非ダルシー則に基づく熱非平衡モデルによる
再生熱交換器熱流動特性の解析*Krishnamurthy MURALIDHAR^{*1}, 鈴木 健二郎^{*2}Fluid Flow and Heat Transfer Analysis of Regenerator Mesh
with Non-Darcy Thermally Non-Equilibrium ModelKrishnamurthy MURALIDHAR and Kenjiro SUZUKI^{*3}^{*3} Kyoto University, Dept. of Mechanical Engineering, Kyoto, 606-8501 Japan

Analysis has been made for the pulsatile flow of gas and the accompanying heat transfer within a regenerator made from mesh screens. A flow model is developed taking the mesh as a non-Darcy, thermally non-equilibrium porous medium. A harmonic analysis technique is used for solving the fully developed but unsteady gas flow in the regenerator. Based on the flow solution thus obtained, slowly evolving axisymmetric unsteady thermal fields are solved numerically over wide range of frequency by making use of finite volume method. Presentation is made of the friction factor and regenerator effectiveness. Effects of Reynolds number and frequency on the temperature profile are discussed. Importance of a thermal time constant of the system and length-to-radius ratio of the regenerator are demonstrated.

Key Words: Regenerator Mesh, Flow and Heat Transfer, Harmonic Analysis, Finite Difference Method, Thermally Non-Equilibrium, Non-Darcy Approach

1. 緒言

多層金属メッシュは、クライオクーラ^(1,2)やガスタービンの再生熱交換器あるいは電子機器の冷却⁽³⁾等に広く用いられている。本研究ではスターリングサイクル機関で使用される多層金属メッシュ再生熱交換器内部の流動・伝熱特性を検討する。

スターリングサイクル機関の効率は、理想的作動条件下ではカルノー効率に一致するが、実際には再生熱交換器等の構成要素の特性が完全でないために、それより低い値になる。しかし、既存のモデルでは再生熱交換器を理想化して取り扱うのが通例^(4,5)である。たとえば圧損を無視する、流れ方向温度分布を直線的とする、いっぽう断面内の温度分布を一樣と見なす、またそれらの時間的変化を無視する等の理想化が行われる。これらは明らかに近似的にしか得られないし、その近似度はレイノルズ数、作動流体の脈動周波数や物性値などに依存して定まる。したがって、それぞれのパラメータによって再生熱交換器の流動伝熱特性がいかに影響されるかを明らかにすることは重要であるが、その方面の研究例⁽⁶⁾⁻⁽⁸⁾は僅かである。本研究では多層金属メッシュを多孔質挿入物体でモデル化して、再生熱交換器の流動伝熱特性を数値解析する試みを行う。なお文献(6)では、同様のモデルが使用されているが、本研究で行う流れ場の解析は今後の課題として、

実行されていない。

多層金属メッシュの構造的パラメータとして、多孔質体の構造パラメータである空隙率と透過係数を用いる。多孔質体中の低速流に対するダルシー則は、拡張されて慣性力の影響、流路固体壁の影響、あるいは空隙内での渦運動の影響等を考慮できるような種々の拡張⁽⁹⁾が図られ、Vafai-Kim⁽¹⁰⁾, Lauriat-Prasad⁽¹¹⁾, Lage⁽¹²⁾, Antohe-Lage⁽¹³⁾らによって種々の問題に応用されている。本研究でも、非ダルシー則⁽¹⁴⁾を導入する。これらの研究で多用される仮定の一つに固相と流体との間の熱平衡がある。たとえば、Sozen-Kuzay⁽¹⁵⁾は金属メッシュの挿入による管内流熱伝達の促進を検討するにあたって、熱平衡の近似を行っている。Kimら⁽¹⁶⁾は金属メッシュを充填したチャネル流れの熱伝達を取り扱うにあたって、流れについては非ダルシー則を使用しているものの、熱的には固体部分と流体との間の平衡を仮定している。再生熱交換器の熱的な性能は固相と流体との間の熱の授受に依存しているから、両相間には必ず温度差が存在する。すなわち両相間には基本的特性として熱的非平衡が存在する。実際、Kuznetsov^{(17),(18)}は充填層に関する研究で、伝播する熱エネルギー波の位相が熱的非平衡のせいで固相と流体とで異なることを見い出しており、またKuznetsov-Vafai⁽¹⁹⁾の充填層の研究やVafai-Sozen⁽²⁰⁾の多孔質層の研究では熱的非平衡の影響はレイノルズ数が高い程、また空隙率が高い程大きいことが報告されている。再生熱交換器ではレイノ

* 原稿受付 1999年3月1日。

^{*1} インド工科大学カンプール校(Kanpur 208016, INDIA)。^{*2} 正員、京都大学大学院工学研究科(〒606-8501 京都市左京区吉田本町)。

