角柱後流における SGS 散逸と GS 成分エントロフィの関係*

(LES を用いた数値解析による検討)

阿部 伸之^{*1}, 田代 伸一^{*2}

Relations between SGS Dissipation and GS Enstrophy of a Wake of a Rectangular Cylinder (Investigation by Numerical Analysis Using LES)

Nobuyuki ABE^{*3} and Shinichi TASHIRO

^{*3} Graduate School of Engineering, Tokyo Metropolitan Institute of Technology,
6-6 Asahigaoka, Hino-shi, Tokyo, 191-0065 Japan

Among the various methods of turbulent flow computation, Large Eddy Simulation (LES) with Dynamic Mixed Subgrid-Scale (SGS) model proposed by Vreman et al. in 1994 is expected to be the most effective method to evaluate the inverse transfer of turbulent energy from unresolved small size eddies to resolved large ones (the backscatter). In this paper, we discuss mainly on the results of a numerical analysis for the turbulent flow around a rectangular cylinder in order to show instantaneous turbulent properties. By phase-averaging these properties, the principal features of periodic phenomena can be made clear. Especially we focus on the relation between SGS dissipation and Grid-Scale (GS) enstrophy. As a result, it is shown that the Vorticity model that has been said to have less physical meaning has, however, possibility to be one of a useful SGS models by reason of positive correlation between SGS dissipation and GS enstrophy.

Key Words: Turbulent Flow, Wake, Separation, Numerical Analysis, Computational Fluid Dynamics, Large Eddy Simulation, Rectangular Cylinder, Dissipation, Phase Average

1. 緒 言

乱流では大きなスケールの渦から小さなスケールの渦へ乱流エネルギーが輸送され、さらにコルモゴロフスケール程度の大きさの渦になるとその渦の運動エネルギーは熱エネルギーへと変換される。この一連の現象はエネルギーカスケードとして知られている。Large Eddy Simulation (以下, LES) において, 計算格子で解像できる大きな渦スケール成分である Grid-Scale (以下, GS) 成分と解像できない小さな渦スケール成分である Subgrid-Scale (以下, SGS) 成分を考えた場合, GS 成分から SGS 成分へ向かうエネルギーカスケードと同じ乱流エネルギー伝達方向の輸送が順輸送 (forward

scatter) であるのに対し, SGS 成分から GS 成分への逆輸送 (backscatter) 現象が存在することが Direct Numerical Simulation (以下, DNS) の数値解析から Piomelli ら⁽¹⁾により指摘されている。解析例として宮内ら⁽²⁾は DNS による一様等方性乱流及び乱流混合層, 坪倉ら⁽³⁾⁽⁴⁾は LES による平行平板間流れの数値解析を行い, GS・SGS 間エネルギー伝達やそれを考慮した SGS モデルの評価を行っている。その中で特に平行平板間流れにおいては, 強い forward scatter と高速ストリークの出現位置に高い相関があり, 強い forward scatter に隣接して backscatter が現れることを見出している⁽⁴⁾。このように GS・SGS 間エネルギー伝達と乱流の組織的構造の間には密接な関係があると考えられる。

これまで著者ら⁽⁵⁾⁽⁶⁾は二次元角柱後流の乱流構造に注目しており, 本研究では GS・SGS 間エネルギー伝達を精度良くモデル化した Dynamic Mixed SGS (以下, DMS) モデルを用いて LES を行うことによりエネルギー

* 原稿受付 2000 年 10 月 17 日。

^{*1} 正員, 東京都立科学技術大学大学院 (〒191-0065 東京都日野市旭が丘 6-6)。

^{*2} 正員, 東京都立科学技術大学工学部。

E-mail: tashiro@tmit.ac.jp

ギ伝達と渦構造の関係を調べた。その結果から GS・SGS 間エネルギー伝達における forward scatter と GS 成分エントロフィの出現位置について強い相関関係があることを見出した。また、計算空間における forward scatter 及び backscatter 総量が渦放出周期にあわせて変化することがわかった。さらに、GS 成分エントロフィを用いた Vorticity モデルの SGS モデルとしての可能性について考察したので報告する。

