一様減衰乱流のエネルギー輸送に及ぼす回転の効果*

森 西 洋 平^{*1}, 中 林 功 一^{*1}
任 水 強^{*2}, 豊 田 のぞみEffect of System Rotation on Energy Transfer
of Homogeneous Decaying TurbulenceYouhei MORINISHI^{*3}, Koichi NAKABAYASHI,
Shuiqiang REN and Nozomi TOYODA^{*3} Department of Mechanical Engineering, Nagoya Institute of Technology,
Gokiso-cho, Showa-ku, Nagoya-shi, Aichi, 466-8555 Japan

The effect of system rotation on energy spectrum, energy transfer function and triadic energy transfer function is investigated using the DNS data of homogeneous decaying turbulence subjected to system rotation. The DNS is performed with 128 Fourier modes at various rotation rate up to 50[rad/s]. The initial Taylor micro-scale Reynolds number is 53.6. The results of this study are summarized as follows: (1) The profile of the energy spectrum approaches the linearized solution with an increase in the rotation. That is, the decay of the energy spectrum is inhibited and promoted in low and high wave number regions, respectively, by the rotation. The absolute value of the energy transfer function decreases with an increase in the rotation. This phenomena is explained by scrambling effect. (2) The rotation gives the directional anisotropy on the energy spectrum and energy transfer function. However the effect of the directional anisotropy on the energy spectrum becomes negligible when the rotation rate is too high. (3) The triadic energy transfer is also prevented by the rotation. The local energy transfer is dominant in the non-local triad for both rotating and non-rotating systems. The rotation also gives the directional anisotropy on the triadic energy transfer function.

Key Words: Turbulence, Turbulent Flow, Numerical Analysis, System Rotation, Scrambling Effect, Energy Spectrum, Energy Transfer Function, Triadic Energy Transfer Function, Directional Anisotropy

1. 結 言

回転系乱流は工学および工業上重要であるが⁽¹⁾, 乱れに及ぼす回転の効果の本質は理解し難い. これは, 乱流エネルギーやエネルギー・スペクトルの支配方程式中には回転が陽的に現れず, 非線形相互作用に対する陰的な効果を通して回転は乱れに影響を及ぼすことによる⁽²⁾⁽³⁾. 非線形相互作用に及ぼす回転の効果の本質を説明するには, 平均せん断が存在しない回転系一様乱流が適している. 著者らはこれまで回転系一様減衰乱流を取り上げ, この流れ場に対する直接数値計算(DNS)アルゴリズムの提案⁽⁴⁾, ヘリシティと回転の効果の解析⁽⁵⁾, および乱れの非等方性に及ぼす回転の効果の解析⁽⁶⁾を行ってきた. 本論文では回転系一様減衰乱流のDNSデータを用い, エネルギー・

スペクトルおよびエネルギー輸送関数に及ぼす回転の効果を検討する. さらに, エネルギー輸送の最小要素である波数三角形内のエネルギー輸送に及ぼす回転の効果についても検討する.

2. 解析の基礎事項

まず最初に本論文の解析に用いる基礎事項をまとめておく.

2.1 エネルギー・スペクトルおよびエネルギー輸送関数 動粘度 ν の非圧縮性流体に対し, 速度のフーリエ係数 $\hat{u}(\mathbf{k})$ が持つ (波数 $\mathbf{k}$ のモード) エネルギー $E(\mathbf{k}) = \hat{u}^*(\mathbf{k}) \cdot \hat{u}(\mathbf{k}) / 2$ の方程式は次式で与えられる.

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + 2\nu k^2 \right) E(\mathbf{k}) = T(\mathbf{k}), \quad T(\mathbf{k}) = \sum_{\Delta(\mathbf{k})} T(\mathbf{k}|\mathbf{p}, \mathbf{q}), \quad (1)$$

$$T(\mathbf{k}|\mathbf{p}, \mathbf{q}) = -\frac{1}{2} P_{ijl}(\mathbf{k}) \Im \{ \hat{u}_i(\mathbf{k}) \hat{u}_j(\mathbf{p}) \hat{u}_l(\mathbf{q}) \} \delta(\mathbf{k} + \mathbf{p} + \mathbf{q}),$$

$$P_{ijl}(\mathbf{k}) = k_j P_{il}(\mathbf{k}) + k_l P_{ij}(\mathbf{k}), \quad P_{ij}(\mathbf{k}) = \delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2}$$

* 原稿受付 2000年9月18日.

^{*1} 正員, 名古屋工業大学機械工学科(〒466-8555 名古屋市昭和区御器所町).^{*2} 正員, 名古屋工業大学大学院.

