フォルソンダムゲートのせき板の回転運動によって生じる流体圧力*

阿南 景子^{*1}, 石井 徳章^{*2}, 山崎 雅裕^{*3}Hydrodynamic Pressure Induced by Rotating Skinplate of
Folsom Dam Tainter-GateKeiko ANAMI^{*4}, Noriaki ISHII and Masahiro YAMASAKI^{**} Osaka Electro-Communication University,
18-8 Hatsu-chou, Neyagawa, Osaka, 572-8530 Japan

This paper presents a theoretical analysis for the hydrodynamic pressure induced by the rotating vibration of the skinplate of Tainter gates on Folsom dam in California. The curved skinplate and dam crest were replaced by the straight line to simplify the flow boundary. The reservoir flow fluctuation induced by the skinplate vibration with a small amplitude was analyzed for the zero gate-opening, by a potential flow theory developed for dissipative wave radiation problems. Thus, the hydrodynamic pressure exerted on the skinplate was derived in a non-dimensional expression, and its major characteristics were revealed.

Key Words: Fluid Dynamics, Flow Induced Vibration, Hydraulic Gate, Folsom Dam Gate, Tainter Gate, Radial Gate, Hydrodynamic Pressure, Rotating Skinplate, Potential Theory

1. 緒言

ダムの水位調節のためにテンタゲート（ラジアルゲートとも呼ばれる）が数多く用いられている。テンタゲートは、図1に示すように、円弧状のせき板をアームを介してトラニオンピンで支える扇形構造になっているため、水圧によって発生する摩擦の大部分がトラニオンピンに集中する。さらに、トラニオンピンから十分離れたせき板に取付けたチェーンやロープを巻上げることによりゲートの開閉を行う。これら2つの理由から、テンタゲートの開閉に必要な力は同程度の規模の他のゲートに比べて非常に小さくて済む。それゆえテンタゲートは大形水門の設計に適しているとされている。

米国カリフォルニア州のフォルソンダムに設置されたテンタゲートは、図1に示すように、せき板の高さが15.5m、円弧半径が14.33mである。スパン長さは12.8mであり、総質量は87トンにも達する。このよう

な世界的にも大形のテンタゲートが放水時に崩壊するという事故が1995年7月17日に発生した。日本でも同様な事故が1967年7月に発生していた⁽¹⁾。フォルソンダムゲート事故の調査の結果、ゲートが放水時に流れと関連して激しい自励振動を引き起こした可能性のあることが指摘されている^{(2),(3)}。事故調査では、第一に、崩壊流出したのと同じ設計のテンタゲートに関して実験的なモーダル解析を行い、ゲートの振動モードを明らかにしている。その結果、図1に破線で示したように、せき板自体が流水方向に水面付近を節として回転

Fig. 1 Side view of Folsom Tainter-gate in California.

* 原稿受付 2000年2月28日。

^{*1} 准員, 大阪電気通信大学大学院 (〒572-8530 寝屋川市初町18-8)。^{*2} 正員, 大阪電気通信大学。^{*3} (医) 木下医院 (〒556-0005 大阪市浪速区日本橋5-4-5)。

E-mail: anami@ishilab.osakac.ac.jp

的に振動するモードが確認されている^{(3),(4),(5)}。

このようなせき板の回転振動によって上流側の水は押されたり引き込まれたりし、その結果、振動加速度に比例した非常に大きな流体圧力が貯水池内に発生する。この流体圧力がせき板の振動数を大幅に低下させる重要な付加質量効果をもたらす、また場合によっては、それがゲート本体を破壊してしまうこともありうる。本研究では、このように重要な流体圧力を理論的に算出する手法を確立し、流体圧力の主要な特性を明らかにした。

せき板全体が一様に上下流方向に振動する場合については、Rayleigh⁽⁶⁾らが散逸性の波動問題に関して考案したポテンシャル理論を用いて、流体圧力を純理論的に算出している^{(7),(8)}。さらに、小型モデルゲートを用いた実験によってその有用性も確認している^{(9),(10)}。そこで、同様な理論的取扱を上記のようにせき板が回転振動する場合に展開して、発生する流体圧力を算出した。フォルソンダム・テンタゲートの自励振動問題を解析^{(11)~(13)}するためには、まず第一に、せき板の振動数を正確に算定^{(14),(15)}することが重要になってくるので、この種の流体圧力を算出する手法を確立しておくことがきわめて重要である。