記 号

C	: モデル定数
C_S	: Smagorinsky 定数
e	: エントロフィ ($=\frac{1}{2}\omega_i\omega_i$)
f_k	: 渦放出周波数
L	: 角柱断面の一辺の長さ
p	: 圧力
Re	: レイノルズ数 ($=U_0L/\nu$)
S_{ij}	: ひずみ速度テンソル
t	: 時刻
U_0	: 一様流速
u_i	: 速度ベクトル
x_i	: デカルト座標系
$\bar{\Delta}$	: グリッドフィルタ幅
ν	: 動粘性係数
ν_{SGS}	: SGS 渦粘性係数
δ_{ij}	: クロネッカーのデルタ
ε	: 散逸
ε_{SGS}	: SGS 散逸
τ_{ij}	: SGS 応力
ω_i	: 渦度ベクトル
$\bar{a}$	: GS 成分量
a''	: アンサンブル平均量に対する変動量
$\langle a \rangle_e$	: アンサンブル平均量
$\langle a \rangle_p$	: 位相平均量
$\langle a \rangle_t$	: 時間平均量

($i, j=1$: 流れ方向, $=2$: 鉛直方向, $=3$: スパン方向)

2. 数値解析法

2.1 基礎方程式 代表長さを角柱断面の一辺の長さ L , 代表速度を一様流速 U_0 として無次元化した非圧縮粘性流体の基礎方程式であるナビエ・ストークス方程式 (以下, N-S 式) 及び連続の式をグリッドフィルタ操作した式(1)及び式(2)の Filtered N-S 式及び連続の式を基礎方程式とする。

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (1)$$

Fig.1 Geometry of the domain

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

ここで、添え字については特に断らない限りアインシュタインの総和規約に従うことにする。式(1)の右辺第三項は N-S 式の非線形項である対流項をグリッドフィルタ操作した際に生じる SGS 応力項である。

2.2 SGS モデル SGS 応力 τ_{ij} のモデル化には Zang ら⁽⁷⁾による DMS モデルを修正した Vreman ら⁽⁸⁾による DMS モデルを用いた。

$$\tau_{ij} - \frac{\delta_{ij}}{3} \tau_{kk} = -2C\bar{\Delta}^2 |\bar{S}| \bar{S}_{ij} + L_{ij}^m - \frac{\delta_{ij}}{3} L_{kk}^m \quad (3)$$

ここで、 $|\bar{S}| = (2\bar{S}_{mn}\bar{S}_{mn})^{1/2}$, $L_{ij}^m = \bar{u}_i\bar{u}_j - \bar{u}_i\bar{u}_j$ である。モデル定数 C は Lilly⁽⁹⁾の最小二乗法による導出法に従った。計算中にモデル定数 C が負値になった場合はその場所でのモデル定数 C を 0 とした。DMS モデルは、Smagorinsky モデル⁽¹⁰⁾と Bardina によるスケール相似則モデル⁽¹¹⁾を結合した混合モデルに、Germano らによる Dynamic モデル⁽¹²⁾を取り入れた、GS・SGS 間エネルギー伝達を調べるのに適した SGS モデルである。

2.3 計算条件 図 1 に示すように計算領域はデカルト座標系で、寸法は $20L (x_1) \times 14L (x_2) \times 2L (x_3)$ で