E-mail: morinisi@cfm.mech.nitech.ac.jp

ここで $T(k)$ は $E(k)$ のエネルギー輸送関数である。記述の簡略化のため特に必要のない箇所では変数の独立変数のうち時間 t の表記を省略する。また, $\Im$ は虚数部を抽出する関数, $\delta(k)$ はデルタ関数, 上付き $*$ は複素共役, $\sum_{\Delta(k)}$ は与えられた波数 k について波数三角形の条件 $k+p+q=0$ を満足する p および q の総和を意味する。 $T(k|p, q)$ は波数三角形 (k, p, q) 内のエネルギー輸送関数で, 乱流のエネルギー輸送は非線形性に基づく三波相互作用により波数三角形 (k, p, q) 内でのみ生じる。 k, p および q それぞれの空間で半径 $k = |k|$, $p = |p|$ および $q = |q|$ の球殻上の $T(k|p, q)$ の総和をとると, スカラー (k, p, q) に関するエネルギー輸送関数 $\hat{T}(k|p, q)$ が計算できる⁽⁷⁾ ⁽⁸⁾。 $T(k|p, q)$ および $\hat{T}(k|p, q)$ は, k および k がそれぞれの波数三角形内で他の二辺とのエネルギーの授受に際してエネルギーを得る場合に正, 失う場合に負と定義される。さらに, 波数 k の空間の半径 k の球殻上で式 (1) の総和を計算するとエネルギー・スペクトル $E(k) = \sum_{A(k)} E(k)$ の方程式が得られる。

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + 2\nu k^2\right) E(k) = T(k), \quad T(k) = \sum_{A(k)} T(k) \quad (2)$$

ここで, $T(k)$ は $E(k)$ のエネルギー輸送関数, $\sum_{A(k)}$ は k の空間で半径 k の球殻上の総和を意味する。

2.2 スクランプル効果 回転によるエネルギー輸送の抑制はスクランブル効果として説明される⁽²⁾ ⁽⁹⁾。スクランブル効果の説明には複素ヘリカル波分解⁽⁹⁾ ⁽¹⁰⁾ が導入される。複素ヘリカル波分解を用いると, 速度 (のフーリエ係数) $\hat{u}(k, t)$ は次式で表される。

$$\hat{u}(k, t) = \sum_{s_k=\pm 1} \xi_{s_k}(k, t) N(s_k k) \quad (3)$$

$s_k (= \pm 1)$ は速度の複素ヘリカル波成分 ξ_{s_k} のヘリシティの正負, $N(s_k k)$ は複素ヘリカル波分解の基底ベクトルで $N(s_k k) = e^2(k) - I s_k e^1(k)$ で定義される。ここで I は虚数単位, $e^1(k) = (k \times a)/|k \times a|$ および $e^2(k) = (k \times e^1(k))/|k|$ は局所クラヤ座標⁽⁹⁾ ⁽¹²⁾ の直交基底ベクトルである。 a は任意の定数ベクトルである。ここでは $a = (0, 0, 1)$ および $\Omega = (0, 0, \Omega)$ とし, この場合の局所クラヤ座標と複素ヘリカル波分解の基底ベクトルを図 1 に示す。式 (3) を回転系のナビエ・ストークス式に代入した後に非線形項を消去すると次の線形解が得られる。

$$\xi_{s_k}(k, t) = \xi_{s_k}(k, 0) \exp[(I s_k g_k - \nu k^2)t] \quad (4)$$

ここで $g_k = 2\Omega \cdot k/k = 2\Omega \cos \theta_k$ であり, θ_k は回転角速度ベクトル Ω と k との間の角度である。さらにナ

Fig.1 Craya frame and helical waves decomposition

ビエ・ストークス式の非線形項を含めた解を次式で表現する⁽⁹⁾。

$$\xi_{s_k}(k, t) = a_{s_k}(k, t) \exp[(I s_k g_k - \nu k^2)t] \quad (5)$$

$a_{s_k}(k, t) = \xi_{s_k}(k, 0)$ ならば上式は式 (4) を与えるので, $a_{s_k}(k, t)$ は $\xi_{s_k}(k, t)$ における非線形効果の寄与を表現する。式 (5) を用いてエネルギー・スペクトルの輸送方程式 (2) を書き直すと次式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{\partial E(k)}{\partial t} = & \sum_{A(k)} \sum_{\Delta(k)} \sum_{s_k, s_p, s_q} 2(s_p p - s_q q) \\ & \times \Re \{ g a_{s_k}^* a_{s_p}^* a_{s_q}^* \\ & \times \exp[-I(s_k g_k + s_p g_p + s_q g_q)t] \\ & \times \exp[\nu(k^2 + p^2 + q^2)t] \} \quad (6) \end{aligned}$$

