分岐管形状の最適化*

中村雅英^{*1}, 竹内謙輔^{*2}

Optimization of Bifurcation Geometry

Masahide NAKAMURA^{*3} and Kensuke TAKEUCHI^{*3} Department of Mechanical Engineering, Akita University,
1-1 Tegatagakuencho, Akita-shi, Akita, 010-8502 Japan

This paper deals with the optimal geometry of two-dimensional symmetric Y-bifurcation. The optimal geometry was determined by i) minimizing the time averaged pressure loss of the flow through the bifurcation, ii) minimizing the local maximum value of time averaged wall shear stress gradient. The neural network was utilized to identify the relation between the geometry and time averaged pressure loss or the relation between the geometry and local maximum value of time averaged wall shear stress gradient, and the optimal geometry was determined according to the results of identification. Numerical results showed that the cross-sectional area of the optimal geometry reaches its maximum at the apex and this feature is resembling to the actual bifurcation geometry in the artery. So, it was expected the present study was effective to understand the geometry of artery in the body.

Key Words: Biomechanics, Numerical Analysis, Neural Network, Optimum Design, Pipe Flow

1. 緒 言

血管分岐部が動脈硬化等の病変の後発部位であることはよく知られている。そしてその発生原因と分岐部近傍での複雑な血流との関連が示唆されて以来⁽¹⁾, 分岐部近傍の血流は多くの研究者の興味を集め, さざまな研究が行われてきた⁽²⁾。さて分岐部近傍における血液の流動特性は, 主流の流量や脈動の周期などにも依存するが, 分岐部の幾何形状にも強く影響されることは明らかであり, 分岐部の幾何形状が変わると分岐部近傍での流動特性も変化する。そのため, 「どのような分岐管形状が最適なのだろうか」という疑問がわく。この疑問は, 工学的にも生体工学的にも極めて興味ある課題であるが, 解析の困難さのため, 研究例はまだほとんど報告されていないようである。このような理由から, 本研究では最も単純な形状である二次元対称 Y 形分岐管に限定し, 主流が脈動流であるときの最適形状を求めた。最適形状を求める前に, まず何をもって最適な形状と定義するかが問題となる。生物

の構造は, ある cost functional を最小とするという意味で最適になっているといわれているが⁽³⁾, どのような cost functional が適当であるかはまだ明らかではない⁽³⁾。そこで本研究では, 生体内の血液流の観点から, 最適形状に対して次のような二つの定義を与えた。

(1) 脈動の一周期にわたって時間平均された圧力損失を最小とする形状

(2) 脈動の一周期にわたって時間平均された壁面せん断応力こう配(WSSG)の最大値を最小とする形状

ここでは, これらの二つの定義に対して最適な分岐管形状を求め, それぞれに対して得られた結果の比較・検討を行った。さらに, 実際の生体内における血管分岐部の幾何形状とも比較し, 得られた結果との共通点を明らかにした。なお壁面せん断応力こう配は, 動脈硬化の発生と直接の関連がある流体力学的パラメータとして, 現在最も注目を集めているものの一つである⁽⁴⁾⁽⁵⁾。

2. 解析モデルおよび解析方法

2.1 分岐管のモデル 図1に解析対象とする二次元対称 Y 形分岐管の模式図を示す。本研究で解析

* 原稿受付 2000年6月12日。

^{*1} 正員, 秋田大学工学資源学部(☎010-8502 秋田市手形学園町1-1)。^{*2} (株)平田機工(☎142-0041 東京都品川区戸越3-9-20)。

