壁面近傍を上昇する微小変形気泡に働く揚力*

竹村 文男^{*1}, 高木 周^{*2}, 松本 洋一郎^{*2}

Lift Force on a Slightly Deformed Bubble Rising Near a Wall

Fumio TAKEMURA^{*3}, Shu TAKAGI and Yoichiro MATSUMOTO^{*3} Graduate School of Frontier Sciences, The University of Tokyo,
7-3-1 Hongo, Bunkyo-ku, Tokyo, 113-0033 Japan

Lift force on a slightly deformed bubble rising near a plane wall was measured experimentally. We developed an experimental apparatus in which a CCD camera with a microscope follows the rising bubble. We used it to precisely measure the bubble radius (R), the rising speed (U), the distance between the bubble and the wall (L) and the deformation of the bubble, and then estimated the lift force including the effect of both the inertia and the deformation. We also analytically estimated the deformation and the lift force due to the deformation under the Stokes approximation. We compared the analytical solutions with the experimental results. The results show that the deformation can be expressed as a function of the Capillary number defined by the R , the U , the L and the surface tension and the experimental and analytical values are in the same order. They also show that the lift force estimated by the analytical solutions is smaller than the force estimated by the experimental values.

Key Words: Bubble, Multi-Phase Flow, Viscous Flow, Lift Force, Wall Effect, Deformation

1. 緒 論

化学エネルギーを利用した熱エネルギー輸送システム, オゾンなどを用いた水質浄化技術において液相化学反応が重要なテーマとなっている. 液相反応においては, 反応ガスの溶解過程が反応律速となることが多く, その溶解促進のために, サブミリオーダーの気泡直径を持つマイクロ気泡を活用することは, 攪拌動力を抑えるための省エネルギー技術として大きな意味を持つ. 液相反応における総括的な反応速度を予測する上で, 反応器内の流動解析は重要であるが, その中でも壁面近傍の気泡は, 壁面の存在により揚力を受けることから, 気泡の挙動を把握するために揚力を定量的に評価することは重要である.

著者ら^①は, 顕微鏡付きのカメラを移動させながら, 静止流体中を上昇する気泡の上昇速度と気泡径を同時に測定する装置を用いて, 球形ガス気泡の壁面近傍の揚力を測定した. 実験では, シリコンオイル中に壁に

相当する板を挿入した状態で, 上昇するガス気泡を顕微鏡付きのカメラを移動させながら撮影し, その画像から測定した気泡径, 上昇速度, 気泡と壁面距離を測定した. そして, Vasseur ら^②の結果を応用することにより導出した以下の式を用いて, 実験結果から揚力を評価した.

$$F_{L,z} = 4\pi\mu R U Re_H I_{L,z} \dots\dots\dots (1)$$

ここで,

$$I_{L,z} = \frac{W}{U Re_H} \left[1 + \left\{ \frac{8}{Re} + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{3.315}{Re^{0.5}} \right) \right\}^{-1} + \frac{R}{L} L^* I_{D,z} \right] \dots\dots\dots (2)$$

また, $L^* = LU/\nu$, $I_{D,z}$ は壁に垂直な方向に気泡が運動する場合の抵抗で以下のように示される.

$$I_{D,z} = \frac{1}{2\pi L^2} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \frac{\lambda^2}{i \cos \phi} \left\{ \left(\frac{e^{-2\lambda}}{\lambda} - \frac{e^{-2\chi}}{\chi} \right) + \frac{2(e^{-\lambda} - e^{-\chi})^2}{(\chi - \lambda)} \right\} d\lambda d\phi \dots\dots (3)$$

* 原稿受付 2000年3月3日.

*¹ 正員, 東京大学大学院新領域創成科学研究科 (〒113-0033 文京区本郷 7-3-1).*² 正員, 東京大学大学院工学系研究科.