$\Re$ は実数部を抽出する関数, $\sum_{s_k, s_p, s_q}$ は $s_k, s_p, s_q = \pm 1$ の総和, g は波数三角形 (k, p, q) の形状により決まる幾何係数で $g = -[N^*(s_p p) \times N^*(s_q q) \cdot N^*(s_k k)]/4$ である。式 (6) 中の $|s_k g_k + s_p g_p + s_q g_q|$ は三角コリオリパラメータ (Triadic Coriolis parameter, TCP) である。TCP の値が大きいほど式 (6) の右辺の位相は時間とともに高速で回転して非線形相互作用は平均化されてほぼゼロとなり, エネルギー輸送が抑制される。この効果はスクランブル効果と呼ばれる⁽²⁾ ⁽⁹⁾。

2.3 波数三角形およびエネルギー輸送の局所・非局所性 波数三角形およびその内部のエネルギー輸送はそれぞれが局所・非局所性を用いて 2 種類に分類される⁽⁷⁾ ⁽⁸⁾ ⁽¹⁰⁾。

(i) **波数三角形の分類** 波数三角形は 3 辺の大きさの比に応じて局所波数三角形 (三つの波数が同程度の場合) と非局所波数三角形 (一辺のみが小さい場合) の 2 種類に分類される。本論文では大波数と小波数との比が 2 倍以内のものを局所波数三角形, それ以外のものを非局所波数三角形とする。

(ii) **エネルギー輸送の分類** エネルギー輸送は, 波数三角形内の 2 辺の関係に応じて局所エネルギー輸送 (2 つの波数の比が 2 倍以内の場合) と非局所エネ

Fig.2 Locality and non-locality of triad interactions and their energy transfers

ルギー輸送（2つの波数の比が2倍より大きい場合）の2種類に分類される。

図2 (a) に局所波数三角形を、図2 (b) に非局所波数三角形を示す。矢印は波数三角形内で起こり得るエネルギー輸送を示している。実線の矢印は局所エネルギー輸送を、点線の矢印は非局所エネルギー輸送を表す。図中の矢印で示すように、局所波数三角形内ではエネルギーは常に局所的に輸送され、非局所波数三角形内では局所エネルギー輸送と非局所エネルギー輸送の双方が起こり得る。

2.4 FおよびR型三波相互作用 三波相互作用は波数三角形を構成する速度ベクトルのヘリシティの正負（極性）により $(s_k, s_p, s_q) = (\pm 1, \pm 1, \pm 1)$ の8組に分類される。非局所波数三角形内のエネルギー輸送の方向は波数の大小関係と極性により推測が可能とされている。不安定性仮定に基づいた議論⁽¹⁰⁾では、波数三角形内では一辺の不安定な波数から他の二辺の安定な波数へエネルギーが輸送されると考える。不安定性仮定の詳細については文献⁽¹⁰⁾を参照されたい。非局所三波相互作用はエネルギー輸送の方向により二種類に大別される。図3に $k \ll p < q$ とした場合について、F型 (Forward type) 三波相互作用とR型 (Reverse type) 三波相互作用を示す。FおよびR型三波相互作用に応じてエネルギー輸送関数 $T(k)$ は $T(k) = T^{(F)}(k) + T^{(R)}(k)$ と分解される。

3. 数値計算手法と計算条件

本研究の回転系一様減衰乱流のDNSは前報⁽⁴⁾で提案された計算コードを用いて実行されている。この計算コードでは空間離散化手法としてフーリエ・スペクトル法、非線形項の時間積分には4次精度のルンゲ・クッタ法が用いられている。粘性項とコリオリ力項は積分因子法を用いて厳密に時間積分されている。計算コードの詳細は前報⁽⁴⁾を参照されたい。計算対象は $(2\pi \times 2\pi \times 2\pi)$ の周期的流れ場で、動粘度は $\nu = 0.001$

Fig.3 Forward (F) and reverse (R) interactions, and their directions of energy transfer

[m²/s] に設定する。各方向のスペクトル・モード数は128である。時間進行法の時間刻み幅は $\Delta t = 0.01$ [s] とした。流れ場の初期条件として、まず次の初期エネルギー・スペクトル分布 $E_0(k)$,

$$E_0(k) = \frac{32}{3} \sqrt{\frac{2}{\pi}} q_0 \frac{k^4}{k_p^5} \exp\left(-2\frac{k^2}{k_p^2}\right), \quad (7)$$