ある。座標原点は x_3 方向中央の角柱断面中心にある。流入境界から x_1 方向に $5L$ 離れた場所に二次元角柱を設置した。空間刻み幅は各方向とも $0.1L$ の等間隔スタaggered格子である。よって、計算格子点数は、 $200 \times 140 \times 20 = 560\,000$ 点となる。計算格子に等間隔格子を用いている点については、GS・SGS 間エネルギー伝達に注目した場合、3・3 で示す SGS 散逸 ε_{SGS} は等間隔格子を用いなければ、全計算領域で同等に評価ができない。また、N-S 式から Filtered N-S 式を導く際にフィルタ化と微分の互換性を仮定している。これはフィルタ関数が偶関数であることを前提とし、等間隔格子の使用を意味する。不等間隔格子ではフィルタ関数は偶関数にならず、フィルタ化と微分の互換性の問題が指摘されている⁽¹³⁾。そのため、陽的にフィルタ操作を施す DMS モデルにおいては特に注意を払わなければならない。それらを考慮し本研究ではあえて等間隔格子を用いた。ただし、等間隔格子を用いたことによる壁付近の格子の粗さなど今後改善する余地があることを忘れてはならない。流入境界を一樣流とし、流出境界を対流条件とした。角柱壁面はすべりなし境界条件、 x_2 方向境界はすべりあり境界条件、 x_3 方向境界は周期境界条件である。時間的離散化には三次精度アダムス・バッシュフォース法を用いた。空間的離散化に関しては二次精度中心差分法を用いたため、使用したフィルタは陰的にトップハットフィルタである。また、空間的数値振動を避けるため図 1 の破線で囲まれた角柱前面付近には式(1)の対流項に QUICK 法を用いて風上化している。アルゴリズムには HSMAC 法を用いた。その他の計算条件はレイノルズ数 $10\,000$ 、時間刻み幅 $5.0 \times 10^{-4} L/U_0$ である。

3. 解析結果と考察

3・1 時間平均 GS 成分速度分布 図 2 は時間平均 GS 成分流れ方向及び鉛直方向速度分布である。比較のために Lyn⁽¹⁴⁾⁽¹⁵⁾ が行ったレーザードップラー流速計による二次元角柱まわりの流れ ($Re=21\,400$) の実験結果を同じく図 2 に示した。ここで、実験値は時間平均速度であり、GS 成分速度のみならず、SGS 成分速度を含むことに注意を要する。図 2(a) の時間平均流れ方向 GS 成分速度 $\langle \bar{u}_1 \rangle_t$ は実験値と比較して $x_1/L=2.0$ より上流においては良い一致を示す。しかし $x_1/L=2.0$ 以降、角柱から下流方向へ離れていくと、中心軸 ($x_2=0$) 付近において実験値より計算値が大きくなり、その差はより下流に行っても変わらない。中心軸上の $x_1/L=1.4$ において時間平均流れ方向 GS 成分速度 $\langle \bar{u}_1 \rangle_t$ が 0 となることを計算値と実験値の両方から

(a) Streamwise velocity

(b) Vertical velocity

Fig.2 Time averaged velocity profiles in the x_1 - x_2 plane at $x_3=0$

(—●— LES, —○— Experiment(Lyn⁽¹⁴⁾⁽¹⁵⁾))

確認でき、角柱背面から $x_1/L=1.4$ までの領域が逆流領域であることがわかる。図 2(b) の時間平均鉛直方向 GS 成分速度 $\langle \bar{u}_2 \rangle_t$ に関しては、 $x_1/L=1.5$ 付近ではわずかに実験値よりも計算値が過大評価されるが、実験値と大きな差はなく良く一致していると言える。

3・2 位相平均による評価 二次元角柱後流の周期的放出渦に着目し、位相平均により瞬時データを整理する。角柱側面中央の参照点 (図 1) において表面圧力データを参照し、その取得したデータに周期的渦放出による渦放出周波数 f_k を中心にバンドパスフィルタ ($f_k \pm 11.444$ Hz) を施すことにより位相平均の基準となる基準波を求めた (図 3(a))。さらに、基本波の谷から谷までの 1 周期を 20 等分し、その各位相を Phase01 から Phase20 とした (図 3(b))。本計算