理論解析に際しては、円弧状のせき板を近似的に直線状の直立したせき板に置き換え、さらにダムクレストも水平な直線フロアに置き換えることによって、貯水池内の流れ場を簡略化した。放水口開度が小さく、せき板が微小振動する場合に限れば、このような粗い取り扱いでも十分正確な流体圧力の算定ができるものと考え、その有用性は実験によって確かめる⁽¹⁶⁾という基本的な観点に立った。水面はもちろん自由表面として取り扱った。せき板が振動すると、水面には表面波が発生し、それが上流側に伝搬する。それによってエネルギーが上流に運び去られるため、表面波はせき板の振動に対して減衰効果をもたらすことになる。しかし、せき板の振動数が比較的高い場合には、表面波の発生はきわめて小さくなりエネルギーの拡散がほとんど起こらなくなり、せき板の振動エネルギーのほとんどが貯水池内に貯えられ、その結果、大きな流体圧力が生じることになる。それを理論的に算出することが本研究の大きな目的である。

記号

- $A^*(S;T)$: 余関数
 d_0 : 放水口水深
 d_r : 貯水池水深

- F : フルード数 ; $F = \sqrt{d_0/g} \Omega_w$
 F_0 : 基礎フルード数 ; $F_0 = \sqrt{d_0/g} \Omega_a$
 g : 重力加速度
 i : 虚数単位 ; $\sqrt{-1}$
 n : 正整数
 $P(X,Y;T)$: 流体圧力
 $p(x,y;t)$: 無次元流体圧力
 p_b : 無次元圧力振幅
 p_{bp} : 無次元流体圧力の進行波成分
 p_{bs} : 無次元流体圧力の定在波成分
 R_s : せき板回転中心高さ
 r_s : せき板回転中心の無次元高さ
 S, s : 積分変数
 T, t : 時間
 X, x : 静水面に沿った上流に向かう座標
 Y, y : 上に向かう座標
 β^* : 水深比 ; $\beta^* = d_r/d_0$
 $\mu, \tilde{\mu}$: 散逸係数
 ρ : 水の比質量
 $\tau, \tilde{\tau}$: 積分変数
 Φ : 速度ポテンシャル
 ϕ_b : 位相遅れ
 $\Phi_0(S), \phi_0(s)$: 位相関数
 Ψ_0 : ゲート下端の振幅
 Ψ, ψ : ゲートの回転角
 Ω_a : 空中固有振動数
 Ω_w : 水中での振動数

2. 流体圧力の理論解析

せき板が回転振動すると、一般的には放水口開度も変化するので、流量変化に起因した流体圧力も生じる。しかし、この流体圧力についてはその解析手法が既に確立されているので^{(7)~(10),(17),(18)}、ここではせき板の押し引き作用による流体圧力だけについて解析する。

流れ場の断面は、図1に示されているように、せき板が円弧であり、ダムクレストがクリーガ曲線である。このような形状を厳密に考慮して流れ場の解析を純理論的に行うことは、実質上、不可能である。そこで、図2に示すように、せき板は直立した剛な平板に置き換え、ダムクレストも水平直線フロアに置き換えた。ただし、そのフロアはせき板下端よりも下方に位置するものと設定した。これは、ダムクレストの上流側で貯水地が急に深くなっていることを代表させるためである。このように境界を単純化することによって、流れ場の理論解析が始めて可能になる。

図2に示すように、放水口は閉じた状態で、剛なせき板が回転振動している。それによって流れ場が加振される。この流れ場には渦は発生しない。それゆえ、流れ場は速度ポテンシャル Φ に関するラプラスの式に支配されることになる。せき板の振動が微小な場合に限定すれば、せき板のスパン方向の長さが比較的大きいので、流れ場は2次元的に取り扱える。そこで、静水面に一致して上流側に向かう座標をX、せき板に沿って上向きの座標をYとすると、ラプラスの式は

$$\Phi_{XX} + \Phi_{YY} = 0. \quad \dots\dots\dots (1)$$

となる。ここで、添字は偏微分を表す。速度ポテンシャルはX、Yおよび時間Tの関数 $\Phi(X, Y, T)$ である。

せき板の動きは流速によって代表させることができる。せき板の水に浸かった部分の長さを d_0 、回転中心の下端からの高さを R_s 、反時計方向回転角を Ψ で表すと、せき板部分の流速は次の形で与えられる。

$$\Phi_X(0, Y, T) = -(d_0 - R_s + Y)\Psi_T(T) \quad (-d_0 \leq Y < 0). \quad (2)$$

この流速の変化によって水面には波が発生する。せき板の振動が微小であると仮定しているの、発生する波の振幅も当然小さい。したがって、水面での境界条件は次式で近似できる。

$$[\Phi_{TT} + \tilde{\mu}\Phi_T + g\Phi_Y]_{Y=0} = 0. \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで、第2項は、流体内に存在する微小な減衰効果を表すために速度比例形の減衰体積力 $(\tilde{\mu}\rho \times \text{流速})^{(6)}$ を導入した結果である。摩擦係数 $\tilde{\mu}$ の単位は1/sである。

せき板の下の垂直壁と貯水池底面ではそれぞれに直交する方向の流速が零であるので、次の境界条件が満たされなければならない。

$$\begin{aligned} \Phi_X(0, Y, T) &= 0 \quad (-d_r \leq Y < d_0), \\ \Phi_Y(X, -d_r, T) &= 0 \quad (0 \leq X < \infty). \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (4)$$