E-mail: mnakam@ipc.akita-u.ac.jp

$$E = \frac{1}{2} \sum_i (d_i - z_i)^2 \dots\dots\dots (2)$$

学習方法としては、誤差逆伝搬法⁽⁷⁾などが比較的良好に用いられているが、この方法は局所的最適解に陥りやすく、解が収束するまでに時間がかかるという欠点がある。そのためここでは、R-Tabu 法⁽⁹⁾を二つの経路で行い、局所的最適解に陥りにくいことを特徴とした文献(10)の方法を用いた。その詳細は文献(10)に述べられているのでここでは省略するが、式(2)で与えられる E の値が $E < 10^{-8}$ を満たしたとき学習が完了したと定義すると、Pentium-133 MHz のパーソナルコンピュータを用いたとしても学習が完了するまでの時間は最大で 1 min 程度と短いものであった。

ニューラルネットワークの学習が完了すれば、ニューラルネットワークを実行させてそれぞれの形状における $\overline{\Delta p}$ と $\overline{WSSG}_{\max}$ の値を予測し、その予測値から $\overline{\Delta p}$ または $\overline{WSSG}_{\max}$ の値を最も小さくする形状、すなわち最適形状を予測することができる。一般に、ニューラルネットワークを実行させるのに要する時間はほとんど無視できる程度である。そして今回の研究では入力数は 2 個と少ない。そこで今回の研究では入力値をさまざまに変化させてその出力値を調べ、その出力値を見て最適値を決定するというやや原始的な方法を採用した。しかしながら、表計算ソフト等を活用すればこの操作は数 min 程度で完了し、2・3 節で述べる流体解析と比べると無視できる程度である。そして最適値が予測できれば、その形状に基づいて流れ解析を行い、 $\overline{\Delta p}$ および $\overline{WSSG}_{\max}$ の値を計算する。そして解析結果がある形状に収束すれば解析を終了し、収束しないならば流体解析結果を新たに教師データに加えてニューラルネットワークの学習をやり直し、最適形状を予測し直す。実際に解析を行うと、教師データの増加とともにニューラルネットワークの予測値と流体解析の結果とがしだいに一致するようになり、新しい教師データを加えてもニューラルネットワークの予測値が変化しなくなることがわかる。このような操作により分岐管の最適形状は求めることができる。

2・3 流れ場の解析方法 血液が非ニュートン流体であることは衆知のとおりであるが⁽¹¹⁾、ずり速度が高い領域では非ニュートン性は弱くなるので⁽¹¹⁾、ここでは血液を非圧縮性ニュートン流体として解析する。先に述べたように解析は二次元として行うので、ここでは連続の式とナビエ・ストークスの式を渦度 ω と流れ関数 ψ を用いて書き直した式を基礎とする。すなわち、

$$\rho \left(\frac{\partial \omega}{\partial t} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} \right) = \mu \nabla^2 \omega \dots\dots\dots (3)$$

$$\nabla^2 \psi = -\omega \dots\dots\dots (4)$$

である。ここで、 t は時間、 ρ は密度、 (u, v) は速度ベクトル、 μ は粘性係数である。そして、 ∇^2 は二次元のラプラシアンである。血液を対象としているので、 $\rho = 1050 \text{ kg/m}^3$ 、 $\mu = 3.5 \times 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ とした。

次に境界条件について述べる。壁の上では速度 = 0、対称線上では、その線に垂直な速度成分 = 0 とし、出口では、自由流出条件を用いた。また入口における速度は、助走区間と脈動の効果により速度分布が平坦化していると考えられるので、文献(12)に従い、次式で与えられるものとした。

$$u = K \cdot h(t) \cdot [1 - (2y/D)^6] \dots\dots\dots (5)$$

$$v = 0 \dots\dots\dots (6)$$

ここで D は入口部の直径である。また $h(t)$ は流量の時間変化を示す関数であり、Daly⁽¹³⁾に従い、図 3 で与えられる関数とした。図 3 において、 T_0 は脈動の周期であり、 $T_0 = 0.36 \text{ s}$ とした⁽¹³⁾。また、定数 K は最大流量時におけるレイノルズ数が動脈における代表値、すなわち 500⁽¹⁴⁾ になるように定めた。もちろん実際には、式(5)および式(6)を流れ関数と渦度を用いて書き直した式を境界条件として用いた。基礎方程式(3)、(4)をこれらの境界条件のもとで解けば、流れ関数が求まり、それを数値微分することにより速度ベクトルが得られる。そして、その速度ベクトルをナビエ・ストークスの方程式に代入し、圧力こう配を求め、それを数値積分することにより圧力分布は計算することができる。今回の解析で直接必要となる値は、 $\overline{\Delta p}$ と $\overline{WSSG}_{\max}$ である。圧力分布が計算できれば $\overline{\Delta p}$ は次式で書ける。