(a) Original and band-pass-filtered GS pressure data

(b) Phase number

Fig.3 Fundamental wave for phase-averaging

では9周期分のデータが得られたため、Phase01からPhase20の各位相データはそれぞれ9つのデータの位相平均である。9周期分のデータで位相平均をとることの是非について、瞬時GS成分速度ベクトルの x_1 - x_2 平面分布からそれらの角柱後流のフローパターンに著しい差異がないことを確認している。また、図3(a)からわかるように参照した角柱表面圧力データには極端なFM・AM変調は見られなかった。

図4はPhase16での位相平均GS成分速度ベクトル分布図である。角柱背面に代表長さ L ほどのスケールの渦が形成され、角柱後流の特徴である周期的放出渦による交互に湾曲した流れが見られる。このPhase16における位相でのSGS渦粘性係数 ν_{SGS} の位相平均値による等値線図(図5(a), 等値線間隔 4.23×10^{-4})及び位相平均のサンプルの一つである $t=13.8$ での瞬時値による等値線図(図5(b), 等値線間隔 5.93×10^{-4})を図5に示す。ここで、SGS渦粘性係数 ν_{SGS} とは式(3)の右辺第一項での、

$$\nu_{SGS} = C \bar{\Delta}^2 |\bar{S}| \quad (4)$$

の部分である。図5(b)を見ると、角柱背面で最大値

Fig.4 Phase averaged GS velocity vectors in the x_1 - x_2 plane at $x_3=0$ (Phase16) (a) Phase averaged data (Intervals 4.23×10^{-4}) (b) Instantaneous data ($t=13.8$, Intervals 5.93×10^{-4})Fig.5 Contours of SGS eddy viscosity coefficient in the x_1 - x_2 plane at $x_3=0$ (Phase16)

7.71×10^{-3} をとり、図4の位相平均GS成分速度ベクトル分布図から角柱後流の周期的放出渦からなる流れが湾曲していることに加え、それが主流と接触、分離する場所でGS成分ひずみ速度テンソル $\bar{S}_{ij}$ の $\bar{S}_{12}$ 成分が大きな値を持つようになり、それに伴い式(4)からSGS渦粘性係数 ν_{SGS} が大きくなると考えられる。このような瞬時データは複雑で明瞭な特徴が捕らえ難いが、図5(a)の位相平均SGS渦粘性係数 $\langle \nu_{SGS} \rangle_p$ を見るとその関係は明瞭になる。ただし、位相平均値はその平滑化により瞬時値と比較して全体的に値が小さくなり、瞬時値の最大値が 2.96×10^{-3} となり、位相平均値の最大値に対して62%ほど減少する。さらに最大値の出現場所が、位相平均値の場合には角柱背面角部

Fig.6 Total of forward scatter and backscatter in each phase number

であるのに対し、瞬時値の場合においては角柱背面の巻き込み渦の形成領域にあるため、若干異なる。

3.3 各位相における GS・SGS 間エネルギー伝達

GS 成分と SGS 成分の間のエネルギー伝達を評価するために式(5)に示す SGS 散逸 ε_{SGS} を用いる。

$$\varepsilon_{SGS} = -\tau_{ij}\bar{S}_{ij} \quad (5)$$

SGS 散逸 $\varepsilon_{SGS} > 0$ のとき GS 成分から SGS 成分方向へのエネルギー伝達を示しているので forward scatter (以下, FS) を, SGS 散逸 $\varepsilon_{SGS} < 0$ のとき SGS 成分から GS 成分方向へのエネルギー伝達を示しているので backscatter (以下, BS) を表す。