E-mail: take@k.u-tokyo.ac.jp

Fig. 1 I_{Lz} as a function of L^*

ここで、 $\chi^2 = \lambda^2 + \lambda L^* \cos \phi$ である。(2)式を用いて実験結果から揚力を評価した結果、 $Re_{\infty}=0.25$ および 1.25 の場合において L^* に対する I_{Lz} について図 1 に示すような結果を得た。図中、実線は Vasseur らの結果を応用して求めた理論解であり、以下のように示される。

$$I_{Lz} = \frac{1}{2\pi L^{*2}} \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \frac{\chi + \lambda}{\chi - \lambda} (e^{-\lambda} - e^{-\chi})^2 \lambda d\lambda d\phi \quad (4)$$

K20, K50 および K100 はシリコンオイルの種類を表し、それぞれ表 1 のような物性を持っている。著者らは、図 1 に対する考察として、 $L^* > 1$ の範囲では変形の影響は十分小さく、気泡は球形であると仮定でき、揚力は Re 数と L^* の関数となる一方、 $L^* < 1$ では微妙ではあるが気泡が変形し、ストークス領域に近いところでは揚力に対して影響を与えている。

Stokes 領域流れでは、せん断流中を移動する球形気泡には揚力が働かないが²⁾、気泡がせん断により変形を伴う場合には、Stokes 領域においても進行方向に対して垂直な力が発生する。この場合、あらたにせん断力と表面張力の比をあらわす Ca 数という無次元数を考慮する必要がある³⁾。Stokes 領域において壁近傍を上昇する場合、気泡周りの流れ場は無限流体中の流れ場と鏡像が作る流れ場の足し合わせとなる。鏡像のつくり出す流れ場は非対称な流れとなり、これが変形を誘起する。

せん断流中に置かれた気泡あるいは液滴の変形については、Stokes 流れの近似のもと、これまで多くの理論的な研究が行われており、その基本的な解析方法について Leaf³⁾により詳しく解説されている。Chan ら⁴⁾

Table 1 Thermophysical Properties of Silicon Oil

	K20	K50	K100
ρ	947	953	962
μ	18.9	44.7	94.0
ν	20.0	46.9	99.5
σ	20.8	20.8	20.9

は二枚の壁面間に作られた単純せん断流中あるいは Poiseuille 流れ中における液滴の変形量を理論的に導出している。さらに解析から得られる流れと垂直な方向の移動速度を実験結果⁵⁾と比較し、流れにおける液滴の平衡位置について実験と良く一致する結果を得ている。Shapira ら⁶⁾は平行平板間のせん断流れ中における液滴の変形量を求め、Chan ら⁴⁾の結果と一致することを示している。さらに、彼らは平行平板間の壁面近傍を平板に平行に移動する液滴の変形量を求めている⁷⁾。Uijtewaal ら⁸⁾は、壁面近傍の単純せん断流れ中における液滴の変形量と移動速度を数値的に求め、Chan ら⁴⁾や Shapira ら⁶⁾の結果と比較を行っている。また、脇屋⁹⁾は、表面ですべりのない楕円体が迎角を持ちながら平面に平行に移動する場合に受ける力を解析的に導いている。

本研究では、著者らが球形気泡の揚力を測定した方法¹⁰⁾と同様の方法で、Stokes 領域に近い低 Re 数領域における壁面近傍を上昇する微小変形気泡に働く揚力を測定した。また、撮影した画像より変形量を評価し、変形量を理論的に評価した Shapira らの結果⁶⁾と比較した。さらにその変形量をもとに揚力を評価し、実験結果と比較した。

2. おもな記号

- Ca : キャピラリ数 ($3\mu UR^2/8\sigma L^2$)
- F_D : 抵抗力 (N)
- F_L : 揚力 (N)
- L : 気泡中心・壁面間距離 (mm)
- R : 気泡半径 (mm)
- $\mathbf{r}$: 位置座標ベクトル
- Re : レイノルズ数 ($2RU/\nu$)
- Re_H : レイノルズ数 (RU/ν)
- U : 気泡の鉛直方向速度 (mm/s)
- u, v, w : x, y, z 方向速度 (mm/s)
- W : 気泡の水平方向速度 (mm/s)
- ε : 変形量
- μ : 液体の粘性係数 (mPa · s)
- ν : 液体の動粘性係数 (mm²/s)
- ρ : 液体の密度 (kg/m³)
- σ : 表面張力係数 (mN/m)