ルズ数が高く、空隙率も高い場合が多いので、その熱的性能の検討には、固相と流体とを熱的に非平衡とする取り扱いが必須になる。

2. 記号

A_{IF}	: 多孔質体の比表面積 [m^{-1}] : $4(1-\varepsilon)/d_w$
A_F	: 無次元比表面積 : $A_{IF}R$
a	: 温度伝導率 [m^2/s]
Bi	: 見かけのビオ数 : hR/k_s
d_h	: メッシュ水力直径 [m] : $\varepsilon d_w/(1-\varepsilon)$
d_w	: メッシュ細線径 [m]
Da	: ダルシー数 : K/R^2
E	: 再生器温度効率 : 式 (32)
F_ε	: エルガン(Ergun)係数
f_i	: j 周波数成分の摩擦係数 ($= P_j$)
f_{eq}	: 等価全摩擦係数
K	: 透過係数 [m^2]
k	: 熱伝導率 [W/mK]
L	: 再生器無次元長さ (基準値 R)
Nu_R	: 管半径基準メッシュヌセルト数 : $h_w R/k_f$
p	: 無次元圧力 (基準値 ρW^2)
P_j	: j 周波数成分の無次元圧力勾配係数 (基準値 $\rho W^2/R$)
Pr	: 流体プラントル数
R	: 管半径 [m]
Re_R	: 管半径基準レイノルズ数 : $\rho WR/\mu$
r	: 半径方向無次元座標 (基準値 R)
T	: 温度 [K]
t	: 無次元時間 (基準値 τ_c)
W	: 断面内平均流速の変動振幅 [m/s]
w	: z 方向無次元流速成分 (基準値 W)
$\bar{w}$	: 無次元断面内平均流速 (基準値 W)
z	: 管軸方向無次元座標 (基準値 R)
β	: 流体と固相の比熱の比
Γ	: 有効熱伝導率と固相熱伝導率の比
λ	: 流体と固相の熱伝導率の比
ε	: 空隙率
θ	: 無次元温度 ($= \frac{T-T_L}{T_H-T_L}$)
ρ	: 流体の密度 [kg/m^3]
μ	: 流体の粘性係数 [$\text{Pa} \cdot \text{s}$]
τ_c	: メッシュの熱的時定数 [s]
ω	: 無次元作動周波数 (基準値 ω_c)
ω_c	: 特性周波数 ($= \frac{\pi}{\tau_c}$) [Hz]

Subscripts

f	: 流体
s	: 固相
r	: 半径方向
z	: 管軸方向

H	: 高温半周期
L	: 低温半周期

3. 取り扱うモデル

3.1 数値解析的手法 本研究では、多層金属メッシュ再生熱交換器のモデルとして、円管内のある長さ部分を充満するように挿入した多孔質柱状物体をあて、それが非圧縮性流体の平均速度ゼロの脈動流に曝される場合を取り上げて熱・流動場の数値解析を行う。流体の速度は $5 \sim 10 \text{ m/s}$ であり、最大温度差 $\Delta T (= T_H - T_L)$ は小さいとして取り扱うので、本論文では流速変動や温度不均一に伴う密度変化は考慮に入れない。圧力変動に伴う密度変動の影響も重要であるが、流速変動や温度不均一に伴う密度変化の影響と同様に今後の検討課題とする。管半径を R 、ダルシー数を Da とすると、円管内壁に発達する境界層の厚さは、 $R\sqrt{Da}$ の程度である⁽¹⁰⁾。本研究では、 $\sqrt{Da}$ は 10^{-2} 以下であるので、境界層が発達するまでの助走区間長さも管径に比較すると小さいと見込まれる。そこで、流れ場は十分発達しているとして、速度は時間と半径方向座標のみの関数と見なす。いっぽう温度場は、軸対称と仮定するものの、時間と管軸方向座標の関数であると思なす。計算は、文献^{(7),(15)}に報告されている実験例と対応する場合について行う。管半径 R と流速変動振幅 W をそれぞれ代表長さとして代表速度とするレイノルズ数 Re_R は 100 から 10,000 の範囲で変更する。ダルシー数あるいは空隙率が非常に大きい場合には、流れは高レイノルズ数域で不安定化する可能性がある。しかし本研究では、この不安定を線形不安定性問題として取り扱うにとどめる。積層メッシュ内の乱流の取り扱いは今後の課題である。メッシュ層厚さに対応する多孔質柱状物体の長さは R から $20R$ の範囲で変更する。また、特性周波数で規格化した無次元作動周波数は 1 から 1,000 の範囲で変更する。解くべき支配方程式は流体相に対する連続の式と運動方程式、流体と固体両相に対する2種類のエネルギー式であり、それらは円筒座標を用いて次の無次元形で記述出来る。

$$\frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial z} - \frac{1}{Re_R Da} w + \frac{1}{\varepsilon Re_R} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \right) - \frac{F_\varepsilon}{\sqrt{Da}} w^2 \quad (2)$$

$$\varepsilon \frac{\partial \theta_f}{\partial t} + w \frac{\partial \theta_f}{\partial z} = \frac{1}{Re_R Pr} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \Gamma_r \frac{\partial \theta_f}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\Gamma_z \frac{\partial \theta_f}{\partial z} \right) \right] - \frac{Nu_R A_F}{Re_R Pr} (\theta_f - \theta_s) \quad (3)$$

$$(1-\varepsilon)\frac{\partial \theta_s}{\partial t} = \frac{\beta}{\lambda} \frac{1}{\text{Re}_R \text{Pr}} (1-\varepsilon) \left[\frac{\partial^2 \theta_s}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \theta_s}{\partial r} + \frac{\partial^2 \theta_s}{\partial z^2} \right] + \frac{Nu_R A_F \beta}{\text{Re}_R \text{Pr}} (\theta_f - \theta_s) \quad (4)$$

