょうど二つの流動抵抗が直列に接続されている場合に相当する。このときはそれぞれのすきまを流れる流量が等しいという条件から合成透水性を計算することができる。逆に、溝の方向が流れ方向と一致する場合は圧力損失が等しいとにおいて同様に合成透水性を計算することができる。図3のようにすきまの幅をそれぞれ d_1, d_2 とし、溝が x 軸と平行であるとき、 x 軸および y 軸方向の合成透水性 K_x, K_y は次のように書ける。

$$K_x = \frac{d_1 s_1 K_1 + d_2 s_2 K_2}{s_1 d_1 + s_2 d_2} \dots\dots\dots (2)$$

$$K_y = \frac{(s_1 + s_2)^2}{\left\{ (s_1 d_1 + s_2 d_2) \left(\frac{s_1}{d_1 K_1} + \frac{s_2}{d_2 K_2} \right) \right\}} \dots\dots\dots (3)$$

ここで s_1, s_2 はすきま幅 d_1, d_2 がそれぞれ存在する

Fig. 1 Experimental apparatus of a Hele-Shaw cell

Fig. 2 Vertical cross section of isotropic Hele-Shaw cell

Fig. 3 Sketch of grooved Hele-Shaw cell

Fig. 4 Measured permeability against theoretical prediction

長さの合計である。すなわち、 $s_1 = 5 \text{ mm} \times n$ および $s_2 = H - s_1$ である。 n は溝の数である。本実験装置では $n = 15$ であり、したがって $s_1 = s_2 = 7.5 \text{ cm}$ となっている。また K_1, K_2 はスロットのすきま幅 d_1, d_2 に対応する透水率であり、それぞれ $K_1 = 0.833 \times 10^{-7} \text{ m}^2$, $K_2 = 3.33 \times 10^{-7} \text{ m}^2$ である。式(1), (2)および式(3)により計算されたヘル・ショーセルの透水率は $K_x = 2.54 \times 10^{-7} \text{ m}^2$, $K_y = 1.00 \times 10^{-7} \text{ m}^2$ である。また等方性の場合 $d = d_2 = 2 \text{ mm}$ なので $K_0 = 3.33 \times 10^{-7} \text{ m}^2$ となる。

2・3 透水率の実験的検証 式(1)~(3)で予測される合成透水率の妥当性を、もう1セット製作したヘル・ショーセルを用いて実験的に検証した。このセルも図2と図3に示す構造をもっているが、スロットのすきま幅のみやや狭くなっている。すなわち図2の

ような二つの側壁が平板からなる等方性のセルの場合 $d = 1.18 \text{ mm}$ である。また異方透水性をもつセルは $d_1 = 1.18 \text{ mm}$, $d_2 = 1.88 \text{ mm}$ である。溝の幅と溝の間隔は対流の実験に用いたセルと同じで 5 mm である。セルの大きさも $H = 150 \text{ mm}$ で、正方形をしている。

透水率の測定はこのセルを用いて次のように行った。セルの両端に一定圧力差を発生させるため二つの水槽を取付けた。上流側に設置された水槽へは一定流量の水を注入し、下流側にはオーバフロータイプ的水槽を接続して下流側圧力をつねに一定にした。上流側水位の変動がないことを確かめて、このときの水位差と流出流量を測定した。次に、上流側水槽への注入水流量を変化させて、定常状態での水位差と流量を数回繰返し計測した。なお流量はメスシリンダを用いて計測した。

図4に平均流速(スロット断面の単位面積当たりの体積流量)を圧力差(圧力こう配)の関数として示す。したがって、図4で示される流速は流体粒子の速度であり、ダーシー速度ではないことに注意すべきである。実験中の水位差は数 mm から 15 mm 程度まで変化した。このときの流速は 0.01 m/s から約 0.1 m/s まで変化した。ちなみに、このときのスロット幅に基づくレイノルズ数の変化は 10 から 100 程度である。図4中の破線、一点鎖線、実線は計算により算出した合成透水率に基づく流量である。等方性の場合および流れ方向と溝の方向が直角の場合はきわめてよく一致している。一方、流れ方向と溝の方向が一致している場合は予測値に比べ 15% 程度小さめの値が計測された。これは実際のスロット内の流れが、溝の側壁の影響でポアズイユ流れになっていないのがその原因と考えられる。すなわち、 30 ほど存在する高さ約 1 mm の溝側壁が、与えられた圧力こう配に対する抵抗を増大させ、結果として流量を抑制しているためである。

しかし、いずれにしても計算により求められた合成透水率はほぼ妥当な値であることがわかる。自然対流の実験に用いたセルは、直接合成透水率を計測することができなかったため、以下の実験において必要な透水率はすべて式(1)~(3)から計算される値を用いた。