図 6 は Phase01 から Phase20 の各位相に対する計算空間での FS 及び BS 総量を示す。ここで、総量とは各位相における 9 つの瞬時サンプルデータの FS 及び BS 総量をそれぞれ算術平均したものである。図 3 に示した基本波の 1 周期に対して、FS 及び BS 総量はともに 2 周期となる。これは基本波の 1 周期に、角柱からの渦放出が 2 回行われるためであり、その形成発達過程はどちらも違いはない。FS 総量は Phase06 及び Phase16 で極大値、Phase01 及び Phase11 で極小値をとる。BS 総量は Phase08 及び Phase19 で極大値、Phase03 及び Phase13 で極小値をとる。図 4 及び図 5 で示した位相平均 GS 成分速度ベクトル分布図及び SGS 渦粘性係数 ν_{SGS} 等値線図は Phase16 の位相の時であり、FS が最大となる位相であった。FS 及び BS 総量の絶対値の変化には 0.3π ほど位相のずれがあるのがわかる。BS 総量は FS 総量に比べて極めて少量であり、全体で見れば FS が優勢でいわゆる散逸的であるが、Phase03 と Phase08 の位相のとき、それぞれの BS 総量の比は 1.92 であるから、位相により BS 総量はおよそ 2 倍と大きく変化する。また、FS 総量の増

減の 1 周期変化が正弦的であるのに対し、BS 総量の絶対値の変化は急激に増加し、緩やかに減少していく、のこぎり歯状となる。

3.4 SGS 散逸 ε_{SGS} と GS 成分エンストロフィ $\bar{\varepsilon}$

瞬時渦度 ω_i と瞬時ひずみ速度テンソル S_{ij} をレイノルズ分解により平均量と変動量に分解する時に、平均渦度が変動渦度より大きく高レイノルズ数であることを条件に渦度及びひずみ速度テンソルの変動量に関して式(6)に示す関係がある⁽¹⁶⁾。

$$\langle \omega_i^* \omega_i^* \rangle_e \equiv 2 \langle S_{ij}^* S_{ij}^* \rangle_e \quad (6)$$

変動ひずみ速度テンソル S_{ij}^* は乱流エネルギーの粘性散逸と関係があり、エネルギー散逸 ε は式(7)のように定義される。

$$\varepsilon \equiv 2\nu \langle S_{ij}^* S_{ij}^* \rangle_e \quad (7)$$

式(6)を前提とすれば、エネルギー散逸 ε は、

$$\varepsilon \equiv \nu \langle \omega_i^* \omega_i^* \rangle_e \quad (8)$$

という関係が成立する。ここで、式(6)から式(8)の式の中で使われている物理量は次元を持つ。式(8)のエネルギー散逸 ε と変動渦度 ω_i^* から構成される平均エンストロフィの関係を拡張し、SGS 散逸 ε_{SGS} と GS 成分エンストロフィ $\bar{\varepsilon}$ の相互関係の可能性を考える。

図 7 は SGS 散逸 ε_{SGS} の等値線図である。等値線間隔は 2.23×10^{-2} であり、BS を表す SGS 散逸 ε_{SGS} が負値になった領域を明瞭にするために塗りつぶしにより示した。図 4 の位相平均 GS 成分速度ベクトル分布図により示した代表長さ L 程度のスケールの渦が形成される角柱背面の巻き込み渦の形成領域に一樣に FS が生じ、さらに後流では周期的放出渦に合わせて周期的に FS が存在している。BS は FS に比べて大きくはないが出現頻度は少なくないものの、その BS と後流との関係は見出せない。

Fig.7 Contours of SGS dissipation in the x_1 - x_2 plane at $x_3=0$ (Phase16, $t=13.8$, Intervals 2.23×10^{-2} , Painted area : negative)

Fig.8 Contours of GS enstrophy in the x_1 - x_2 plane at $x_3=0$
(Phase16, $t=13.8$, Intervals 8.09)

(a) Phase averaged data (Intervals 3.05×10^{-3})

(b) Instantaneous data ($t=13.8$, Intervals 6.35×10^{-3})

Fig.9 Contours of SGS dissipation in the x_2 - x_3 plane at
 $x_1/L=10$ (Phase16, Painted area : negative)

(a) Phase averaged data (Intervals 1.15)

(b) Instantaneous data ($t=13.8$, Intervals 4.47)

Fig.10 Contours of GS enstrophy in the x_2 - x_3 plane at
 $x_1/L=10$ (Phase16)