ここで、 w は管軸に沿う無次元座標 z 方向の無次元流速成分であり、 θ は基準温度 T_L との差を ΔT で規格化した無次元温度、 Pr は流体プラントル数、 Nu_R は管半径 R を代表長さとするメッシュヌセルト数、 F_ε は Ergun 係数、 A_F は多孔質柱状物体の無次元比表面積、 ε は空隙率、 β と λ は流体相と固体相の間の比熱と熱伝導率の比であり、 Γ は有効熱伝導率と固体相の実際の熱伝導率との比、添え字 f と s はそれぞれ流体と固相を意味する。なお、クライオクーラへの実際応用を考える場合には、低温における物性値を用いた検討が有用であるが、本研究は基礎的事項の検討を目的としているので、計算の過程では流体は空気、固体は青銅とし、両相の物性値としては常温のものを用いた。ただし、結果の記述には無次元値を用いる。

3. 2流れ場の解析 運動方程式の解析にあたっては、調和振動解析手法を導入する。最初に、断面内無次元平均流速 $\bar{w}(t)$ は無次元作動周波数 ω で周期変動するものとして、虚数単位 $i = \sqrt{-1}$ を用いて次のように記述する。

$$\bar{w}(t) = \exp(i\omega t) \quad (5)$$

変動速度には高次成分の発生を考慮して、その分布を次のように表わす。

$$w(r, t) = \sum_{j=1}^N \phi_j \exp(ij\omega t) \quad (6)$$

上式に対応して、圧力勾配を次式のように表わす。

$$-\frac{dp}{dz} = \sum_{j=1}^N P_j \exp(ij\omega t) \quad (7)$$

ここで ϕ_j は r の関数であり、 P_j は複素定数である。本研究では N を 4 と設定した。なお、高調波の影響が現われやすい壁面摩擦係数においても、本研究で取り扱う条件下では概ね 5 次以上の高調波の寄与は大きくない。以上の式を、式 (1)、(2) に代入し、それぞれの次数 j ごとに関連する項を取りまとめると次式が得られる。

$$\frac{\partial \phi_j}{\partial z} = 0, \quad j = 1, 2, 3, 4 \quad (8)$$

$$\frac{i\omega}{\varepsilon} \phi_1 = P_1 - \frac{1}{\text{Re}_R Da} \phi_1 + \frac{1}{\varepsilon \text{Re}_R} \left(\phi_1'' + \frac{1}{r} \phi_1' \right) \quad (9)$$

$$\frac{2i\omega}{\varepsilon} \phi_2 = P_2 - \frac{1}{\text{Re}_R Da} \phi_2 - \frac{F_\varepsilon}{\sqrt{Da}} \phi_1^2 + \frac{1}{\varepsilon \text{Re}_R} \left(\phi_2'' + \frac{1}{r} \phi_2' \right) \quad (10)$$

$$\frac{3i\omega}{\varepsilon} \phi_3 = P_3 - \frac{1}{\text{Re}_R Da} \phi_3 - \frac{2F_\varepsilon}{\sqrt{Da}} \phi_1 \phi_2 + \frac{1}{\varepsilon \text{Re}_R} \left(\phi_3'' + \frac{1}{r} \phi_3' \right) \quad (11)$$

$$\frac{4i\omega}{\varepsilon} \phi_4 = P_4 - \frac{1}{\text{Re}_R Da} \phi_4 - \frac{F_\varepsilon}{\sqrt{Da}} (\phi_2^2 + 2\phi_1 \phi_3) + \frac{1}{\varepsilon \text{Re}_R} \left(\phi_4'' + \frac{1}{r} \phi_4' \right) \quad (12)$$

ここで、 $'$ 、 $''$ は r に関する 1 階および 2 階の微分係数である。いま、質量保存則を考慮すると

$$\int_0^1 2r \phi_j(r) dr = I \quad (13)$$

ただし、式 (13) において $j=1$ に対しては $I=1$ であり、他の j の値に対しては $I=0$ である。式 (9) ~ (12) に式 (13) を用いた直接の結果は

$$\frac{i\omega}{\varepsilon} = P_1 - \frac{1}{\text{Re}_R Da} + \frac{2}{\varepsilon \text{Re}_R} \phi_1'(1) \quad (14)$$

$$0 = P_2 - \frac{F_\varepsilon}{\pi \sqrt{Da}} \int_0^1 2\pi \phi_1^2 dr + \frac{2}{\varepsilon \text{Re}_R} \phi_2'(1) \quad (15)$$

$$0 = P_3 - \frac{F_\varepsilon}{\pi \sqrt{Da}} \int_0^1 4\pi \phi_1 \phi_2 dr + \frac{2}{\varepsilon \text{Re}_R} \phi_3'(1) \quad (16)$$

$$0 = P_4 - \frac{F_\varepsilon}{\pi \sqrt{Da}} \int_0^1 2\pi (\phi_2^2 + 2\phi_1 \phi_3) dr + \frac{2}{\varepsilon \text{Re}_R} \phi_4'(1) \quad (17)$$

である。これらを式 (9) ~ (12) に再び代入すると P_j が消去された ϕ_j に関する微分方程式が得られ、その実数部と虚数部から、 ϕ_j の実数部と虚数部それぞれに対する式が得られる。しかし、式 (14) ~ (17) 中に含まれる ϕ_j の管壁における値が未知の複素数であるため、それらの式は分離して取り扱えず、連立して解く必要がある。本研究では、Newton-Raphson 法を用いる反復法を併用しつつ、QUICK スキーム⁽²¹⁾に基づく差分法によって、上式を解いた。また、求められた ϕ_j の値を式 (14) ~ (17) に代入して圧力場を決定した。境界条件は管壁における粘着条件と管軸上の対称条件

$$\phi_j \Big|_{r=1} = 0 \quad (18)$$

$$\frac{\partial \phi_j}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0 \quad (19)$$

