鞭毛を模擬した小型ポンプ, 小型粘度計*

砂田 茂^{*1}, 信賀 信孝^{*2}, 安田 邦男^{*3}
尾崎 浩一^{*1}, 田中 誠^{*1}

A Millimeter-Sized, Helical-Wire Pump that is also a Viscometer

Shigeru SUNADA^{*4}, Nobutaka SHINGA, Kunio YASUDA,
Koichi OZAKI and Makoto TANAKA^{**} National Institute of Advanced Industrial Science and Technology,
1-2 Namiki, Tsukuba-shi, Ibaraki, 305-8564 Japan

A small pump (about 10 mm on a side) with a rotating helical wire was developed. Hydrodynamic forces generated by the small pump were measured by varying the rotational speed of the helical wire and by varying the fluid viscosity. The measured hydrodynamic forces agree well with those predicted by using the resistive theory based on the hydrodynamics of flow at a low Reynolds number. The measured hydrodynamic forces generated by the pump were proportional to the rotational speed of the helical wire. This suggests that the small pump can be used to control hydrodynamic forces with high accuracy. Furthermore, the hydrodynamic force generated by the pump was also proportional to the fluid viscosity. This suggests that this pump is also a small viscometer.

Key Words: Helical Wire, Flagellar Hydrodynamics, Small Pump, Small Viscometer, Resistive Force Theory

1. 緒言

微量な流体の取り扱い、狭い空間での使用、軽量化を目的として、流体機器の小型化に対する要求が高まっている。流体機器を小型化するとレイノルズ数 Re が低下するが、 Re の大きさによって物体に働く流体力の特性が大きく変化する⁽¹⁾。よって、流体機器の小型化にあたっては、従来の大型流体機器を、そのまま小さくしても高い性能を得ることはできない。

高い性能を有する流体機器を開発するにあたっては、生物の推進機器が長い自然淘汰の結果それぞれの環境下で最適化され高い性能を有する⁽²⁾ ことを利用し、生物の推進器を模擬するという方法がある⁽³⁾。小型の生物の推進器には鞭毛によって推進する生物が多いので、鞭毛を模擬した小型ポンプ、小型粘度計を試作

し、その性能評価を行った。

Fig. 1 Experimental apparatus.

* 原稿受付 2000年8月2日.

^{*1} 正員, 独立行政法人産業技術総合研究所つくば東事業所人間福祉医工学研究部門(☎ 305-8564 つくば市並木1-2-1).^{*2} 日本大学大学院(☎ 274-8501 船橋市習志野台7-24-1).^{*3} 正員, 日本大学理工学部.

E-mail: sunada.s@aist.go.jp

2. 実験装置および実験方法

図1に、本研究で使用した実験装置を示す。内径が $d_p = 2 \times 10^{-3} \text{ m}$ のパイプA、B間にシリコンオイルが満たされている。シリコンオイルの密度は $\rho = 975 \text{ kg/m}^3$ 、動粘性係数は $\nu = 100 \text{ mm}^2/\text{s}$ または $\nu = 300 \text{ mm}^2/\text{s}$ または $\nu = 1000 \text{ mm}^2/\text{s}$ の3種類である。パイプA、パイプBは、それぞれY字型管路の口につながれ、Y字型管路の残りの口には直径が 1.9 mm のモータ（スイス・ミニモータ社製、マイクロドライブシステム）が挿入されている。モータの回転軸（直径： 0.24 mm ）にステンレス製の螺旋の一端が巻き付くことで、モータと螺旋はつながっている。図2および表1に、螺旋のサイズを示す。

Table 1 Size of a helical wire and pipes

Items	Abbreviation	Values
Diameter of a wire	d_H	0.2 mm
Radius of helix	a	0.35 mm
Wave length	λ	0.75 mm
	$2\pi a / \lambda$	2.9
	d_H / λ	0.27
Diameter of pipes	d_p	2 mm
	d_p / λ	2.7

螺旋の巻き方向は、螺旋の軸（x 軸）に沿って時計回りである。螺旋はモータにより回転数 f （ $-50 \text{ Hz} < f < 50 \text{ Hz}$ ）で回転するが、回転の正方向は x 軸に沿って時計回りとする。負の回転数 f は、x 軸に沿って反時計回りに回転数 $|f|$ で回転することを意味する。

Fig.2 A helical wire.