3. 実験方法

3・1 熱伝達率 ヘル・ショーセルによる自然対流熱伝達率は加熱用の電気ヒータで消費される電力量を計測して求めた。電気ヒータは加熱側銅板の背後にねじで取付けられてある。消費電力は電圧計と電流計

の読みより計算した。ヒータにより発生した熱は三つの経路を通して伝達すると考えられる。一つはセル内の自然対流によって冷却側に伝わるもの。二つめはセルの上下にある補強部材(ヘル・ショーセルの側壁と一体となったアクリル製で、セルの剛性を上げるためのもの)を通して冷却側に熱伝導により伝わるもの。そして三つめは断熱材を通過して、ヒータの背後などから外部に逃げるものである。したがって、自然対流による伝熱量を消費電力から見積もるためには、残り二つの伝熱量を評価する必要がある。

このうち補強部材を通過する熱伝導による伝熱量は温度こう配が小さくほとんど無視することができる。三つめの断熱材を通過する伝熱量については実験的に測定した。すなわち、冷却水を止めてわずかな電力をヒータに投入し、実験装置が熱平衡に達したときの室温と実験装置間の平均温度差を計測した。このとき、ヒータで消費される電力と断熱材を通して外に逃げる熱量は平衡していると考えられる。投入電力を変化させて、実験を繰返し平均温度差に対してプロットした。したがって、冷却側に自然対流で伝わる伝熱量は消費電力から外部へ逃げる熱量を引いて求めた。その結果、本実験では自然対流による伝熱量は消費電力の60~80%であった。なお、伝熱量の測定精度は±20%である。

3・2 対流パターンの可視化 対流パターンを可視化するために Baker⁽¹⁵⁾ により提案された pH インジケータ法を用いた。この方法は自然対流などの比較的低流速の流れの可視化によく用いられる。その原理は、pH の変化により変色するチモールブルー水溶液を用いて水溶液を着色し、流脈線を発生させるものである。pH を変えるには、電極を用いた電気分解によるのが普通である。まるチモールブルー水溶液は弱アルカリ(pH 8 程度)に調整し、それをセルのスロットに注入する。10 本のステンレス線(直径 0.05 mm)を鉛直方向にスロット内に張り、隣接する 2 本ずつをそれぞれ、直流電源の陽極、陰極に接続した。水溶液の電気分解を行うと、陰極側が酸性になり濃い青色に変色する。これがマーカの役割を果たし、流脈線が可視化できる。電圧は電気分解による気泡の発生を極力避けるため 4~5 V とした。また、部分的に絶縁することにより水溶液の変色を抑え、流脈線を鮮明に可視化するようにした。

4. 実験結果

4・1 ヘル・ショーセルのレーレー数 飽和多孔質層内での二次元自然対流とヘル・ショーセル内での

自然対流は、レーレー数を適切に定義するとき相似となる(Hartline-Lister⁽¹⁶⁾)。いま図2に示すようなヘル・ショーセルがあり、水平方向の圧力こう配により一様な流れがスロット内に実現されていると仮定する。このとき、流れがポアズイユ流れだとすれば、単位面積当たりの流量 u は式(4)で表すことができる。

$$\frac{q}{A_c} = u = -\frac{d^2}{12\mu} \nabla p \quad \text{..... (4)}$$

ここで q , A_c , μ はそれぞれ全体積流量、スロットの断面積、流体の粘度である。一方、ヘル・ショーセルの全断面が一様な多孔質体で置き換えられたと考えると、ダースー則から式(5)が成り立つ。

$$\frac{q}{A} = -\frac{K_0}{\mu} \nabla p \quad \text{..... (5)}$$

ここで A , K_0 はヘル・ショーセルの全断面積(スロット断面積 + 二つの側壁の断面積)、多孔質体で置き換えたときの透水率である。これらの式から全体積流量 q を消去することにより、多孔質体の透水率 K とヘル・ショーセルのスロット幅 d , セルの幅 Y の間に次の関係が定まる。

$$K_0 = \frac{d^2}{12} \frac{A_c}{A} = \frac{d^3}{12Y} \quad \text{..... (6)}$$

したがって、図2で示されるようなセル内での流れは、式(6)で計算される透水率をもつ多孔質体内での二次元流れと等しくなる。セルを多孔質体とみなしたときの空げき率 ϕ は

$$\phi = \frac{d}{Y} \quad \text{..... (7)}$$

となるから、流体と固体との熱平衡を仮定したときのエネルギー方程式は両者まったく同じ形となる。また、レーレー数 Ra も透水率 K_0 を式(6)で置き換えて

$$Ra = \frac{\delta \beta \Delta T H d^3}{12 \alpha \nu Y} \quad \text{..... (8)}$$