である。

3. 3温度場の解析 前記の方法で解いた速度場の情報を用いて、エネルギー式 (3) と (4) を差分法によって解いた。差分にあたっては、先と同様に拡散項には中心差分を、対流項には Quick スキーム⁽²¹⁾を用いた。また固相において計算される各量

の値には流体のそれから1時間ステップの遅れを許すこととし、差分式は陰解法を採用して、ガウス-ザイデル法によって解いた。温度場の境界条件については、流体の入り口温度は高温半サイクルでは高温端で無次元温度にして1、また低温半サイクルでは低温端で無次元温度にしてゼロとし、いずれの半サイクルとも出口端では温度勾配をゼロとした。また次の式のように、管軸上で温度場は軸対称とし、管壁では式(21)、(22)による熱移動を仮定した。

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial r} \right|_{r=0} = 0 \quad (20)$$

$$-\left. \frac{\partial \theta_f}{\partial r} \right|_{r=1} = \frac{Bi}{\lambda} (\theta_f|_{r=1} - \theta_\infty) \quad (21)$$

$$-\left. \frac{\partial \theta_s}{\partial r} \right|_{r=1} = Bi (\theta_s|_{r=1} - \theta_\infty) \quad (22)$$

ただし、 Bi は見かけのビオ一数で、下に示す結果では1例を除いて $Bi = 0$ (断熱) とし、例外的に外部からの熱侵入の影響が比較的顕著に現れる $Bi = 3 \times 10^{-3}$ の場合について検討したが、この Bi の値自体には特別の意味はない。なお、 θ_∞ は外界温度であるが、本研究ではそれに $\theta_H = 1$ をあてた。流動の時定数に比べて後に示す温度場時定数は大きく、このため計算開始後得られる温度場はサイクル毎に変化する過渡状態を示した。そこで、本研究では1万サイクルにわたって計算を続行し、その時点の結果を漸近的に到達する定常状態の結果と見なして、それについて検討を加えた。

3. 4積層メッシュの多孔質体モデル 計算対象とした積層メッシュに等価な多孔質体の特性パラメータは次のように設定した。文献⁽⁷⁾の積層メッシュでは空隙率が $\varepsilon = 0.703$ 、ワイヤ径が $d_w = 0.0508 \text{ mm}$ 、メッシュ等価水力直径が $d_h = 0.1205 \text{ mm}$ 、管半径が $R = 9.5 \text{ mm}$ 、比表面積が $A_{IF} = 222.16 [1/\text{m}]$ である。したがって、摩擦係数の式は次のように表わされる。

$$-\varepsilon^2 \frac{dp}{dz} \frac{d_h}{R} = \frac{174.1\varepsilon}{\text{Re}_R} \frac{R}{d_h} + 2.645 \quad (23)$$

定常系に対して、式(2)の積分形は次のようになる。

$$-\varepsilon^2 \frac{dp}{dz} \frac{d_h}{R} = \frac{2\varepsilon^3}{\text{Re}_R Da} \frac{d_h}{R} + \frac{2F_\varepsilon \varepsilon^2}{\sqrt{Da}} \frac{d_h}{R} \quad (24)$$

両式の対比から透過係数は $K = 1.172 \times 10^{-10} \text{ m}^2$ 、等価ダルシー数は $Da = 1.298 \times 10^{-6}$ 、Ergun 係数は $F_\varepsilon = 0.24$ と推定される。メッシュヌセルト数⁽⁷⁾は

$$\text{Nu}_R = 3.47 \text{Re}_R^{0.548} \quad (25)$$

である。文献(15)に報告された積層メッシュについては空隙率 $\varepsilon = 0.85$ 、ワイヤ径 $d_w = 0.2 \text{ mm}$ 、メッシュ等価水力直径 $d_h = 1.133 \text{ mm}$ 、管半径 $R = 5 \text{ mm}$ 、相

当透過係数と相当ダルシー数は $K = 6.99 \times 10^{-9} \text{ m}^2$ 、 $Da = 3.0 \times 10^{-4}$ である。Ergun 係数の推定値は $F_\varepsilon = 0.05$ となった。メッシュ熱伝達係数については報告がないので、空隙率の大きいことを勘案して単一円柱周りの熱伝達率⁽²²⁾を用いた。多孔質体内の有効熱伝導率については、両メッシュの場合とも球状粒子からなる多孔質体のそれ⁽¹⁴⁾をあてた。なお、いずれの場合に対する計算でも、固相(青銅)と流体(空気)の比熱と熱伝導率の比を $\beta = 4 \times 10^{-4}$ および $\lambda = 3 \times 10^{-4}$ とした。再生熱交換器の特性を支配する重要なパラメータの一つに次に示すワイヤの熱的な時定数 τ_c がある。

$$\frac{\alpha_f \tau_c}{d_w^2} = \frac{1}{\beta \text{Nu}_w} \quad (26)$$

あるいは流動の時定数 τ_w との比で示せば

$$\frac{W \tau_c}{R} = \frac{d_w}{R} \frac{\text{Pr} \text{Re}_R}{\beta \text{Nu}_w} \quad (27)$$

であり、この時定数に対応する特性周波数を

$$\omega_c = \frac{\pi}{\tau_c} \quad (28)$$

とすると、その無次元値(無次元特性周波数) $R \omega_c / W$ は管レイノルズ数 100 と 10,000 の場合に対して、文献(7)の積層メッシュについては 0.177 と 0.021、また文献(15)の積層メッシュについては 0.0157 と 0.00113 である。なお、以下に示す作動周波数 ω は ω_c で規格化した無次元周波数である。