Fig.11 Correlation coefficient between SGS dissipation
and fluctuating GS enstrophy $\frac{1}{2}\langle\bar{\omega}_i\bar{\omega}_i\rangle_p$
composed of fluctuating vorticity $\bar{\omega}_i^*$

図8はGS成分エントロフィ $\bar{e} = \frac{1}{2}\bar{\omega}_i\bar{\omega}_i$ の等値線図である。等値線間隔は8.09であり、全て正值である。図7のFSの出現位置と同じ位置にGS成分エントロフィが強くなる領域が見られ、FSとGS成分エントロフィ $\bar{e}$ に相関関係があることがわかる。また、図7及び図8からBSの出現位置とGS成分エントロフィ $\bar{e}$ には相関はないと考えられる。

図9及び図10はSGS散逸 ε_{SGS} 及びGS成分エントロフィ $\bar{e}$ の等値線図であり、図7及び図8のSGS散逸 ε_{SGS} 及びGS成分エントロフィ $\bar{e}$ の等値線図でそれぞれの顕著に現れていた場所の一つである $x_1/L=10$ の x_2 - x_3 平面分布である。図9(b)及び図10(b)の瞬時値に関して、互いに大きな値の領域が重なるが、図9(a)及び図10(a)の位相平均値においても、全体的に平滑化されてしまうものの、互いに大きな値を持つ場所はやはり重なることがわかる。図9(b)のSGS散逸 ε_{SGS} の瞬時値においてBSが観測されるが、図10(b)と比較してもその出現位置についての規則性は見当たらない。

以上により、SGS散逸 ε_{SGS} が正值の場合のFSとGS成分エントロフィ $\bar{e}$ の間には強い相関があると考えられる。

3.5 変動GS成分エントロフィ $\frac{1}{2}\langle\bar{\omega}_i^*\bar{\omega}_i^*\rangle_e$

一方、式(8)におけるエントロフィは変動渦度 $\bar{\omega}_i^*$ から構成された $\frac{1}{2}\langle\bar{\omega}_i^*\bar{\omega}_i^*\rangle_e$ であるから、変動GS成分渦度 $\bar{\omega}_i^*$ からなる $\frac{1}{2}\langle\bar{\omega}_i^*\bar{\omega}_i^*\rangle_p$ についてSGS散逸 ε_{SGS} との関係を考えてみる。ここで、 $\frac{1}{2}\langle\bar{\omega}_i^*\bar{\omega}_i^*\rangle_p$ を変動GS成分エントロフィと呼ぶことにする。また、アンサンブル平均は周期的放出渦を考えた場合の位相平均となり、変動GS成分渦度 $\bar{\omega}_i^*$ は瞬時GS成分渦度 $\bar{\omega}_i$ と位相平均GS成分渦度 $\langle\bar{\omega}_i\rangle_p$ との間に $\bar{\omega}_i^* = \bar{\omega}_i - \langle\bar{\omega}_i\rangle_p$ の関係がある。

Fig.12 Contours of fluctuating GS enstrophy $\frac{1}{2}\langle\bar{\omega}_i\bar{\omega}_i^*\rangle_p$ composed of fluctuating GS vorticity $\bar{\omega}_i^*$ in the x_1 - x_2 plane at $x_3=0$ (Phase16, Intervals 3.00)

図 11 は SGS 散逸 ε_{SGS} と変動 GS 成分渦度 $\bar{\omega}_i^*$ からなる変動 GS 成分エントロフィ $\frac{1}{2}\langle\bar{\omega}_i\bar{\omega}_i^*\rangle_p$ の $x_1/L=0.0 \sim 15.0$ での x_2 - x_3 平面における相関係数分布図である。相関係数は $0.75 \sim 0.92$ の範囲内にあり、SGS 散逸 ε_{SGS} と変動 GS 成分エントロフィ $\frac{1}{2}\langle\bar{\omega}_i\bar{\omega}_i^*\rangle_p$ に強い相関がある。 $x_1/L=4.0, 7.5, 11.0, 13.5$ など、ところどころ相関係数が下がる場所があるが、図 7 及び図 12 を見ると周期的放出渦に合わせてそれぞれ大きな値の領域があるが、その領域と領域の間における x_2 - x_3 平面については相関係数が下がることになる。さらに、 x_1/L が大きくなるにしたがって、相関係数がわずかながら全体的に減少する傾向がある。これは流れ場の位相平均量と各サンプルの瞬時量が下流に行くにしたがい、ずれが生じるためであると考えられる。