$$\overline{\Delta p} = \overline{p_{\text{av, out}}} - \overline{p_{\text{av, in}}} \dots\dots\dots (7)$$

ここで $\overline{p_{\text{av, out}}}$ は、出口断面内の平均圧力を一周期において時間平均した値であり、 $\overline{p_{\text{av, in}}}$ は、入口断面内の

Fig. 3 Time history of function $h(t)$

平均圧力を一周期において時間平均した値である。また速度ベクトルが求めれば、壁面せん断応力 τ_w が計算でき、それを壁面にそった方向に数値微分することにより、壁面せん断応力こう配 $|\partial\tau_w/\partial s|$ は計算できる。ここで s は壁面にそった方向を示す座標である。そしてこの値を一周期において時間平均し、分岐部近傍においてその最大値を探すことにより、 $\overline{WSSG}_{\max}$ の値は計算できる。

$$\overline{WSSG}_{\max} = |\partial\tau_w/\partial s|_{\max} \dots\dots\dots (8)$$

最後に数値解析方法について述べる。今回の解析では複雑な血管形状を正しく取り入れることが必要になるので、ここでは有限要素法を用いて解析した。用いた要素は三角形要素であり、節点数は約 20 000 点である。解析に先立ち、節点数を変えて計算を行い、節点数が十分であることを数値的に確認しておいた。有限要素法を用いて先の基礎方程式系を解析する場合、最終的には係数行列が非対称となる連立方程式の解析に帰着される。本研究では、その連立方程式は MILUCGS 法⁽¹⁵⁾を用いて解いた。プログラムは C 言語を用いて作成し、解析は Pentium-133 MHz のパーソナルコンピュータで行った。解析の結果、解は第 3 周期からほぼ周期的になることがわかったので、以下の考察はすべて第 4 周期の結果に対して行った。なお、解析に要した時間は 8 h 程度であった。

3. 解析結果および考察

解析を行う前に、上流管と下流管の位置を決めなければならぬ。ここでは、比較的分岐角の小さな場合 (case 1) と大きな場合 (case 2) を想定して、図 1 における各点の座標を次のように定めた。なお、単位は mm である。

case 1 :

$$\begin{aligned} A &= (-9.0, 2.0), B = (-5.0, 2.0), D = (5.0, 8.0) \\ E &= (13.0, 12.0), F = (0.0, 0.0), H = (6.0, 6.0) \\ I &= (14.0, 10.0) \end{aligned}$$

case 2 :

$$\begin{aligned} A &= (-9.0, 2.0), B = (-5.0, 2.0), D = (6.0, 6.0) \\ E &= (10.0, 14.0), F = (0.0, 0.0), H = (8.0, 5.0) \\ I &= (12.0, 13.0) \end{aligned}$$

今回の解析では、まず y_c と y_g の値をランダムに四とおり変化させて流れ解析を行い、その結果をニューラルネットワークの教師データとした。そしてその教師データを学習したニューラルネットワークに最適形状を予測させ、その結果を最初の予測値としたが、最初のうちは、教師データ数が少ないので、ニューラルネットワークの最適予測値が非現実的な値になること

もある。本研究では、 y_c と y_g の値はマイナスにならないこと、および流路幅は正であること、という極めて常識的な制約を与えておき、初期段階での最適予測値が非現実的な値になることを防止した。