Fig. 2 Schematic of the experimental apparatus

添字など

w: 壁面存在下

 ∞ : 無限流体中

3. 揚力測定実験

図2に揚力測定実験装置を示す。本実験装置は、テストセクション、気泡発生部、ステンレスプレートと、顕微鏡、CCDカメラ、ビデオ装置などの測定系、光学用z軸ステージ、ステージコントローラ、ビデオ入出力用ボードおよびそれらを制御するパーソナルコンピュータなどの制御系からなる。ただし、実験装置、実験方法、実験データ整理方法および実験条件については文献(1)および(9)に詳しく記載されていることから、ここでは省略する。

図3に、K100のシリコンオイル中に挿入されたプレート近傍を上昇する気泡画像を示す。気泡径は0.740 mm、無限流体中での上昇速度は172 mm/s、そのときの Re 数が0.25である。また、(a)では $L=1.11$ mm、 $U=133$ mm/s、(b)では $L=1.90$ mm、 $U=150$ mm/sである。図より、どちらの気泡もほぼ球形に見えるが、詳細に測定すると、気泡は壁側が下向きに引っ張られるように変形している。Shapiraらの理論解析によれば、壁面近傍を壁面と平行に移動する場合の液滴あるいは気泡は、図3において水平方向から約 45° 傾いた方向が伸長し、 -45° の方向が短縮した楕円体となることが示される。図より、(a)、(b)ともに、水平方向から約 45° 傾いた方向が伸長し、 -45° の方向が短縮

Fig. 3 Photographs showing a rising bubble in Silicon oil

した楕円体をしているが、(a)の場合は長軸と短軸の比が約1.05、(b)の場合は約1.01と(a)に比べて変形量が小さくなっており、壁面近くを上昇する方が変形量が大きくなることがわかる。また、変形量を ε とし、 ε の一次のオーダーで気泡の体積が変化せず、平面に平行な方向に微小に変形した場合の長軸と短軸の比は

$$\alpha = \frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon} \dots\dots\dots (5)$$

とあらわせる。(5)式を用いると(a)の場合で $\varepsilon=0.0240$ 、(b)の場合で $\varepsilon=0.0061$ となる。

4. 変形量と揚力の評価

実験結果より、気泡は壁側が下向きに引っ張られるように変形し、楕円体が約 45° 傾いた状態となって、鉛直方向から少し傾いた方向に上昇することがわかった。また、文献(1)で示したように、本実験結果に対しては定常を仮定できる。定常状態における微小変形気泡に働く力のつり合いは、模式的に図4のように

Fig. 4 Schematic of balance among buoyancy, drag and lift forces

あらわせ、気泡に働く抵抗力と浮力および揚力が釣り合う。特に、揚力は抵抗力の z 方向成分と釣り合う。したがって、実験的に求まる z 方向速度(W)から(1)および(2)式を用いて気泡の抵抗力が求めれば、それが微小変形の仮定のもとで求める揚力の近似値となる。一方、揚力は慣性と変形の影響から生み出される。慣性項が支配的な領域では NS 方程式の非線形項を無視することができないことから、揚力を慣性項から生じる力と変形により生じる揚力の線形和により評価することはできない。しかし、本実験条件では Re 数が十分小さく Stokes 領域に近いことから、変形については NS 方程式の慣性項を無視して線形化し、揚力を慣性項から生じる力と変形により生じる揚力の単純和により評価できるとした。

慣性項から生じる揚力は、(1)および(2)式のように表せる。一方、変形により生じる揚力は、気泡の変形量を求め、その変形量に対して揚力を評価することとした。

4.1 変形量の評価 Shapira ら⁹⁾は平行平板間の壁面近傍を平板に平行に移動する液滴の変形量を理論的に求めている。彼らの結果において、平行平板間の距離を無限大にした場合、平板が一枚の場合での結果となる。理論解析結果によれば、気泡に対して図4の座標系における x - z 平面に平行な変形が誘起され、 $\theta = 45^\circ$ の方向が伸長し、 $\theta = -45^\circ$ の方向が収縮する楕円体となり、その長径と短径の比は以下のようにあらわせる。

$$\alpha = \frac{1 + Ca}{1 - Ca} \dots\dots\dots (6)$$

ただし、

$$Ca = \frac{3}{8} \frac{\mu U}{\sigma} \left(\frac{R}{L} \right)^2 \dots\dots\dots (7)$$