図 13 は SGS 散逸 ε_{SGS} と変動 GS 成分エントロフィ $\frac{1}{2}\langle\bar{\omega}_i\bar{\omega}_i^*\rangle_p$ の各 x_1/L での x_2 - x_3 平面内の各格子点における相関図である。グラフの目盛りは $x_1/L=1.0$ と $x_1/L=12.0$ を見ると値のオーダーが大きく違うため、対数目盛りによりグラフを示した。図 13 から各 x_1/L において SGS 散逸 ε_{SGS} と変動 GS 成分エントロフィ $\frac{1}{2}\langle\bar{\omega}_i\bar{\omega}_i^*\rangle_p$ に強い相関があることがわかる。もう少し詳しく見てみると、 $x_1/L=1.0 \sim 3.0$ では $x_1/L=4.0$ 以降とは異なり、 $x_2 \geq 0$ (●印) において、グラフの右上に集中するグループと左下に集中するグループの 2 種類の構造がある。図 11 にて見られる $x_1/L=4.0$ や 11.0 などの相関係数の低下は、図 13 にて $x_1/L=4.0$ 及び 11.0 のグラフを見ると、FS が極端に低い値を持ち、グループから外れるデータが点在することが原因であると考えられる。

図 13 の各グラフが直線的であることから、SGS 散逸 ε_{SGS} と変動 GS 成分エントロフィ $\frac{1}{2}\langle\bar{\omega}_i\bar{\omega}_i^*\rangle_p$ との間に、 α 及び β を定数として、

Fig.13 Correlation diagrams between fluctuating GS enstrophy composed of fluctuating GS vorticity and forward scatter (Phase16, ●: $x_2 \geq 0$, ○: $x_2 < 0$)

$$\varepsilon_{SGS} = \alpha \left(\frac{1}{2} \langle \bar{\omega}_i \bar{\omega}_i^* \rangle_p \right)^\beta \quad (9)$$

の関係があることがわかる。式(9)において $\beta=1$ の時、式(8)と同形になる。

3・6 Vorticity モデルの可能性 Ferziger⁽¹⁷⁾による Smagorinsky モデルの紹介で、Smagorinsky モデル(式(10))を導く際にその過程で、物理的意味はあまりないが式(11)の Vorticity モデルも導き出せることを示唆している。

$$\nu_{SGS} = (C_S \bar{\Delta})^2 |\bar{S}| \quad (10)$$

$$\nu_{SGS} = (C_S \bar{\Delta})^2 (\bar{\omega}_m \bar{\omega}_m)^{1/2} \quad (11)$$

式(11)の Vorticity モデルによる SGS 散逸 ε_{SGS} は式(5)により、

$$\varepsilon_{SGS} = 2\sqrt{2} (C_S \bar{\Delta})^2 \left\{ \frac{1}{2} (\bar{\omega}_m \bar{\omega}_m) \right\}^{1/2} (\bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij}) \geq 0 \quad (12)$$

であるから SGS 散逸 ε_{SGS} と GS 成分エントロフィ $\bar{e}$ は正の相関を持つ。また、式(12)は負値は持ち得ないために BS は表現しない。そして、SGS 散逸 ε_{SGS} と GS 成分エントロフィ $\bar{e}$ の相関関係を考慮したときに Vorticity モデルの物理的意味は存在し、SGS モデルとして機能するものと考えられる。また、Vorticity モデルは主として回転運動に注目して SGS 渦粘性係数 ν_{SGS} を見積もるが、伸縮・せん断変形に注目した Smagorinsky モデルとの組み合わせにより、高精度な SGS モデルの構築が可能となりえる。