貯水池の上流側は無限に広がるものとして扱う。せき板の振動によって引き起こされる流れ場の乱れは上流側に伝搬するが、微小ではあるが流体内に存在する減衰作用のために、十分上流までは伝わらない。このことを表すために、十分上流側($X=\infty$)ではポテンシャル Φ とX方向の流速 Φ_X に対して次のような有界条件を果せる。

$$\Phi(\infty, Y, T) = 0, \quad \Phi_X(\infty, Y, T) = 0. \quad \dots\dots\dots (5)$$

さらに、流れ場を初期値問題として扱うために、初期時刻($T=0$)において貯水池内の流れには乱れが全く無いとする：

$$\Phi(X, Y, 0) = 0, \quad \Phi_T(X, 0, 0) = 0. \quad \dots\dots\dots (6)$$

せき板に対しては次のような初期条件を仮定する。

$$\Psi(0) = 0, \quad \dot{\Psi}(0) = 0. \quad \dots\dots\dots (7)$$

以上のように、流れ場の理論解析は、ラプラスの式

Fig. 2 Two-dimensional flow field and boundary conditions.

のノイマン型境界値、初期値問題に帰着されることになる。この問題の解はフーリエ積分変換、フーリエ級数変換、ラプラス変換を用いることによって解析的に求めることが可能である。

貯水池は上流側(X方向)に無限に広がるので、 Φ のXに関するフーリエ積分変換：

$$\bar{\Phi}(S, Y, T) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty \Phi(X, Y, T) \cos SX \, dX \quad \dots\dots (8)$$

を適用すると、ラプラスの式(1)は次の形に帰着する。

$$\bar{\Phi}_{YY}(S, Y, T) - S^2 \bar{\Phi}(S, Y, T) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \bar{\Phi}_X(0, Y, T). \quad (9)$$

フーリエ積分変換に際しては、式(5)の条件を用いている。上式の右辺には $X=0$ での流速が現れている。

式(9)の一般解は、特解 $\bar{\Phi}^{(p)}$ と同次解 $A^* \cosh S(Y+d_r)$ の和の形で与えられる：

$$\bar{\Phi}(S, Y, T) = \bar{\Phi}^{(p)}(S, Y, T) + A^*(S, T) \cosh S(Y+d_r). \quad (10)$$

特解 $\bar{\Phi}^{(p)}$ は当然、式(9)と同じ形の式を満たす。Yに関しては、貯水池の深さが有限であるので、次のフーリエ級数変換とその逆変換：

$$\bar{\Phi}^{(p)}(S, n; T) = \int_{-d_r}^0 \bar{\Phi}(S, Y, T) \cos \frac{n\pi Y}{d_r} \, dY \quad \dots\dots (11-1)$$

$$\bar{\Phi}(S, Y, T) = \frac{1}{d_r} \bar{\Phi}(S, 0, T) + \frac{2}{d_r} \sum_{n=1}^\infty \bar{\Phi}^{(p)}(S, n; T) \cos \frac{n\pi Y}{d_r} \quad \dots\dots\dots (11-2)$$

を特解の方程式に適用すると、特解は次の形で導ける。

$$\begin{aligned} \bar{\Phi}^{(p)}(S, Y, T) = & -\sqrt{\frac{2}{\pi}} \Psi_T(T) \left[\frac{1}{\beta^* S^2} \left(R_s - \frac{1}{2} d_0 \right) \cos \frac{n\pi Y}{d_r} \right. \\ & \left. + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^\infty \frac{1}{n^2 S^2 + (n\pi/d_r)^2} \left(R_s \sin \frac{n\pi}{\beta^*} + \frac{d_r}{n\pi} \left(\cos \frac{n\pi}{\beta^*} - 1 \right) \right) \right]. \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (12)$$

フーリエ級数変換に際しては、式(3)と式(4)の境界条

件を用いている。上式に含まれる β^* は、放水口水深 d_0 と貯水池水深 d_r の比：

$$\beta^* = d_r / d_0 \quad \dots\dots\dots (13)$$

を表わしている。

一般解(10)を自由表面における境界条件(3)に代入すれば、同次解の係数関数 $A^*(S;T)$ を決定する方程式が得られる。

$$\begin{aligned} & A_{TT}^*(S;T) + \mu A_T^*(S;T) + g \operatorname{Stanh} S d_r A^*(S;T) \\ &= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\cosh S d_r} \left(\Psi_{TT}(T) + \tilde{\mu} \Psi_T(T) \right) \left[\frac{1}{\beta^* S^2} \left(R_s - \frac{1}{2} d_0 \right) \right. \\ & \quad \left. + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \frac{1}{S^2 + (n\pi/d_r)^2} \left\{ R_s \sin \frac{n\pi}{\beta^*} + \frac{d_r}{n\pi} \left(\cos \frac{n\pi}{\beta^*} - 1 \right) \right\} \right] \quad \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