回転螺旋が発生する推力により、パイプA、Bの液端面に高さの差（ヘッド H ）が生じるが、その値を測定した。動粘性係数が $\nu = 100 \text{ mm}^2/\text{s}$ のシリコンオイルについては $L = 8 \text{ mm}$ または $L = 24 \text{ mm}$ で、動粘性係数が $\nu = 300, 1000 \text{ mm}^2/\text{s}$ のシリコンオイルについては $L = 8 \text{ mm}$ で測定を行った。

3. 解析

細菌の運動の解析において用いられる、低レイノルズ数における抵抗力理論⁽⁴⁾にもとづいた解析を行う。本解析においては、以下の3つの仮定を前提にする。

（仮定Ⅰ）螺旋は流体力、慣性力によって変形しない。

（仮定Ⅱ）螺旋各部位の流体力学的干渉を無視する。

（仮定Ⅲ）螺旋とパイプとの流体力学的干渉を無視する。

螺旋の発生する推力

図2に示す螺旋が回転する時に発生する推力 T は、レイノルズ数 R_e が1以下、すなわち、

$$R_e = \frac{2\pi |f| a d_H}{\nu} < 1 \quad (1)$$

（ f ：螺旋の回転数、 a ：螺旋の半径、 d_H ：線径、 ν ：流体の動粘性係数）である時、抵抗力理論を用いて以下の様に求められる。螺旋の線素 ds に働く流体力の線素に垂直な成分 dD_N 、平行な成分 dD_T はそれぞれ、

$$dD_N = C_N (2\pi a f) \cos \Theta ds, dD_T = -C_T (2\pi a f) \sin \Theta ds \quad (2)$$

で与えられる。ここで、 $\Theta = \tan^{-1}\{a(2\pi/\lambda)\}$ であり、 C_N 、 C_T は流体力係数で、線径 d_H 、流体の粘性係数

μ を用いて次式で表される⁽⁴⁾。

$$C_N = \frac{2\pi\mu}{\ln\left(\frac{4\lambda}{d_H}\right) - \frac{1}{2}}, C_T = \gamma C_N, \gamma \approx 0.5 \quad (3)$$

よって、長さ L 、波長 λ の螺旋全体が発生する推力 T は、式(2)、(3)より、

$$\begin{aligned} T &= \int (-dD_N \sin \Theta - dD_T \cos \Theta) \\ &= \frac{C_N \lambda f L}{\sqrt{1 + (2\pi a / \lambda)^2}} \frac{2\pi a}{\lambda} \left\{ \left(\frac{2\pi a}{\lambda} \right)^2 + \gamma \right\} \\ &= \frac{4\pi^2}{\ln\left(\frac{4\lambda}{d_H}\right) - \frac{1}{2}} \frac{(2\pi a / \lambda)^2 + \gamma}{\sqrt{1 + (2\pi a / \lambda)^2}} \cdot f \cdot a \cdot L \cdot \mu \end{aligned} \quad (4)$$

式(4)より回転螺旋が発生する推力 T は、螺旋の回転数 f 、螺旋の長さ L 、流体の粘性係数 μ に比例する。また、 f 、 L 、 μ が一定の時、推力 T は式(5)で与えられる螺旋のサイズのみの関数 $G(a, 2\pi a / \lambda, d_H / \lambda)$ に比例する。

$$G(a, 2\pi a / \lambda, d_H / \lambda) \equiv \frac{a}{\ln\left(\frac{4\lambda}{d_H}\right) - \frac{1}{2}} \frac{(2\pi a / \lambda)^2 + \gamma}{\sqrt{1 + (2\pi a / \lambda)^2}} \quad (5)$$

螺旋の回転数 f 、螺旋の長さ L 、流体の粘性係数 μ が一定の時、推力 T を小さくするためには、 a 、 $2\pi a / \lambda$ 、 d_H / λ をなるべく小さくすれば良い。逆に、推力 T を大きくするためには、 a 、 $2\pi a / \lambda$ 、 d_H / λ をなるべく大きくすれば良い。ただし、本解析を有効なものとするために式(1)、および以下の幾何学的条件①、②、モータの出力から課される条件③を満たさなければならない。

幾何学的条件

①螺旋波長 λ は線径 d_H より大きくなければならないから、

$$d_H / \lambda < 1 \quad (6)$$

この式より、 $\ln(4\lambda / d_H) - 1/2 > 0$ であるので、 $G > 0$ である。よって、螺旋の回転数 f と推力 T の符号は一致する。また、 $d_H / \lambda \approx 1$ の時、螺旋の隣り合う部分が近づくが、本解析において螺旋各部の流体力学的干渉を無視していることは注意を要する(仮定II)。