4. 結果とその検討

4.1 動的定常状態における流動特性 異なる3ケースについて、流速の時間変化を管内の2ヶ所、管軸上 $r = 0$ と管壁の近傍 $r = 0.975$ 、において調べた。いずれの場合にもレイノルズ数は 1,000、作動周波数 ω は 100 である。結果は図1に示してあり、図1aは文献(7)のメッシュで空隙率が一樣であると仮定した場合、図1bは同じく文献(7)のメッシュで不均一な空隙率分布を仮定した場合に対するものである。図1cは空隙率一定の文献(15)のメッシュに対するものである。図1aでは流速がほぼ正弦波状に変化することが観察されると同時に、いずれの位置においてもほぼ同一の変化をしており、位置による違いが少ないことが推察される。正弦波状の変化は、それが基本調和振動モードによるものであり、この場合には高調波成分の寄与は小さいことが結論できるが、このことは文献(7)で得られている結論と良く符合する。空隙率の不均一がいかなる影響をもたらすかを調べるために、空隙率分布が球状粒子からなる多孔質体の場合に使用される次式に従い、かつ管壁位置の最大空隙率が 0.85 である場合についても計算を行った。

$$\varepsilon(y) = \varepsilon_0 \left\{ 1 + A_2 \exp \left[-A_1(y-1) \frac{R}{d_w} \right] \right\} \quad (29)$$

ここで A_1 と A_2 には定常流下の圧損値が実験値に一致する 0.304 と 0.209 をあてた。図 1b では、空隙率が高い管壁近傍において速度変動の振幅が大きいことが認められる。しかし、依然として変動パターンは正弦波状である。図 1c では、管壁近傍の流速変動に高調波成分の寄与が明確に認められる。高調波成分発生をもたらすこの不安定現象の発生は、文献(15)で使用したメッシュの空隙率が大きいことに起因する。以上の3ケースについてレイノルズ数と作動周波数 ω を変えて摩擦係数を計算した。その結果を表1から表3に示す。表中に示した摩擦係数の j 次の調和周波数成分は P_j に相当し、最右欄に示した等価全摩擦係数の値は

$$f_{eq} = \sqrt{\sum_{j=1}^4 |P_j|^2} \quad (30)$$

によって計算した。表中の $\text{Real}(j)$ と $\text{Imag}(j)$ が P_j の実数部と虚数部に相当する。レイノルズ数 100 の全ケースにおいて、等価全摩擦係数への作動周波数成分の寄与が支配的である。また、その場合には虚数部の寄与は小さく、圧力勾配の値が断面内平均流速 $\bar{w}$ と同位相で変動することがわかる。ただし、周波数の増大につれて虚数部の寄与が増大する傾向がある。この点については後述する。レイノルズ数が 10,000 になると、事情はかなり相違する。文献(7)の均一空隙率メッシュの場合には、第2高調波からの寄与が最も大きく、他の2ケースでは第4高調波の寄与が最大である。摩擦係数の推算にあたっては高調波の寄与が考慮できる本研究の取り扱いが有効であるが、同時に大きな空隙率の場合に対しては乱流が取り扱える別途の方法の開発が必要であること結論されるほかに、大きな空隙率の積層メッシュは、高調波の寄与による圧損の増大のため、再生熱交換器には適さないことが示唆される。

なお上に得られた結果の幾つかの基本的傾向については、運動方程式の形から、その合理性が説明

できる。すなわち表1に示した諸ケースでは、多孔質体中の管内中央部では流速はほぼ様な分布をもって作動周波数で変動しており、 ϕ_1 の値は1に近い実数値である。それ故に式(9)は近似的に

Fig.1 Time trace of velocity change.

Table 1 Friction Factor as a Function of Reynolds Number and Frequency: Mesh of [7].

Re	= 100								
ω	Real(1)	Imag(1)	Real(2)	Imag(2)	Real(3)	Imag(3)	Real(4)	Imag(4)	f_{eq}
1	0.77E+4	0.25	0.21E+3	0	-0.69E-2	0	0	0	0.773E+4
10	0.77E+4	0.25E+1	0.21E+3	0	-0.69E-2	0	0	0	0.773E+4
100	0.77E+4	0.25E+2	0.21E+3	0	-0.69E-2	0	0	0	0.773E+4
1000	0.77E+4	0.25E+3	0.21E+3	-0.9E-2	-0.7E-2	0	0	0	0.773E+4
Re	= 10000								
ω	Real(1)	Imag(1)	Real(2)	Imag(2)	Real(3)	Imag(3)	Real(4)	Imag(4)	f_{eq}
1	0.77E+2	0.3E-1	0.21E+3	0	-0.7	0	0.26E+1	-0.6E-2	0.225E+3
10	0.77E+2	0.3E0	0.21E+3	-0.11E-2	-0.69	0.92E-2	0.26E+1	-0.59E-1	0.225E+3
100	0.77E+2	0.31E+1	0.21E+3	-0.1E-1	-0.68	0.92E-1	0.26E+1	-0.58	0.225E+3
1000	0.77E+2	0.31E+2	0.21E+3	-0.89E-1	-0.35	0.44	0.11E+1	-0.18E+1	0.227E+3