である。これより(5)式との比較から $\varepsilon = Ca$ となる。

4.2 揚力の評価 壁面近傍を上昇する気泡の変形により生じる揚力の評価式がないことから、ここでは、無限流体中を上昇する傾いた楕円体気泡に働く揚力を評価式として用いる。図4のように微小変形した楕円体気泡が、 45° 傾いて無限流体中を鉛直方向に上昇する場合に働く水平方向の力は以下のように導ける¹⁰⁾。

$$F_z = \frac{4}{5} \pi \mu R U \varepsilon \dots\dots\dots (8)$$

この式は、無限流体中での揚力を表した式であるが、 ε が壁からの距離の関数であることから、壁の影響を含んでいる。慣性により生じる揚力と変形による揚力を足した全体の揚力は、変形量が Ca 数に等しいとする関係を用いれば、

$$F_L = 2\pi\mu R U Re I_{Lz} + \frac{4}{5} \pi \mu R U Ca \dots\dots\dots (9)$$

とあらわせる。揚力は横方向の抵抗力と等しいことから、

$$U \left(Re I_{Lz} + \frac{2}{5} Ca \right) = 2W \left(1 + \frac{Re}{8} + \frac{R}{L} L^* I_{Dz} \right) \dots\dots\dots (10)$$

とおける。ただし、 Re 数が小さいことから、無限流体中での抵抗を Oseen 解とした。今、球形気泡の揚力を表す(4)式が成り立つと仮定して、実験結果から評価される変形による揚力と、理論から得られる変形気泡の揚力を表す(8)式の比を H とすると、

$$H = \frac{5}{2} \frac{Re}{Ca} \left[\frac{2W}{U Re} \left\{ 1 + \frac{Re}{8} + \frac{R L^* I_{Dz}}{L} \right\} - I_{ALz} \right] \dots\dots\dots (11)$$

とあらわせる。ただし、 I_{ALz} は実験結果から得られる L^* に対して、(4)式から計算される理論値である。このとき、理論解と一致すれば $H=1$ となる。

また、変形による揚力と慣性項から生じる揚力の比は H を用いて、

$$\alpha = \frac{2}{5} \frac{Ca}{Re} \frac{H}{I_{Lz}} = \frac{3}{40} \frac{\mu^2}{\rho \sigma R} \frac{H}{I_{Lz}} \left(\frac{R}{L} \right)^2 \dots\dots\dots (12)$$

とあらわせ、同じ L^* , L/R では粘性係数が小さくなると、または表面張力および気泡径が大きくなると変

形の影響が小さくなる。実際、図1で影響のない領域と判断された $L^* > 1$ での結果に当てはめると、 $L_p = 1/16$ 、例えば $H=5$ として、K50の場合で約9%、K20の場合で約3%となり、変形の影響が小さくなることが確認できる。

5. 結果と考察

5.1 変形量の評価 理論解析によれば、 $\varepsilon = Ca$ となる⁹⁾。図5に L/R に対する ε/Ca を示す。 ε は実験で得られた画像データより、水平方向に対して $\pm 45^\circ$ 方向の長さを測定し、長軸と短軸の比を求めて(5)式より計算した。また、用いた実験データは表2に示すとおりである。画像データから求めた変形量の不確かさは、変形量 ε に対して10~80%程度と大きく、詳細な議論はできないが、図より、 L/R が小さくなるにしたがい、 ε/Ca の値が大きくなる傾向がある。つまり、壁近傍では、理論解から予測される変形量よりも実際の変形量が大きくなっている。一方、壁から離れるにしたがい、変形量が理論解に近づく傾向がある。Shapira⁹⁾は、 RL の二次のオーダーまで考慮して変形量を導出、すなわち RL は十分小さいことを仮定している。壁から離れるにしたがい、変形量が理論解に近づくのはこの仮定をより厳密に満たすからであると考えられる。一方、より壁近傍における変形量を求めるためには、高次の変形を考慮する必要があることを実験結果は示唆している。