ニューラルネットワークによって予測された値と、実際の流体解析によって得られた値を図 4 および図 5 に示す。ここで図 4 は、一周期にわたって時間平均された圧力損失を最小とする形状が最適であるという定義のもとで行われた結果であり、図 5 は一周期にわたって時間平均された壁面せん断応力こう配の最大値を最小とする形状が最適であるという定義のもとで行われた結果である。なお、本研究では $\overline{\Delta p}$ を式 (7) で定義したため、図 4 では $\overline{\Delta p}$ の大きさを最小とする値を探していることに注意する必要がある。また図 4 および図 5 において、横軸は反復の回数を示し、NN はニューラルネットワークの略である。そして反復は y_c と y_g の値の変化が 0.5% 以下になったときに収束したものと判断して計算を打ち切っている。さて図 4 および図 5 から、すべての場合において反復の初期段階では、ニューラルネットワークの予測値が大きく変化していることがわかるが、これは教師データの数が少ないからである。しかし反復を続けてゆくと教師データの数も増え、しだいに流体解析結果との一致がよく

Fig. 4 Calculated $\overline{\Delta p}$ and estimated $\overline{\Delta p}$ by neural network

なり、解が収束してゆくことが認められる。また図4および図5から、収束に至るまでの反復数は、case 1とcase 2の場合においてあまり差がないことがわかる。そのため、ここで用いた方法は解析対象とする幾何形状にあまり敏感でなく、広い適用範囲を有していることを示唆しているものと思われるが、断言するにはさらに多くの解析が必要である。さらに図4の場合よりも図5のときのほうが反復回数が多いことがわかるが、これは Δp の値と y_c および y_G との関係よりも、 $\overline{WSSG}_{\max}$ の値と y_c および y_G との関係のほうが複雑で、より最適化しにくいためであると予想される。しかしながら本研究で用いた方法では、どちらの場合もまったく同じ方法で最適化ができ、反復回数は変化するもののどちらの場合でも確実に収束していることに注目すべきである。

さて、実用上の観点からすると最も興味深い結果は最適分岐管形状であろう。その結果は図6に示される。図6において、実線は Δp の大きさを最小とする形状を示し、破線は $\overline{WSSG}_{\max}$ を最小とする形状である。図6から、実線の場合も破線の場合も最適形状は分岐部近傍において流路幅(断面積)が最大となることがわかる。またこれらの特徴は、case 1とcase 2の両者においても見られる。そして、実線の場合のほう

が、その特徴がより顕著であることもわかる。さてここで実際の血管分岐部の幾何形状に関する既知の研究について目を向けよう。血管分岐部の幾何形状は多くの研究者によって調べられているが、Roachらのグループによる系統的な研究⁽¹⁶⁾⁽¹⁷⁾は最も著名なものの一つと思われる。Roachらはヒト脳動脈分岐部やブタ腎動脈の形状を調べ、どちらの場合においても分岐管の断面積は分岐部近傍において最大となっていることを示した⁽¹⁶⁾⁽¹⁷⁾。この結果は明らかに先に示した計算結果と矛盾するものではない。また、Rindt-Steenhoven⁽¹⁸⁾は現実的な分岐管形状を用いた分岐部での流れ解析を行っている。Rindtらが用いたのは非対称三次元分岐管であり、今回の解析対象とした二次元対称分岐管ではないが、Rindtらが用いた分岐管もまた分岐部近傍で最も太くなっていることが認められ、本解析で示した特徴を有していることがわかる。なお図6において、実際の血管形状に近いのは実線と破線のいずれだろうかという疑問がわく。この疑問に対する答えは、現段階では明らかではないが、Rindt-Steenhoven⁽¹⁸⁾の用いた分岐管形状を見る限りでは、分岐部近傍で太くなっていることはかなり顕著であ

Fig. 5 Calculated $\overline{WSSG}_{\max}$ and estimated $\overline{WSSG}_{\max}$ by neural network

Fig. 6 Optimal bifurcation geometry
—: optimal geometry to minimize the absolute value of Δp
- - -: optimal geometry to minimize the value of $\overline{WSSG}_{\max}$