②本螺旋が内径 d_p のパイプの中に挿入されている時、パイプの内径 d_p は螺旋の外径 $2a + d_H$ より大きいので、

$$2\pi a / \lambda + \pi d_H / \lambda < \pi d_p / \lambda \quad (7)$$

$2\pi a / \lambda + \pi d_H / \lambda \approx \pi d_p / \lambda$ の時、螺旋とパイプとが近づくが、本解析において螺旋とパイプとの流体力学的干渉を無視していることは注意を要する(仮定III)。

図3に、 d_H / λ をパラメータとして、 G/a と $2\pi a / \lambda$ との関係を示す。この図において実線は d_p / λ の値をパラメータとした式(8)を示している。

$$2\pi a / \lambda + \pi d_H / \lambda = \pi d_p / \lambda \quad (8)$$

式(7)を満たすために、各実線は式(8)で示されるより左側の部分のみが意味を持つ。

モータの出力により課される条件

③螺旋を回転させるために必要なパワ P は次式で与えられる。

$$P = \int (dD_N U_N + dD_T U_T) = \left\{ \frac{C_N (2\pi a f)^2 L}{\sqrt{1 + (2\pi a / \lambda)^2}} \right\} \left\{ 1 + \gamma \left(\frac{2\pi a}{\lambda} \right)^2 \right\} \quad (9)$$

モータの各回転数での許容パワを P_0 とすると、

$P \leq P_0$ より

$$G/a \leq \frac{P_0}{\mu (2\pi a)^3 f^2} \frac{\gamma + (2\pi a / \lambda)^2}{1 + \gamma (2\pi a / \lambda)^2} \quad (10)$$

a 、 f 、 P_0 、 μ が与えられた時、図3における各実線は、曲線

$$G/a = \frac{P_0}{\mu (2\pi a)^3 f^2} \frac{\gamma + (2\pi a / \lambda)^2}{1 + \gamma (2\pi a / \lambda)^2} = \alpha \frac{\gamma + (2\pi a / \lambda)^2}{1 + \gamma (2\pi a / \lambda)^2}$$

、(ただし、 $\alpha \equiv \frac{P_0}{\mu (2\pi a)^3 f^2}$)より下側の部分のみが可能な範囲になる。

Fig.3 Values of G/a , which is determined by the size of a helical wire and pipes.

図3に示した各実線のうち、①、②、③を満たす部分のみが実現可能な値である。図3中の四角印□は、後述する実験において用いた螺旋での値を表す。

ヘッド

流体に働く力の釣り合いから、螺旋が発生する推力 T とパイプ A、B における液端面に高さの差 H との間には、以下の関係が成立する。

$$H = T / \left(\frac{\pi}{4} \rho g d_p^2 \right) \quad (11)$$

式 (4)、(11) より、

$$H / \nu L = \frac{16\pi}{\ln(4\lambda/d_H) - 1/2} \frac{a}{g d_p^2} \frac{(2\pi a/\lambda)^2 + \gamma}{\sqrt{1 + (2\pi a/\lambda)^2}} \quad (12)$$

式 (12) 右辺の値は、螺旋とパイプのサイズ、 a 、 λ 、 d_H 、 d_p 、および重力加速度 g のみにより定まる。

4. 実験結果及び考察

図4に、動粘性係数 ν と螺旋の長さ L をパラメータとして、回転数 f とヘッド H との関係を示す。ヘッド H は回転数 f 、動粘性係数 ν 、螺旋の長さ L に比例した。これは、式 (12) で予想された関係である。なお、本実験の範囲では、最もレイノルズ数が大きい場合でも $Re \approx 0.2$ であり、式 (1) を満足する。

Fig.4 Relation between f and H .

図4における各直線の傾き H/f より、各 ν 、 L に対する $H/fL\nu$ の値が図5の様に求められた。図5より、求められた $H/fL\nu$ の値は、動粘性係数 ν 、螺旋の長さ L によらず、ほぼ一定の値 ($2.4 \times 10^2 s^2/m^2$ 、標準偏差 $\approx 1.4 \times 10^2 s^2/m^2$) である。また、図5の各点が図4における f と H との関係に基づくことから、求められた $H/fL\nu$ の値は、回転数 f にもよらないと

言える。 $H/fL\nu$ の値が f 、 ν 、 L によらず一定であるという結果は、理論解析の式 (12) が示す通りである。測定によって得られた一定値は式 (12) で予想された $H/fL\nu = 1.9 \times 10^2 s^2/m^2$ より、30% 程度大きい値である。 H の測定誤差、および式 (12) が仮定 (I)、(II)、(III) を前提にしていることによる誤差によると考えられる。

以上の様に、 $H/fL\nu$ が一定値を示すという実験結果は解析結果と定性的に一致しており、本実験結果は前章で示した抵抗力理論に基づく解析で説明できると言える。また、本実験においては、螺旋の回転数を変化させることによって、 $T = \rho g (\pi/4 d_p^2) H \approx 10^{-5} \sim 10^{-3} N$ 程度における流体駆動力を制御することができたが、螺旋のサイズを変えることにより、さらに幅広い範囲での流体駆動力の制御が可能である。

Fig.5 Comparison of $H/fL\nu$ between the experimental values and theoretical one.