5.2 揚力に対する変形の影響 図6に L/R に対する H を表す。図中、記号は実験結果から計算した

Fig. 5 ε/Ca as a function of L/R

値であり、黒はK100の場合、白はK50の場合の結果を示す。黒丸は $R=0.558$ mm, $U_\infty=102$ mm/s, $Re_\infty=0.11$, 黒四角は $R=0.737$ mm, $U_\infty=172$ mm/s, $Re_\infty=0.25$, 黒三角は $R=0.904$ mm, $U_\infty=25.9$ mm/s, $Re_\infty=0.47$ であり、白四角は $R=0.436$ mm, $U_\infty=13.5$ mm/s, $Re_\infty=0.25$ である。図中の H に対するエラーバーは(13)式における個々の変数の不確かさから誤差の伝播¹⁰⁾を考慮して求めたものである。図より、 H により変形による揚力を比較的良く整理できることがわかる。つまり、図1における $Re_\infty=0.25$ の場合、 L^* が同じ値に対する L_p のうち慣性による揚力分を差し引いた分、すなわち変形による揚力分が、K100とK50の場合で3倍程度異なっているのに対し、 H についてはほぼ同程度となっている。また、他の Re 数においても比較的同程度の値として整理され、 Ca 数を用いて H で整理することが適切であると考えられ、理論的な考察が定性的には正しいことがわかる。しかしながら、定量的には理論式と実験結果は一致せず、無限流体中における揚力に比べて数倍大きくなっている。特に壁面に近づくにつれて、実験値との違いが大きくなっている。この理由として、まず、変形量が与えられた場合の揚力の理論解析において壁の影響を考慮していないことが挙げられる。また、式変形において $\varepsilon = Ca$ という仮定を用いている。しかし、図5の結果より壁面に近づくにつれて変形量 ε が Ca 数よりも大きくなっており、壁に近づくにつれて揚力が大きく評価されるべきである。この他に、理論解析による変形量の評価と同様に、揚力の評価においても気泡が十分壁から離れているという仮定からの逸脱、変形気泡に対する慣性の影響を無視しているなどの理由が考えられる。

Table 2 Experimental data of $\mu, R, U, L/R, Ca$ and ε

No.	μ	R	U	L/R	Ca	ε
1	94.0	0.558	7.75	1.563	0.0056	0.0118
2	94.0	0.558	8.27	2.045	0.0035	0.0059
3	94.0	0.558	9.61	3.423	0.0014	0.0012
4	94.0	0.647	10.38	1.574	0.0074	0.0137
5	94.0	0.647	11.35	2.346	0.0036	0.0035
6	94.0	0.752	13.27	1.475	0.0108	0.0240
7	94.0	0.752	15.00	2.532	0.0041	0.0061
8	94.0	0.814	16.30	1.464	0.0134	0.0244
9	94.0	0.814	16.73	1.787	0.0092	0.0192
10	94.0	0.814	17.88	2.078	0.0073	0.0137
11	94.0	0.814	17.69	2.323	0.0058	0.0082
12	94.0	0.814	17.88	2.520	0.0049	0.0055
13	94.0	0.904	19.00	1.454	0.0158	0.0273
14	94.0	0.904	20.00	1.624	0.0134	0.0224
15	94.0	0.904	20.77	1.930	0.0099	0.0175
16	94.0	0.904	21.00	2.014	0.0090	0.0150
17	44.7	0.429	12.00	2.700	0.0013	0.0012
18	44.7	0.494	13.50	1.662	0.0041	0.0088
19	44.7	0.615	19.42	1.521	0.0070	0.0145
20	44.7	0.615	21.54	2.042	0.0043	0.0073