り、実線のほうが実際の血管に近いように思われる。もちろん、詳細は今後の課題である。

以上の結果から、実際の分岐管形状は最適原理によって構成され、分岐部での圧力損失や壁面せん断応力こう配を抑えるような形状に設定されていることが予想される。またここで示した解析方法は、工業的に重要な低損失分岐管の設計にも活用できるものと思われる。今後、三次元非対称分岐管に応用することや、より制御点を多くしてより複雑な形状に適用できるようにすることが課題として残される。

4. 結 言

脈動流が流れる二次元対称分岐管を対象として、その最適形状について考察した。本研究では“最適形状”の定義として、(1)一周期にわたって時間平均された圧力損失を最小とする形状、および(2)一周期にわたって時間平均された壁面せん断応力こう配の最大値を最小とする形状、という二つの定義を用いて、それぞれの場合に対して研究した。分岐管形状はベジェ関数を用いて表現し、形状と時間平均された圧力損失、および形状と時間平均された壁面せん断応力こう配の最大値、との関係をニューラルネットワークを用いて同定した。そしてその同定結果から予測された値と、実際に流体解析を行って得られた値とが一致するまで反復を繰返し、最適形状を求めた。その結果、最適形状は分岐部近傍で断面が最も広くなるという特徴を有することが明らかとなった。さらにこの結果は実際の

血管分岐部においても認められることを確認した。

本研究を行うにあたり、プログラム作成に対して協力していただいた秋田大学 田村オリエ技官に深く感謝する。

文 献

- (1) Giddens, D. P., Zarins, C. K. and Glagov, S., *Trans. ASME J. Biomech. Eng.*, **115**-4 (1996), 588-594.
- (2) Friedman, M. H., *Trans. ASME, J. Biomech. Eng.*, **115**-4 (1996), 595-601.
- (3) 岡小天, バイオレオロジー, (1984), 271-285, 裳華房.
- (4) Lei, M., Kleinstreuer, C. and Truskey, G. A., *Trans. ASME, J. Biomech. Eng.*, **117**-3 (1995), 350-357.
- (5) Kleinstreuer, C., Lei, M. and Archie, J. P., Jr., *Trans. ASME, J. Biomech. Eng.*, **118**-5 (1996), 506-510.
- (6) 日本機械学会編, CAD システムの機能と構成, 「CAD/CAM」シリーズ第2巻, (1987), 149-150, 技報堂.
- (7) 八名和夫・鈴木義武, ニューロ情報処理技術—基礎と応用—, (1992), 21-108, 海文堂.
- (8) 楊子江, 計測自動制御学会論文集, **33**-3 (1997), 216-223.
- (9) 森下信・宇根総一郎・Pal, C.・萩原一郎, 機論, **60**-575, C (1994), 2377-2382.
- (10) 中村雅英・折坂昭寛, 機論, **65**-632, C (1999), 1313-1318.
- (11) 岡小天, バイオレオロジー, (1984), 49-82, 裳華房.
- (12) 中村雅英・Roach, M. R.・MacLean, N. F.・江場俊則・正司信也, 機論, **63**-608, B (1997), 1214-1220.
- (13) Daly, B. J., *J. Biomech.*, **9** (1976), 465-475.
- (14) Matsunobu, Y. and Arakawa, E., *Biorheology*, **11** (1974), 457-464.
- (15) 野寺隆, bit 臨時増刊, **11** (1987), 44-51.
- (16) MacLean, N. F., Kratky, R. G., MacFarlane, T. W. R. and Roach, M. R., *J. Biomech.*, **25** (1992), 1047-1052.
- (17) Roach, M. R. and MacLean, N. F., *Front Biol. Med. Eng.*, **5** (1993), 131-137.
- (18) Rindt, C. C. M. and Steenhoven, A. A. V., *Trans. ASME, J. Biomech. Eng.*, **118**-1 (1996), 90-96.