のように表現できる。ここで、 δ , β , ΔT , α , ν はそれぞれ重力の加速度、体積膨張係数、温度差、流体と固体の有効熱伝導率を流体の熱容量で除した多孔質体の熱拡散係数、流体の動粘度である。式(8)で計算される値が多孔質体のレーレー数に対応することになる。

4・2 熱伝達率 実験方法の項で述べたとおり、対流による熱伝達量は加熱側の電気ヒータの消費電力から断熱材を通過する熱の逃げを差引いて決定した。その結果は次式で定義される平均ヌッセルト数として整理した。

$$Nu = \frac{q'' H}{k} \quad \text{..... (9)}$$

ここで、 q'' , H , k はそれぞれ単位面積当たりの熱流束、

ヘル・ショーセルの高さ(長さ)およびセル断面の有効熱伝導率である。セルの有効熱伝導率は体積平均を取ることにより $k = \phi k_f + (1 - \phi)k_s$ と計算される。添字の s と f はそれぞれ固体と流体を示す。

実験装置の検証のため、透水率に異方性がない場合について、平均ヌッセルト数をレーレー数の関数として図5に示す。実線は Weber⁽¹⁷⁾ による境界層理論に基づく平均ヌッセルト数である。○は Ni-Beckerman⁽⁹⁾ による数値解、●は本実験結果である。本実験結果は Weber の近似解より小さな値を示すが、Ni-Beckerman の数値解とはよく一致している。一方、Bejan⁽¹⁸⁾ はアスペクト比が1以上の縦長の矩形空

Fig. 5 Average Nusselt number vs Rayleigh number for $K=1$ (isotropic case); a comparison with previously reported results for saturated porous media

Fig. 6 Average Nusselt number as a function of Ra for anisotropic porous media

間でレーレー数が100以下について、種々の実験結果や数値解の結果を Weber の近似解と比較している。この場合も本実験結果と同様に、Weber の近似解はヌッセルト数を過大に評価する傾向があることが示されている。これらの結果から、本実験装置を用いた伝熱特性の評価は妥当であると考えられる。

水平方向と鉛直方向の透水率が異なる場合についての平均ヌッセルト数を x 方向(水平方向)の透水率に基づくレーレー数に対してプロットしたものを図6に示す。 x 方向透水率に対する y 方向透水率の比、すなわち透水率の異方性は $K=0.4, 1, 2.5$ の三とおりである。図6中の実線は Ni-Beckerman の数値解である。数値解は $Ra=1000$ までしか計算されていないが実験結果はほぼ数値解の延長線上にある。

図7には正規化されたヌッセルト数 $Nu/(KRa)^{1/2}$ を異方性パラメータ $K=K_y/K_x$ の関数として示す。ヌッセルト数のスケールリングは Rees-Storesletten⁽¹⁹⁾ および木村・岡島⁽¹⁴⁾ による。図7中の実線はこのスケールリングに基づいた理論値⁽¹⁴⁾ を示している。これは無限媒体中に置かれた鉛直加熱平板からのものとして近似できると仮定して導かれたものである。それによれば K が1の近傍 ($0.1 \leq K \leq 10$) では $Nu/(KRa)^{1/2}$ の値は約0.34であることがわかっている。実験結果は異方性パラメータの値が $K=0.4, 1, 2.5$ の三つの場合についてプロットしてある。このとき Ra の値は図6からわかるように200~6000の間で変化、ヌッセルト数は K の違いにより2~3倍程度変化している。これに対し、 $Nu/(KRa)^{1/2}$ の値はほぼ0.28から0.42の間に分布しており、その平均値は理論値ともよく一致している。Bejan⁽²⁰⁾ が等方性多孔質の場合について考察しているように、一般的に矩形断面内自然対流は鉛直加熱平板からの自然対流と異なり、 $Nu/Ra^{1/2}$ の値がレーレー数の増加により0.25から0.577まで変化する。同様な効果が異方性多孔質体内の対流にも現れているものと思われる。

4.3 流動パターン 図8に pH インジケータ法

Fig. 7 $Nu/(KRa)^{1/2}$ as a function of $K=K_y/K_x$

(a) $K=1, Ra=2000$ (b) $K=2.5, Ra=900$ (c) $K=0.4, Ra=1800$

Fig. 8 Flow visualization of natural convection in anisotropic Hele-Shaw cells

により、定常状態で可視化した流動パターンを示す。図8(a)には $K=1$ (等方性), $Ra=4500$ の場合の流動パターンの例を示す。電極のステンレスワイヤを部分的に絶縁することにより、鉛直に張られた電極から帯状の流脈線が出ているのがわかる。対流は、加熱側の中位よりやや上方に中心をもつ単一セルの流れ構造を示している。第1報の数値解と異なり、非対称な流れとなっているのは、粘性の温度依存性が大きく影響