Fig. 6 H as a function of L/R

すでに述べたように球形気泡の場合には揚力が Re 数と L/R の関数で表すことができる。一方、変形気泡の場合には、これに Ca 数を加えた3つの変数で揚力を表すことができる。変形による揚力が Ca 数に比例するとすれば、理論的には H は L/R の関数になることが期待されるが、 Re 数と L/R が同じ場合においても違いが生じていることから、実際には H も Re 数、 L/R および Ca 数の関数となり、複雑な表記となる。したがって、より限密に揚力を理論的に評価するためには、壁近傍においても適用可能な理論解析あるいは数値解析が必要である。

6. 結 論

顕微鏡付きのカメラを移動させながら、静止流体中を上昇する気泡の上昇速度と気泡径を同時に測定する装置を用いて、壁面近傍を上昇する微小変形気泡の変形量と揚力を実験的に測定した。また、変形量に対する理論解と実験結果を比較するとともに、変形量から理論的に揚力を評価し、実験結果と比較した。その結果として以下の結論が得られた。

- (1) 壁近傍における気泡は、理論解析から予測されるように水平方向から約 45° 傾いた方向が伸長し、 -45° の方向が短縮した楕円体に近い形に変形し、壁面近くを上昇する方が変形量が大きくなる。
- (2) 壁近傍では、理論的に予測される変形量よりも実際の変形量が大きくなる。一方、壁から離れるにしたがい、理論解に近づく。
- (3) 実験結果より計算された H により変形による揚力を比較的良く整理できる。しかしながら、壁に近づくにつれて H が大きくなるといった結果など、よ

り定量的に変形による揚力を評価するためには、壁近傍においても適用可能な慣性の影響も考慮した理論解析あるいは数値解析が必要である。

文 献

- (1) 竹村文男・高木周・松本洋一郎, 壁面近傍を上昇する球形ガス気泡に働く揚力, 機論 66-649, B (2000), 2320-2326.
- (2) Vasseur, P. and Cox, R. G., The lateral migration of spherical particles sedimenting in a stagnant bounded fluid, J. Fluid Mech., 80(1977), 561-591.
- (3) Leal, L. G., Laminar Flow and Convective Transport Processes, Butterworth-Heinemann, 221-229.
- (4) Chan, P. C.-H. and Leal, L. G., The Motion of a Deformable drop in a second-order fluid, J. Fluid Mech., 92(1979), 131-170.
- (5) Karnis, A. and Mason, S. G., Particle Motion in Sheared Suspensions -Wall Migration of Fluid Drops, J. Colloid Sci., 24(1967), 164-169.
- (6) Shapira, M. and Haber, S., Low Reynolds Number Motion of a Droplet in Shear Flow Including Wall Effects, Int. J. Multiphase Flow, 16(1990), 305-321.
- (7) Shapira, M. and Haber, S., Low Reynolds Number Motion of a Droplet between Two Parallel Plates, Int. J. Multiphase Flow, 14(1988), 483-506.
- (8) Uijttewaal, W. S. J., Nijhof, E. and Heethaar, R. M., Droplet Migration, Deformation, and Orientation in the Presence of a Plane Wall: A Numerical study compared with analytical theories, Phys. Fluids A, 5(1993), 819-825.
- (9) 脇屋正一, 粘性流体の緩慢な流れの中に在る物体の効果 (第五報), 新潟大学工学部研究報告, 7(1958), 17-30.
- (10) 竹村文男・高木周・松本洋一郎, 壁面近傍における球形ガス気泡の上昇速度, 機論 66-648, B (2000), 2087-2094.
- (11) Happel, J. and Brenner, H., Low Reynolds number hydrodynamics, Martinus Nijhoff Publishers (1963), 58-95, 286-331.
- (12) Legendre, D. and Magnaudet, J., A note on the lift force on a spherical bubble or drop in a low-Reynolds-number shear flow, Phys. Fluids, 9(1997), 3572-3574.
- (13) 神山新一, 佐藤明, 流体マイクロシミュレーション, 朝倉書店, 1997, 11-18.
- (14) Benedict, R. P., ほか5名, Measurement Uncertainty, ANSI/ASME, 19-1 (1985), 1-55.