さらに、一般解(10)を式(6)に代入すると、 $A^*(S;T)$ の満たすべき初期条件が得られる：

$$A^*(S;0) = 0, A_T^*(S;0) = 0. \quad \dots\dots\dots (15)$$

この初期条件とせき板の運動の初期条件(7)を用いて、式(14)の解をラプラス変換で求めると次式が得られる。

$$\begin{aligned} A^*(S;T) &= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\cosh S d_r} \left[\frac{1}{\beta^* S^2} \left(R_s - \frac{1}{2} d_0 \right) \right. \\ & \quad \left. + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \frac{1}{S^2 + (n\pi/d_r)^2} \left\{ R_s \sin \frac{n\pi}{\beta^*} + \frac{d_r}{n\pi} \left(\cos \frac{n\pi}{\beta^*} - 1 \right) \right\} \right] \\ & \times \left\{ \Psi_T(T) - g S \tanh S d_r \right. \\ & \quad \left. \times \int_0^T \exp \left\{ -\tilde{\mu}(T-\tau)/2 \right\} \cos \Phi_0(S)(T-\tau) \Psi(\tau) d\tau \right\}. \quad (16) \end{aligned}$$

微小な摩擦係数 $\tilde{\mu}$ が導入されているので、時間の経過とともに初期条件の効果は消滅している。位相関数 $\Phi_0(S)$ は次の型で与えられる。

$$\Phi_0(S) = \sqrt{g \operatorname{Stanh} S d_r} \cdot \tilde{\mu}^{1/4}. \quad \dots\dots\dots (17)$$

求められた特解 Φ と係数関数 $A^*(S;T)$ を式(10)に代入すれば一般解 Φ が得られる。 Φ から速度ポテンシャル Φ を求めるためには、次のフーリエ積分逆変換：

$$\Phi(X,Y;T) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\infty} \bar{\Phi}(S,Y;T) \cos SX \, dS \quad \dots (18)$$

を適用すればよい。上の積分は、複素積分に展開してコーシーの積分定理を用いれば、計算できる：

$$\begin{aligned} \Phi(X,Y;T) &= -\frac{2}{\pi} g \int_0^{\infty} \frac{\cosh S(Y+d_r)}{\cosh S d_r} \left[\frac{1}{\beta^* S^2} \left(R_s - \frac{1}{2} d_0 \right) \right. \\ & \quad \left. + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \frac{1}{S^2 + (n\pi/d_r)^2} \left\{ R_s \sin \frac{n\pi}{\beta^*} + \frac{d_r}{n\pi} \left(\cos \frac{n\pi}{\beta^*} - 1 \right) \right\} \right] \\ & \times \cos SX \, S \tanh S d_r \, dS \end{aligned}$$

$$\times \int_0^T \Psi(\tau) \exp \left\{ -\tilde{\mu}(T-\tau)/2 \right\} \cos \Phi_0(S)(T-\tau) d\tau. \quad (19)$$

速度ポテンシャル Φ が得られると、流体内部の変動圧力 P は圧力方程式より次式で求められる。

$$P(X,Y;T) = -\rho \Phi_T(X,Y,T). \quad \dots\dots\dots (20)$$

式(19)を上式に代入すると、流体内部の変動圧力は次の形で求められる。

$$\begin{aligned} P(X,Y;T) &= \frac{2}{\pi} \rho g \int_0^{\infty} \frac{\cosh S(Y+d_r)}{\cosh S d_r} \left[\frac{1}{\beta^* S^2} \left(R_s - \frac{1}{2} d_0 \right) \right. \\ & \quad \left. + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \frac{1}{S^2 + (n\pi/d_r)^2} \left\{ R_s \sin \frac{n\pi}{\beta^*} + \frac{d_r}{n\pi} \left(\cos \frac{n\pi}{\beta^*} - 1 \right) \right\} \right] \\ & \times \left\{ \Psi(T) - \Phi_0(S) \int_0^T \Psi(\tau) \exp \left\{ \frac{-\tilde{\mu}(T-\tau)}{2} \right\} \sin \Phi_0(S)(T-\tau) d\tau \right\} \\ & \times \cos SX \, S \tanh S d_r \, dS. \quad \dots\dots\dots (21) \end{aligned}$$

ここで、得られた流体圧力の無次元化を行うために、次の無次元変数を導入する。

$$\begin{aligned} x &= X/d_0, \quad y = Y/d_0, \quad s = d_0 S, \quad t = \Omega_a T, \\ \tau &= \Omega_a \tau, \quad \mu = \tilde{\mu}/\Omega_a, \quad r_s = R_s/d_0. \quad \dots\dots\dots (22) \end{aligned}$$