また、本実験における螺旋のサイズ、螺旋の回転数、パイプの内径を一定にした場合、ヘッド H が流体の動粘性係数 ν に比例することを用いて、本実験装置は大量の試験流体を必要としない小型粘度計としての使用が可能である。図6に回転螺旋による小型粘度計の例を示す。本粘度計の使用方法は以下の通りである。図6における螺旋ワイヤ(A)がモータ(B)で回転数 f で回転する。流体中に、流路口(C)を液面線(D)までつける。回転螺旋によって流体が分岐流路(E)内に引き上げられるが、引き上げられた液体の端面(F)と液面線(D)との高さの差 H を目盛り(G)で読む。この作業を、

動粘性係数が既知、未知である液体について行う。式(13)より、

$$\nu = \frac{H \ln(4\lambda/d_H) - 1/2 g d_p^2}{fL} \frac{\sqrt{1+(2\pi a/\lambda)^2}}{16\pi a (2\pi a/\lambda)^2 + \gamma} \quad (13)$$

$$\equiv \frac{H}{f} K$$

K は、螺旋のサイズ、パイプ直径で決まる値であるが、本式を導出するにあたっては、前章で述べた仮定(I)、(II)、(III)を含むので、動粘性係数が既

知である液体について H の測定を行い $K = \frac{f\nu}{H}$ を用いて決定する。ちなみに、表に示した螺旋

($L=8\text{mm}$)、パイプを用いた場合、図5で示された $L=8\text{mm}$ の場合の黒印の平均値

$H/fL\nu \approx 2.4 \times 10^2 \text{ s}^2/\text{m}^2$ より、

Fig.6 Viscometer with a rotating helical wire.

$K = 1/\{2.4 \times 10^2 \text{ s}^2/\text{m}^2\} \times L\} = 0.5 \text{ m/s}^2$ である。決定された K 、動粘性係数が未知である液体での測定値 H 、式(13)を用いて動粘性係数 ν が得られる。

本粘度計よりも少量の試料流体で測定可能な粘度計にコーンプレート粘度計があるが、本粘度計はコーンプレート粘度計よりも以下の2点で優れている。①コーンプレート粘度計は、トルク計を必要とするため高価である。②本粘度計を用いた場合、容器から試験流体を取り出さずに粘度を測定することが可能であり、本粘度計を容器内の試験流体に浸したままにすることで、粘度の常時モニタリングが可能である。一方、コーンプレート粘度計を用いる場合には容器より試験流体を汲み出し、粘度計内に注入する必要がある。

5. 結言

- (1) 回転螺旋を用いた小型ポンプを試作し、螺旋の回転数と流体駆動力(ヘッド)との間の線形性を確認した。このことにより、高い精度での流体駆動力(ヘッド)の制御が可能である。
- (2) 本小型ポンプは、流体の粘性係数と流体駆動力(ヘッド)の間にも線形関係が確認されたので、小型の粘度計としても利用できる⁽⁵⁾。
- (3) 細菌の運動の解析において用いられる低レイノルズ数における抵抗理論⁽⁴⁾が、本小型ポンプの性能推算においても有効であることが確認された。

本研究は、科学振興調整費流動促進研究制度、科学技術振興事業団計算科学推進事業の研究課題として行われたものの一部である。ここに記して感謝の意を表する。

文献

- (1) 例えば、日本機械学会編：機械工学便覧基礎編。A5 流体工学(1986)。
- (2) Azuma, A.: The biokinetics of flying and swimming, Springer-Verlag.(1992)。
- (3) 加藤直三：アクアパイオメカニズムに関する研究動向，日本造船学会誌，830, 54(1998), 544-551。
- (4) 例えば、Gray, J. and Hancock, G.J., The propulsion of seurchin spermatozoa, J.exp. Biol. 32 (1955), 802-814。
- (5) 砂田茂、尾崎浩一、田中誠、安田邦男：回転微小式粘度計、特願2000-143075。