$$\frac{i\omega}{\varepsilon} \phi_1 = P_1 - \frac{1}{ReDa} \phi_1 \quad (31)$$

となる。この式から、摩擦係数の実数部はReの逆数に比例し、またその虚数部は作動周波数 ω に比例することが説明できる。

4. 2熱的動作特性 図2に、文献(7)の積層メッシュ内の最大および最小流体温度の管軸方向分布を例示した。作動流体は、高温半周期中には温度 $\theta_H (=1)$ でメッシュ高温端から流入し、固相との熱交換によって管軸方向に温度は低下し、低温端からある温度 θ_L で流出する。低温半周期中には、流体は温度 $\theta_L (=0)$ を持って低温端から流入し、温度勾配を遡りながら固相と熱交換をして、高温端からある温度 θ_h で流出する。 θ_h と θ_L はメッシュ内の局所流体温度と同じく時間とともに変動する。図2aはメッシュ長さが $5R$ の場合、図2bはそれが $10R$ の場合の結果である。いずれの図においても、右下がりの曲線は高温半周期中に得られる最大温度分布を、また右上がりの曲線は低温半周期中の最低温度分布を示す。横軸は管軸方向の無次元距離(z/L)であるが、右下がりの曲線に対しては図の左端が高温端であり、右上がりの曲線に対しては横軸が左右逆になっていて図の右端が高温端である。矢印は流体の流れる方向を表している。図2aでは温度分布がほぼ直線であり、メッシュ内の各部分がほぼ均等に熱の再生に寄与していることがわかる。また θ_L がゼロに近く、他方 θ_h は1に近いので、

$$E = \frac{\theta_h - \theta_L}{\theta_H - \theta_L} \left(\approx \frac{\theta_H - \theta_L}{\theta_H - \theta_L} \right) \quad (32)$$

で定義される再生器温度効率 E は、1に近い値となっている。図2bでは低温端近くのかかなりの部分で温度勾配が小さく、熱再生へのその部分の寄与が小さく、長すぎる熱再生器は有用でないことがうかがわれる。その部分を削除して長さを半分に短縮し、各部の寄与の有効化を図ったのが図2aの場合と言う

ことになる。図からは読み取れないが、固相と流体の温度差は長さが大きい $10R$ の場合に大きい、作動周波数によってはあまり影響を受けない結果が得られた。同様のことは文献(6)でも指摘されている。文献(15)のメッシュに対する同様の温度分布の計算結果を図3に示した。この空隙率が大きい場合には、温度分布の直線性は不良ではなく、メッシュ内の各部は熱再生にほぼ均等に寄与しているものの、空隙率が大きすぎて固相への蓄熱が不十分なために、再生器温度効率はかなり低下している。すなわち空隙率が大きいメッシュは熱的にも熱再生器として適当とは言えない。

表4および5に再生器温度効率に及ぼす作動周波数の影響をまとめた。表中には、参考のためにメッシュ中央 $z/L = 0.5$ で計算された流体と固相双方の最高温度と最低温度を記載した。計算の対象は

Fig.2 Temperature profile for the mesh of reference(7).

Table 2 Friction Factor as a Function of Reynolds Number and Frequency:Effect of Variable Porosity (Mesh of [7]).

Re	= 100								
ω	Real(1)	Imag(1)	Real(2)	Imag(2)	Real(3)	Imag(3)	Real(4)	Imag(4)	f_{eq}
1	0.79E+4	0.27	0.25E+3	-0.8E-2	-0.75E+1	0.33E-2	0.18E+1	-0.13E-2	0.796E+4
10	0.79E+4	0.27E+1	0.25E+3	-0.8E-1	-0.75E+1	0.33E-1	0.18E+1	-0.13E-1	0.796E+4
100	0.79E+4	0.27E+2	0.25E+3	-0.8	-0.75E+1	0.33	0.18E+1	-0.13	0.796E+4
1000	0.79E+4	0.27E+3	0.25E+3	-0.78E+1	-0.65E+1	0.30E+1	0.13E+1	-0.11E+1	0.796E+4
Re	= 10000								
ω	Real(1)	Imag(1)	Real(2)	Imag(2)	Real(3)	Imag(3)	Real(4)	Imag(4)	f_{eq}
1	0.79E+2	0.3E-1	0.25E+3	-0.98E-1	-0.75E+3	0.41E+1	0.18E+5	-0.17E+3	0.27E+5

Table 3 Friction Factor as a Function of Reynolds Number and Frequency:Mesh of [15].

Re	= 100								
ω	Real(1)	Imag(1)	Real(2)	Imag(2)	Real(3)	Imag(3)	Real(4)	Imag(4)	f_{eq}
1	0.34E+2	0.19E-1	0.30E+1	0	-0.6E-2	0	0.55E-3	0	0.34E+2
10	0.34E+2	0.19E0	0.30E+1	-0.48E-3	-0.6E-2	0	0.55E-3	0	0.34E+2
100	0.34E+2	0.19E+1	0.30E+1	-0.48E-2	-0.6E-2	0.85E-3	0.55E-3	-0.16E-3	0.35E+2
1000	0.34E+2	0.75E+1	0.30E+1	-0.18E-1	-0.46E-2	0.27E-2	0.21E-3	-0.38E-3	0.35E+2
Re	= 10000								
ω	Real(1)	Imag(1)	Real(2)	Imag(2)	Real(3)	Imag(3)	Real(4)	Imag(4)	f_{eq}
1	0.346E0	0.13E-2	0.30E+1	-0.35E-3	-0.61E0	0.62E-2	0.55E+1	-0.12E0	0.63E+1

Fig.3 Temperature profile for the mesh of reference(15).

Table 4 Regenerator effectiveness and mid-point temperature (Re = 100, L = 10).