ゲート下端の水深 d_0 を流れ場の代表長さ、またせき板の空中固有振動数 Ω_a [rad/s]の逆数 $1/\Omega_a$ を代表時間を選んでい。さらに、流体圧力の無次元化を次式で定義する。

$$p = \frac{P/\rho g}{R_s \Psi_0}. \quad \dots\dots\dots (23)$$

分子は流体圧力のヘッドである。 Ψ_0 はせき板の角振幅を表すので、分母はせき板下端の変位振幅である。以上のような無次元量を導入すると、式(21)は次の形に整理できる。

$$\begin{aligned} p(x,y;t) &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\cosh s(y+\beta^*)}{\cosh s \beta^*} \left[\frac{1}{\beta^* s^2} \left(1 - \frac{1}{2 r_s} \right) \right. \\ & \quad \left. + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \frac{1}{s^2 + (n\pi/\beta^*)^2} \left\{ \sin \frac{n\pi}{\beta^*} + \frac{\beta^*}{n\pi} \frac{1}{r_s} \left(\cos \frac{n\pi}{\beta^*} - 1 \right) \right\} \right] \\ & \times s \tanh s \beta^* \cos s x \, ds \\ & \times \left\{ \psi(t) - \frac{\Phi_0(s)}{F_0} \int_0^t \psi(\tau) \exp \left\{ -\mu \frac{t-\tau}{2} \right\} \sin \frac{\Phi_0(s)}{F_0} (t-\tau) d\tau \right\}. \quad (24) \end{aligned}$$

ここで、 ψ 、 Φ_0 、 F_0 はそれぞれ

$$\begin{aligned} \psi(t) &= \Psi(T)/\Psi_0, \quad \Phi_0(S) = \sqrt{s \tanh s \beta^*} \cdot \frac{\mu^2 F_0^2}{4}, \\ F_0 &= \sqrt{\frac{d_0}{g}} \Omega_a \quad \dots\dots\dots (25) \end{aligned}$$

である。 F_0 をここでは基礎フルード数と呼ぶ。

3. 流体圧力の周期解

水をせき止めたせき板が振動数 Ω_w [rad/s] で周期振動している場合について、流体圧力をさらに計算する。せき板の無次元角変位 $\psi(t)$ を次の複素型で表す。

$$\psi(t) = \exp(i\Omega_w t) = \exp(i(F/F_0)t). \quad \dots\dots (26)$$

ここで、 F は流れ場の力学的な相似性を支配するフルード数である：

$$F = \sqrt{\frac{d_0}{g}} \Omega_w. \quad \dots\dots\dots (27)$$

この定義では、代表長さ d_0 と円振動数 Ω_w との積 $d_0\Omega_w$ を代表速度に選んでいる。

せき板の周期振動(26)が与えられると、式(24)に含まれる τ に関する積分は

$$\int_0^t \psi(\tau) \exp\{-\mu(t-\tau)/2\} \sin\left\{\frac{\phi_0(s)}{F_0}(t-\tau)\right\} d\tau \\ = \frac{\phi_0(s) F_0}{W(s)} \exp(i(F/F_0)t), \quad \dots\dots\dots (28)$$

となる。ここで、関数 $W(s)$ は次式で与えられる。

$$W(s) = s \tanh s\beta^* - F^2\{1 - i(F_0/F)\mu\}. \quad \dots\dots (29)$$

この積分結果(28)を式(24)に代入し、 s に関する積分を複素積分に展開してコーシーの積分定理を用いて計算すると、無次元圧力は次の形に帰着する。

$$p(x,y;t) = 2F^4 \exp\left(i\frac{F}{F_0}t\right) \left[\sum_{j=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{\beta^* \eta_j^2} \left(1 - \frac{1}{2r_s}\right) \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\eta_j^2 - (n\pi/\beta^*)^2} \left\{ \sin \frac{n\pi}{\beta^*} + \frac{\beta^*}{n\pi} \frac{1}{r_s} \left(\cos \frac{n\pi}{\beta^*} - 1 \right) \right\} \right\} \right. \\ \left. \times \frac{\cos \eta_j(y+\beta^*) \exp(-\eta_j x)}{\cos \eta_j \beta^* W(i\eta_j)/i} \right. \\ \left. + i \left\{ \frac{1}{\beta^* \xi_0^2} \left(1 - \frac{1}{2r_s}\right) + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi_0^2 + (n\pi/\beta^*)^2} \right\} \right]$$

(a) $\xi_0 \beta^* \tanh(\xi_0 \beta^*) = F^2$

(b) $\eta_j \beta^* \tan(\eta_j \beta^*) = -F^2$

Fig.3 Solutions of the transcendental equations.