しているのが原因だと思われる。

図8(b)には $K=2.5$, $Ra=900$ の場合の流動パターンを示す。流れはおもに水平な平行流からなり、上半分では加熱側から冷却側へ向かい、下半分でその逆方向を向いている。流線の長さから判断して、おのこの平行流の流速は高さに依存せずほぼ一定の値である。流速が零の高さは冷却側で上方に移動しているものの、ほぼ中間の高さにある。これは第1報で示した数値解による結果と定性的によく一致している。したがって、第1報で伝熱特性を求めるうえで仮定した流れ構造の正当性を示している。

図8(c)は $K=0.4$, $Ra=1800$ の場合の流動パターンを示す。上下の壁面付近で水平方向の流れがあるが、その他の部分では上下流が支配的である。上下流が卓越している部分は、写真では細いステンレス電極が太く見えている。これは色のついた流体が電極に沿って鉛直に上昇し、下降しているためである。この流れ構造も第1報で解析的に得られたものと定性的に一致しており、解析解の妥当性を証明している。

5. 結 論

透水性に異方性を有する正方形多孔質体内での側方加熱による自然対流をヘル・ショーセルを用いて、実験的に検討した。異方性パラメータの値は $0.4 \leq K \leq 2.5$, また、 x 方向透水性 K_x に基づくレーレー数は200から6000の範囲で変化させた。その結果、定常状態での伝熱特性および流動パターンについて以下のような知見を得ることができた。

(1) 伝熱特性については、第1報の解析結果を基に平均伝熱量を $Nu/(KRa)^{1/2}$ のように表し、異方性パラメータ K の関数として実験結果を整理した。その結果、上記の値は K と Ra に依存せずほぼ一定の値を示すことがわかった。すなわち、 $Nu/(KRa)^{1/2} \approx 0.34 \pm 0.08$ なる関係を検証することができた。

(2) pH インジケータ法により流動パターンを可視化し、特に異方性パラメータ $K=K_y/K_x$ による流れ構造の変化について定性的に調べた。その結果 K が大きいときはおもに水平方向の流れが卓越し、逆に K の値が小さいと鉛直方向の流れが卓越することがわかった。この結果は第1報の数値解の結果と一致する。

文 献

- (1) Abe, H., ほか2名, *J. Geophys. Res.*, **81**-29 (1976), 5335-5340.
- (2) Abe, H., ほか2名, *J. Geophys. Res.*, **81**-35 (1976), 6292-6298.
- (3) 林一夫・阿部博之, 日本地熱学会誌, **6**-3 (1984), 203-212.

- (4) Castinel, G. and Combarous, M., *Int. Chem. Eng.*, **17** (1977), 605-614.
 - (5) Kvernfold, O. and Tyvand, P. A., *J. Fluid Mech.*, **90** (1979), 609-624.
 - (6) McKibbin, R. and Tyvand, P. A., *J. Fluid Mech.*, **118** (1982), 315-339.
 - (7) Nilsen, T. and Storesletten, L., *J. Heat Transf.*, **112** (1990), 396-401.
 - (8) Burns, P. J., ほか2名, *Int. J. Heat Mass Transf.*, **20** (1977), 919-926.
 - (9) Ni, J. and Beckermann, C., *J. Heat Transf.*, **113** (1991), 1033-1037.
 - (10) 木村繁男・ほか2名, 機論, **58**-550, B (1992), 1860-1866.
 - (11) Degan, G., Vasseur, P. and Bilgen, E., *Int. J. Heat Mass Transf.*, **38** (1995), 1975-1987.
 - (12) Degan, G. and Vasseur, P., *Numer. Heat Transf.*, Part A, **30** (1996), 397-412.
 - (13) Nield, D. A. and Bejan, A., *Convection in Porous Media*, 2nd ed., (1999), 284, Springer-Verlag.
 - (14) 木村繁男・岡島厚, 機論, **64**-618, B (1998), 145-150.
 - (15) Baker, D. J., *J. Fluid Mech.*, **26** (1966), 573-575.
 - (16) Hartline, B. K. and Lister, C. R. B., *J. Fluid Mech.*, **79** (1977), 379-389.
 - (17) Weber, J. E., *Int. J. Heat Mass Transf.*, **18** (1975), 569-573.
 - (18) Bejan, A. and Tien, C. L., *J. Heat Trans.*, **100** (1978), 191-198.
 - (19) Rees, D. A. S. and Storesletten, L., *Transport Porous Media*, **19** (1995), 79-92.
 - (20) Bejan, A., *Lett. Heat Mass Transf.*, **6** (1979), 93-102.
-