ω	θ_f		θ_s		E
	max	min	max	min	
1	0.503	0.501	0.503	0.502	0.908
10	0.502	0.500	0.501	0.501	0.942
100	0.502	0.500	0.501	0.501	0.950
1000	0.214	0.213	0.213	0.213	0.932

Table 5 Regenerator effectiveness and mid-point temperature (Re = 10,000, L = 10).

ω	θ_f		θ_s		E
	max	min	max	min	
1	0.582	0.564	0.579	0.566	0.950
10	0.577	0.566	0.573	0.571	0.953
100	0.245	0.234	0.239	0.239	0.932
1000	0.6E-4	0.4E-4	0.5E-4	0.5E-4	0.847

文献(7) で用いたメッシュである。計算結果から、再生器温度効率が最大となる最適作動周波数があること、流体と固相双方において温度の時間変化は小さいことが結論される。表6には、メッシュ長さを大きくした場合に対する同様の計算結果を示した。メッシュ長さを大きくすると、再生器温度効率はたしかに増大するが、たとえ5Rから20Rに増大しても、得られる再生器温度効率の向上は顕著なものではない。長さが10Rあるいは20Rの場合にはメッシュ中央位置の温度は0.5からかなり相違した値となっている。このことは、メッシュ全長の半分以上が熱再生に有効に寄与していないことを示唆する。また、全長が長ければ、その分だけ圧力損失も大きくなり、むしろ不利である。ただし、後に述べるように、メッシュ長が大きい場合には今回行った1万サイクルにわたる計算でも、動的定常状態への到達は不完全である。したがって、有効に作動しない部分の長さについての定量的な正確さは十分でない可能性があることを付言しておく。

Table 6 Regenerator effectiveness and mid-point temperature (Re=10,000).

$L = 1$					
ω	θ_f		θ_s		E
	max	min	max	min	
1	0.573	0.451	0.561	0.464	0.768
100	0.552	0.470	0.512	0.511	0.794
$L = 5$					
ω	θ_f		θ_s		E
	max	min	max	min	
1	0.553	0.525	0.550	0.528	0.929
100	0.486	0.467	0.477	0.477	0.927
$L = 10$					
ω	θ_f		θ_s		E
	max	min	max	min	
1	0.582	0.564	0.579	0.566	0.950
100	0.245	0.234	0.239	0.239	0.932
$L = 20$					
ω	θ_f		θ_s		E
	max	min	max	min	
1	0.648	0.641	0.648	0.642	0.963
100	0.7E-2	0.6E-2	0.7E-2	0.7E-2	0.928

Table 7 Regenerator effectiveness and mid-point temperature (Re = 10,000, L = 10, Bi = 3×10^{-3}).

ω	θ_f		θ_s		E
	max	min	max	min	
1	0.518	0.490	0.515	0.494	0.887
10	0.513	0.495	0.505	0.502	0.892
100	0.462	0.444	0.453	0.452	0.887
1000	0.2E-1	0.2E-1	0.2E-1	0.2E-1	0.805

Table 8 Regenerator effectiveness and mid-point temperature for the mesh of (15).

ω	θ_f		θ_s		E
	max	min	max	min	
1	0.840	0.188	0.766	0.271	0.616
100	0.746	0.268	0.514	0.508	0.669

表7は、管壁面における見かけのBiot数を 3×10^{-3} として、管壁を通しての外部からの熱侵入を考慮した場合の同様の結果を示す。Biot数をゼロとした場合に対する表6の結果と比較すると、外部への熱損失は再生器温度効率を低下させることがわかる。表8は文献(15)のメッシュに対する結果である。すでに図3で見たように、空隙率が大きいメッシュでは再生器温度効率が低い、この表によるともう一つ特徴的なこととして、流体ならびに固相温度の変動振幅が大きいことが挙げられる。

最後に、過渡応答特性について付言する。温度の初期条件は、流体についても固相についても、あらゆる場所で $\theta = 0$ である。計算開始後は、半周期間は高温流体によって加熱され、残りの半周期間には低温流体によって冷却される。固相と流体の温度差は加熱時の方が冷却時より大きいので、固相温度は時間的に増減を繰り返しつつも高温端から次第に上昇し、固相中にはある不均一温度分布が広がる。この分布と温度変動振幅の分布は本報で検討した殆どの条件で、1万サイクルの間に定常な形状に漸

近した。しかし、メッシュ長が大きくなると、この動的定常状態の到達までに必要なサイクル数は増大し、たとえば、図2に図示したメッシュ長が $10R$ 、作動周波数 ω が100の場合のように、1万サイクルでは十分でない場合も認められた。しかし、その場合にも再生器温度効率は、1万サイクル内で動的定常状態の値に漸近した。したがって、温度分布はメッシュ全長のどの部分が熱再生に有効であるかを知る手がかりを与えるが、全体の再生器温度効率へのその影響は大きくないと結論できる。

5. 結言

本研究では、積層メッシュ型再生熱交換器を多孔質体で置き換えるモデルを採用した。温度場に比して速度場は急速に動的定常状態に達するとの概念にもとづいて、調和振動解析手法を用いて速度場を解析し、その結果に立脚してエネルギー式を数値解析し、再生熱交換器の非定常特性を含む熱流動特性を検討した。得られた主な結果は次の通りである。