$$\times \left\{ \sin \frac{n\pi}{\beta^*} + \frac{\beta^*}{n\pi} \frac{1}{r_s} \left(\cos \frac{n\pi}{\beta^*} - 1 \right) \right\} \\ \times \frac{\cosh \xi_0(y+\beta^*) \exp(-\xi_0 x)}{\cosh \xi_0 \beta^* W(\xi_0)}. \quad \dots\dots\dots (30)$$

ただし、微小な摩擦係数 μ のかかる項は、この段階で無視できるものとした。式に含まれる ξ_0, η_j ($j=1, 2, \dots$) はそれぞれ次の超越方程式の解である。

$$\xi_0 \tanh(\xi_0 \beta^*) = F^2,$$

$$\eta_j \tan(\eta_j \beta^*) = -F^2 \quad (j=1, 2, 3, \dots). \quad \dots\dots\dots (31)$$

それぞれの解を図3に示している。解 ξ_0 は、a図に示しているように、 $F^2\beta^*$ が比較的小さい場合には0に収束し、 $F^2\beta^*$ が大きくなるにつれて F^2 に収束する。解 η_j ($j=1, 2, \dots$) は、b図に示しているように、 j の次数が上がるにしたがって、 $j\pi$ に収束する。これらの解が得られると、式(30)に含まれる関数 $W(i\eta_j)/i$ と $W(\xi_0)$ はそれぞれ次式で与えられる。

$$W(i\eta_j)/i = \tan \eta_j \beta^* + \frac{\eta_j \beta^*}{\cos^2 \eta_j \beta^*},$$

$$W(\xi_0) = \tanh \xi_0 \beta^* + \frac{\xi_0 \beta^*}{\cosh^2 \xi_0 \beta^*}. \quad \dots\dots (32)$$

式(30)の実部をとって整理すると、

$$p(x,y;t) = p_{bs}(x,y) \cos\left(\frac{F}{F_0}t - \pi\right) + p_{bp}(y) \cos\left(\frac{F}{F_0}t - \xi_0 x + \frac{\pi}{2}\right) \quad \dots\dots\dots (33)$$

が得られる。ここで、第1項が定在波を表し、第2項が進行波を表す。それぞれの振幅 $p_{bs}(x,y)$ 、 $p_{bp}(y)$ は次式で与えられる。

$$p_{bs}(x,y) = -2F^4 \sum_{j=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{\beta^* \eta_j^2} \left(1 - \frac{1}{2r_s}\right) + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\eta_j^2 - (n\pi/\beta^*)^2} \right. \\ \left. \times \left\{ \sin \frac{n\pi}{\beta^*} + \frac{\beta^*}{n\pi} \frac{1}{r_s} \left(\cos \frac{n\pi}{\beta^*} - 1 \right) \right\} \right\} \frac{\cos \eta_j(y+\beta^*) \exp(-\eta_j x)}{\cos \eta_j \beta^* W(i\eta_j)/i} \\ \dots\dots\dots (34)$$

$$p_{bp}(y) = 2F^4 \left\{ \frac{1}{\beta^* \xi_0^2} \left(1 - \frac{1}{2r_s} \right) + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \frac{1}{\xi_0^2 + (n\pi/\beta^*)^2} \right. \\ \left. \times \left\{ \sin \frac{n\pi}{\beta^*} + \frac{\beta^*}{n\pi} \frac{1}{r_s} \left(\cos \frac{n\pi}{\beta^*} - 1 \right) \right\} \right\} \frac{\cosh \xi_0(y + \beta^*)}{\cosh \xi_0 \beta^*} \frac{1}{W(\xi_0)} \quad (35)$$

せき板の振動は式(26)の実部、すなわち

$$\psi(t) = \cos(F/F_0)t \quad (36)$$

である。これと式(33)とを比較すれば、せき板の振動に対して、定在波は 180° の位相遅れ、進行波はせき板上では 90° の位相進みになることが分かる。

4. 流体圧力の主要な特性

せき板に作用する流体圧力は式(33)に含まれる x を0と置けば算出できる。定在波成分と進行波成分の振幅 $p_{bs}(0, y)$ 、 $p_{bp}(y)$ は、式(34)と式(35)に与えられているように、それぞれフルード数 F と無次元回転中心高さ r_s (式22の最後の式)および水深比 β^* (式13)の関数である。 F は表面には現れていないが、 ξ_0 と η_j ($j=1, 2, 3, \dots$)を決める重要な量である。

まず、フォルソンダムゲートの場合を想定して、フルード数 F を30、貯水池と放水口との水深比 β^* を1と置き、流体圧力の分布に依存して変化することも考えられる回転中心無次元高さ r_s をパラメータにして、流体圧力を数値計算した。数値計算結果を図4に示す。