4. 結 論

GS・SGS 間エネルギー伝達を精度良くモデル化した DMS モデルを用いて LES を行うことにより二次元角柱後流におけるエネルギー伝達と渦構造の関係を調べ、以下の結論を得た。

- (1) GS・SGS 間エネルギー伝達において forward scatter は GS 成分エントロフィ $\bar{e} = \frac{1}{2} \bar{\omega}_i \bar{\omega}_i$ 及び変動 GS 成分渦度 $\bar{\omega}_i^*$ からなる変動 GS 成分エントロフィ $\frac{1}{2} \langle \bar{\omega}_i \bar{\omega}_i^* \rangle_p$ と強い相関がある。
- (2) 計算空間における forward scatter 及び backscatter 総量は基本波 1 周期に対して 2 周期の周期をもつて変動し、その絶対値の位相差は 0.3π である。

forward scatter 総量の増減に対し、どちらも位相の変化に対して同様の変化率を示すが backscatter 総量の絶対値は急激に増加して、緩やかに減少する。その backscatter 総量の最大値は最小値の約 2 倍である。

- (3) 瞬時場で見られた backscatter は位相平均により平滑化するとほとんどなくなるため、backscatter は流れ場の瞬時的な状況から生じる現象であると言え、全体で見れば backscatter に比べ forward scatter が優勢で角柱後流は散逸的な流れ場である。
- (4) GS エントロフィを用いた Vorticity モデルには物理的意味があると考えられ、Smagorinsky モデルとの組み合わせにより、より精度の良い SGS モデルが構築できる可能性がある。

文 献

- (1) Piomelli, U., Cabot, W.H., Moin, P. and Lee, S., *Phys. Fluids*, A 3 (1991), 1766-1771.
- (2) 宮内・店橋・嘉久和, 機論, 62-596, B (1996), 1406-1413.
- (3) 坪倉・小林・谷口, 機論, 62-600, B (1996), 3015-3022.
- (4) 坪倉・小林・谷口, 機論, 62-601, B (1996), 3292-3299.
- (5) 阿部, 田代, 機講論, No.99-1 (IV) (1999), 1-2.
- (6) 阿部, 田代, 機講論, No.00-1 (I) (2000), 3-4.
- (7) Zang, Y., Street, R.L. and Koseff, J.R., *Phys. Fluids*, A 5 (1993), 3186-3196.
- (8) Vreman, B., Geurts, B. and Kuerten, H., *Phys. Fluids*, 6 (1994), 4057-4059.
- (9) Lilly, D.K., *Phys. Fluids*, A 4 (1992), 633-635.
- (10) Smagorinsky, J., *Monthly Weather Review*, 91 (1963), 99-165.
- (11) Bardina, J., Ferziger, J.H. and Reynolds, W.C., *Ph.D. dissertation*, "Improved turbulence models based on large eddy simulation of homogeneous, incompressible turbulent flows", Stanford University, (1983).
- (12) Germano, M., Piomelli, U., Moin, P. and Cabot, W.H., *Phys. Fluids*, A 3 (1991), 1760-1765.
- (13) 森西, 機講論, No.99-1 (IV) (1999), 506-508.
- (14) Lyn, D.A. and Rodi, W., *J. Fluid Mech.*, 267 (1994), 353-376.
- (15) Lyn, D.A., Einav, S., Rodi, W. and Park, J.H., *J. Fluid Mech.*, 304 (1995), 285-319.
- (16) Tennekes, H. and Lumley, J.L., *A first course in turbulence*, (1972), 87-88, M.I.T. Press.
- (17) Ferziger, J.H., *AIAA J.*, 15-9 (1977), 1261-1267.