(1) 文献(7)で使用された通常の空隙率のメッシュでは、流速は文献(6)で仮定されているように、管壁のごく近傍を除いてほぼ断面内で一様な速度分布を保ちつつ変動する。この場合には、圧力損失は流速と同位相で変動する。空隙率が大きい文献(15)のメッシュでは、流れが不安定化し、高次の調和変動成分を含む流速変動が生じやすく、摩擦係数への高次調和変動成分の寄与が顕著になる。ただし、高レイノルズ数域では乱流化している可能性があり、その場合の取り扱いは今後の課題である。

(2) 100程度のレイノルズ数の場合には、温度場は 10^4 サイクル内に動的定常状態に到達する。再生器温度効率は文献(7)のメッシュでは、レイノルズ数が10,000と高い場合でも、メッシュ全長が $5R$ より大きければ、0.9程度とかなり大きい。メッシュ全長すなわち積層数を大きくすると再生器温度効率は若干増大するが、それを $5R$ より長くすることは圧力損失が増大する点で不利となるので推奨できない。文献(15)のメッシュのように空隙率が大き過ぎる場合には固相および流体の温度変動の振幅が大きく、再生器温度効率は低い。

(3) 外部からの熱侵入は再生器効率を低下させる。この点については、本モデルを用いた定量的検討が今後望まれる。

本研究は、著者の一人(KM)が日本学術振興会長期招へい研究者として京都大学に滞在した期間中に行ったもので、文部省科学研究費#09875060の一部を使用した。ここに記して謝意を表する。

文献

[1] G. Walker, *Cryocoolers, Part 1 and 2*, International Cryogenics Monographs Series, Plenum Press, New York (1983).
[2] J.G. Brisson and G.W. Swift, Measurements and modelling

of recuperator for superfluid Stirling refrigerator, *Cryogenics* **34**, 971-982 (1994).
[3] T.M. Kuzay, J.T. Collins, A.M. Khounsary and G. Morales, Enhanced heat transfer with metal wool-filled tubes, *Proc. ASME/JSME Thermal Engineering Conference*, 145-151 (1991).
[4] M.D. Atrey and D. Heiden, Performance evaluation of an optimized two-stage, free displacer plastic Stirling cryocooler with gap regenerator, *Cryogenics* **36**, 47-52 (1996).
[5] L. Bauwens, Stirling cryocooler model with stratified cylinders and quasisteady heat exchangers, *J. Thermophysics and Heat Transfer* **9**, 129-135 (1995).
[6] 湯学忠・吉田英生・在・越後亮三, スターリング用再生器の非定常伝熱解析, 機論 B, 565-525, 1440-1447 (1990).
[7] P.H. Chen, Z.C. Chang and B.J. Huang, Effect of oversize in wire-screen matrix to the matrix-holding tube on regenerator thermal performance, *Cryogenics* **36**, 365-372 (1996).
[8] 一色誠太・坂野晃・牛山泉・一色尚次, 再生熱交換器メッシュの往復流における流動特性と伝熱特性の研究, 機論 B, 62-604, 4254-4261 (1996).
[9] M. Kaviani, *Principles of Heat Transfer in Porous Media*, Mechanical Engineering Series, Springer, New York (1991).
[10] K. Vafai and S.J. Kim, Forced convection in a channel filled with a porous medium: an exact solution, *Trans. ASME J. Heat Transfer* **111**, 1103-1106 (1989).
[11] G. Lauriat and V. Prasad, Non-darcian effects on natural convection in a vertical porous enclosure, *Int. J. Heat Mass Transfer* **32**, 2135-2148 (1989).
[12] J.L. Lage, On the theoretical prediction of transient heat transfer within a rectangular fluid-saturated porous medium enclosure, *Trans. ASME J. Heat Transfer* **115**, 1069-1071 (1993).
[13] B.V. Antohe and J.L. Lage, Amplitude effect on convection induced by time-periodic horizontal heating, *Int. J. Heat Mass Transfer* **39**, 1121-1133 (1996).
[14] A. Amiri and K. Vafai, Analysis of dispersion effects and non-thermal equilibrium, non-Darcian, variable porosity incompressible flow through porous media, *Int. J. Heat Mass Transfer* **37**, 939-954 (1994).
[15] M. Sozen and T.M. Kuzay, Enhanced heat transfer in round tubes with porous inserts, *Int. J. Heat Fluid Flow* **17**, 124-129 (1996).
[16] S.Y. Kim, B.H. Kang and J.M. Hyun, Heat transfer from pulsating flow in a channel filled with porous media, *Int. J. Heat Mass Transfer* **37**, 2025-2033 (1994).
[17] A.V. Kuznetsov, An investigation of a wave of temperature difference between solid and fluid phases in a porous media, *Int. J. Heat Mass Transfer* **37**, 3030-3033 (1994).
[18] A.V. Kuznetsov, A perturbation solution for a nonthermal equilibrium fluid flow through a three dimensional sensible storage packed bed, *Trans. ASME J. Heat Transfer* **118**, 508-510 (1996).
[19] A.V. Kuznetsov and K. Vafai, Analytical comparison and criteria for heat and mass transfer models in metal hydride packed beds, *Int. J. Heat Mass Transfer* **38**, 2873-2884 (1995).
[20] K. Vafai and M. Sozen, Analysis of energy and momentum transport for fluid flow through a porous bed, *Trans. ASME J. Heat Transfer* **112**, 690-699 (1990).
[21] B.P. Leonard, A stable and accurate convective modelling procedure based on quadratic upstream interpolation, *Computer Meth. Appl. Mech. Engg* **19**, 59-98 (1979).
[22] M.N. Ozisik, *Heat Transfer: A Basic Approach*, McGraw Hill, New York (1985).