進行波成分の圧力振幅をa図に、定在波成分の圧力振幅をb図に示す。横軸が無次元振幅を表わし、縦軸 y がせき板に沿った無次元深さを表している。 $y=0$ が水面、 $y=-1$ がせき板下端を表す。パラメータの無次元回転中心高さ r_s が1.0のときは、せき板は水面に一致した点の周りに回転する。 r_s が ∞ のとき、せき板の回転中心は水面よりもはるか上方に位置する。したがって、せき板全体が流水方向に一樣に運動することになる。そのときの流体圧力はすでに石井によって計算されている^{(7),(8)}。その計算結果を破線で示している。

進行波成分の圧力振幅は水面近くに限られ、かつその大きさも定在波成分に比べて無視できるほど小さい。これはフルード数 F を比較的大きな値30に設定しているためである。しかし、実用されているゲートではフルード数が30程度以上の比較的大きな値をとることが

Fig. 4 Hydrodynamic pressure induced by the rotating flat gate, for $F=30.0$ and $\beta^*=1.0$

多い。したがって、進行波成分は現実的にはあまり重要性を持たないことになる。ただ、フルード数が比較的小さくなると、この進行波成分も大きく現れるようになる。

これに対して定在波成分の圧力振幅はせき板全面にわたって大きな値をとる。ただし、パラメータの無次元回転中心高さ r_s に関わらず、水面近くの圧力振幅は非常に小さくなる。このことは水面では波がほとんど発生しないことを表している。それに対して水中では非常に大きな圧力が発生する。回転中心が水面より上にある場合($r_s > 1.0$)、圧力振幅は深くなるにしたがって急激に大きくなり、せき板下端で最大値を示す。その最大値は、せき板の回転中心位置が低くなるに従って徐々に小さくなる。回転中心が水面に一致する場合($r_s = 1.0$)には、その最大値はせき板が流水方向に一樣に運動をする場合($r_s = \infty$; 破線)の67%になる。回転中心位置が水面よりも低い場合($r_s < 1.0$)、圧力振幅は一度減少して負の値をとり、その後、増加してせき板下端で最大値をとる。その最大値も、せき板の回転中心位置が低くなるに従って小さくなる。水面近くで圧力振幅が負の値をとることは、式(33)の第1項から分かるように、定在圧力波の位相遅れが零になること、すなわち定在圧力波がせき板の振動と同じ位相で変化することを表わしている。したがって、定在圧力波は上方と下方で逆位相の変化をすることになる。せき板が水面よりも下の点周りに回転しているのであるから、この結果は当然の結果である。

合成流体圧力の振幅 P_b ($=\sqrt{P_{bp}^2 + P_{bs}^2}$)と位相遅れ ϕ_b をそれぞれc図とd図に示している。圧力振幅は、回転中心が水面よりも上にある場合には連続して大きくなるが、回転中心が水面より下にある場合には、最初大きくなるが一度減少して零になり、その後再び増加する。圧力振幅が零になる深さは必ずしも回転中心には一致せず、それよりも高い位置に現れる。例えば、 $r_s = 0.5$ の場合の回転中心は $y = -0.5$ に位置し、それに対し圧力振幅が零になる点はそれよりも高い位置の $y = -0.36$ である。これは下側の大きな方の圧力が上方にせり出すためと考えられる。せき板の下端が上流側に向かう振動に対する位相遅れは、 $r_s > 1.0$ の場合には全ての領域で 180° になる。これに対し、 $r_s < 1.0$ の場合には圧力振幅が零になる点よりも下では 180° 、上では逆位相の 0° となる。

フルード数が異なっても流体圧力の分布の形はほとんど同じである。そこで、流体圧力のせき板下端における最大値に注目し、その変化を図5に示した。ただ

Fig. 5 Effect of Froude number upon the maximum hydrodynamic pressure at the weir plate lower end: water depth ratio $\beta^* = 1.0$.

Fig. 6 Effect of the depth ratio upon the hydrodynamic pressure: Froude number $F = 30$; reduced rotation center height $r_s = 1.0$.

し、水深比 β^* は1.0の場合に限定した。パラメータは回転中心の無次元高さ r_s である。フルード数が大きくなると、圧力振幅は2次関数的に激しく増大する。例えば、 $r_s = 1.0$ の場合、 $F = 20$ では217であったが、 $F = 40$ では約4倍の868となる。 $F = 50$ のときの1360はせき板下端の振幅が僅か1mmであってもその1360倍すなわち1.36mAqの動水圧が発生することを表している。回転中心の位置が高くなるほど、この圧力振幅も大きくなる。

貯水池水深が流体圧力に及ぼす影響を図6に示す。ただし、フルード数 F は30、回転中心無次元高さ r_s は1.0に限定した。パラメータは水深比 β^* である。 β^* が大きくなるにしたがって、流体圧力は全体的に小さくなる。これは、せき板が水に浸かっている深さよりも貯水池水深の方が大きくなるので流れ場の広がりが大きくなり、せき板の振動による圧力形成の効果が広く拡散してしまうためである。そのために、圧力が最大

になる深さもせき板下端よりも上に移動する。その様子を図に破線で示している。水深比が2.0の場合の最大圧力(362)は、水深比が1.0の場合(488)の約74%になっている。

5. 結言

せき板の回転的な振動によって引き起こされる2次元な流れ場の変動をポテンシャル理論で解析した。理論解析に際しては、流れ場の複雑な境界をかなり単純化して取り扱ったが、それによって、発生する大きな動水圧の主要な特性を明らかにすることができた。

動水圧を決定する主要なパラメータは、せき板の振動数と水深によって決まるフルード数、およびせき板の回転中心の高さと貯水池の水深である。代表例として、せき板の回転中心が水面レベルにあって貯水池の水深がせき板の水深と一致する場合には、動水圧は水深が大きくなるにしたがって急激に大きくなり、せき板下端で最大になる。その最大値はフルード数が30のときには、せき板下端の振幅の488倍の水頭振幅になる。フルード数が大きくなると、その最大値は2次元数的に増大し、例えば、フルード数が50のときには、1360倍の巨大な水頭振幅が生じることになる。貯水池の水深が大きくなると、流れ場の広がり効果のために、動水圧は小さくなる。例えば、貯水池水深がせき板水深の2倍になると、せき板下端近くの最大圧力は約74%に減少する。

せき板の回転中心が下方に位置するほど、動水圧は小さくなる。回転中心が水面下になると、それよりも少し上方の点を境にして、動水圧は逆位相で変化するようになる。その結果、動水圧は上方と下方で2つのピークを持つようになる。しかし、回転中心がせき板水深の1/2までの範囲内では、下方すなわちせき板下端でのピークの方が大きくなる。

せき板の下側の大きな動水圧は上流側に向かうせき板の振動に対して位相がちょうど180°遅れて変化する。すなわち、振動加速度に比例して変化することになる。このことは次のような重要なことを示唆している。大きな動水圧が発生するが、それがせき板の振動エネルギーを消費することではなく、せき板の振動に対して大きな付加質量としてのみ作用する。したがって、もしせき板が弾性支持されていて、その振動系に流量変化などによる何らかのエネルギー供給が他にあれば、巨大なせき板も簡単に振動を引き起こすことになり、その水中振動数も空中での固有振動数よりもはるかに小さいものとなる。

水中振動数の算定については追って報告する。さらに、動水圧の理論解析の検証のために小型のモデルを用いた計測も行っているので、それらの結果についても追って報告する。

本研究は、Bureau of Reclamation, U.S. Department of the Interior の援助および日本学術振興会科学研究補助金一般研究(C)の補助を得て行ったものである。

平成9年9月27日、創立100周年記念 中国四国支部記念式典・講演会において講演を行ったのもである。

文献

- (1) Ishii, N. et al., *ASME Journal of Fluids Engineering*, 99-4, (1977), 699-708.
- (2) Ishii, N., *Folsom Dam Gate Failure Evaluation and Suggestions*, (1995-8), 1st report submitted to U. S. Bureau of Reclamation.
- (3) Ishii, N., *Folsom Dam Gate Failure Evaluation Based on Modal Analysis and Suggestion*, (1995-11), 2nd report submitted to U. S. Bureau of Reclamation.
- (4) 阿南・石井, 機講論, 98-1 (III), (1998-3), 119-120.
- (5) Anami, K. & Ishii, N., *Proc. of 11th Int. Conf. on Experimental Mechanics*, Oxford, (1998-8), 29-34.
- (6) Rayleigh, J. W. S., *The Theory of Sound*, (1945), 238, Dover.
- (7) Ishii, N., *Journal of Fluids and Structures*, 6-5 (1992-9), 539-562.
- (8) 石井・Naudascher, E.・今市, 機論, 53-495, B (1987), 3267-3273.
- (9) 石井・他4名, 機論, 54-507, B (1988), 3151-3156.
- (10) Ishii, N., *JSME Int. Journal*, II, 33, 1990, 642-648.
- (11) 阿南・石井, 機講論, 98-8 I, A, (1998-8), 709-712.
- (12) Anami, K. & Ishii, N., *Proc. of ASME PVP Conf. Vol. 396*, (1999-8), 343-350.
- (13) Anami, K. & Ishii, N., *Proc. of FIV2000 Conf. on Switzerland*, (2000-6), 205-212.
- (14) 阿南・石井, 山梨講演会講演論文集, (1997-10), 89-90.
- (15) Anami, K. & Ishii, N., *Proc. of ASME/JSME PVP Conf. Vol. 363*, (1998-7) 87-93.
- (16) 阿南・石井, 機講論, 99-19, (1999-10), 73-74.
- (17) Ishii, N. & Imaichi, K., *Bulletin of the JSME*, 20, 6, (1977), 998-1007.
- (18) Ishii, N. & Naudascher, E., *Journal of Fluids and Structures*, 6, (1992), 67-84.