を持ち位相が乱数である流れ場を発生させる⁽¹¹⁾。ただし、 $q_0 = 13.5$, $k_p = 8$ を用いる。さらに、速度勾配のスキューネスがほぼ発達する $t = t_0 = 2.5$ [s] まで静止系において時間積分する。時刻 t_0 での速度場を改めて初期速度場とし、回転角速度を $\Omega = 0, 0.5, 1.0, 2.0, 5.0, 10.0$ および 50.0 [rad/s] とした場合の回転系一様減衰乱流のDNSの実行およびデータの解析を行う。表1に $t - t_0 = 0$ [s] における代表的な乱

Table 1 Statistics of the initial field

K_0	ε_0	Re_λ	λ	l_k	S
0.201	0.0567	53.6	0.0843	0.0115	0.496

流統計平均量として初期乱流エネルギー K_0 [m²/s²], 初期乱流エネルギー散逸率 ε_0 [m²/s³], テイラー・マイクロスケール・レイノルズ数 Re_λ , テイラー・マイクロ・スケール λ [m], コルモゴロフ長さスケール l_k [m], および速度勾配 $(-\partial u_1 / \partial x_1)$ のスキューネス S を示す。なお、本論文では波数空間で定義される統計平均量に及ぼす回転の効果を考察するので、物理空間で定義される乱流の統計平均量に及ぼす回転の効果については前報^{(4) (5) (6)}を参照されたい。

4. エネルギー・スペクトルおよびエネルギー輸送関数に及ぼす回転の効果

4.1 球殻平均値に及ぼす回転の効果 等方性乱流の解析においては波数の大きさ k を変数として波

Fig.4 Energy spectrum $E(k)$ ($t - t_0 = 1$ [s]) Fig.5 Energy transfer function $T(k)$ ($t - t_0 = 1$ [s]) Fig.6 Decomposition of Energy transfer function in accordance with F and R interactions ($p, q \geq k$, $t - t_0 = 1$ [s])

数空間上の乱流統計平均量を整理する場合が多い⁽⁹⁾
⁽¹⁰⁾ ⁽¹¹⁾. 図4に, $\Omega = 0, 0.5, 1.0, 2.0, 5.0$ および 50.0 [rad/s] の計算例における時刻 $t - t_0 = 1$ [s] でのエネルギー・スペクトル $E(k)$ を示す. 同図には初期 ($t - t_0 = 0$) のエネルギー・スペクトルおよび粘性減衰を表す線形解 ($E(k) = E_0(k) \exp(-2\nu k^2 t)$) の $t - t_0 = 1$ [s] での解も示されている. 静止系 ($\Omega = 0$ [rad/s]) での $E(k)$ の計算結果は, 低波数領域では線形解よりも減衰が速く, 高波数領域では線形解よりも減衰が遅い. これは非線形相互作用が低波数域のエネルギーを高波数域へ輸送することを示している. また, Ω が増加

すると $E(k)$ の分布は静止系のものから線形解へ近づく. これより回転は非線形相互作用を弱め, 低波数領域から高波数領域へのエネルギー輸送を抑制することが解る.

図5に $\Omega = 0, 0.5, 1.0, 2.0, 5.0$ および 50.0 [rad/s] の計算例における時刻 $t - t_0 = 1$ [s] でのエネルギー輸送関数 $T(k)$ を示す. 図より, $T(k)$ は $k = 10$ 近傍を境にして低波数側では負, 高波数側では正の値を取ることがわかる. これは, $k < 10$ の波数 k では他の波数へ輸送されるエネルギーが大きく, 逆に $k > 10$ の波数 k では他の波数から与えられるエネルギーが大きいことを意味する. また, 回転角速度 Ω の増加にともない $T(k)$ の絶対値が減少する. つまり, 回転はエネルギー輸送を抑制する. この効果の説明は, 回転 Ω を表す項が陽的に存在しないため式(2)では困難であるが, 従来の理論的な研究では第2.2節で紹介したスクランブル効果として説明される⁽²⁾ ⁽⁹⁾. なお, エネルギー輸送関数の分布から, 本研究では $k = 10$ 近辺を中波数領域とし, それよりも低および高波数側をそれぞれ低波数領域および高波数領域とする.

次に, エネルギー輸送関数 $T(k)$ をFおよびR型三波相互作用によるものに分解 [$T(k) = T^{(F)}(k) + T^{(R)}(k)$] し図6に示す. ここではRおよびF型への分解を可能とするため, $k = 6, 10$ および 20 それぞれについて $p, q \geq k$ の部分を用いてエネルギー輸送関数が計算されている. 図の横軸は $(t - t_0)\Omega$ (無次元), 縦軸は $t = t_0$ でのエネルギー輸送関数 $T(t_0)$ で正規化された $T(t), T^{(F)}(t)$ および $T^{(R)}(t)$ である. 図より, 静止 ($(t - t_0)\Omega \rightarrow 0$ に対応) あるいは回転系 ($(t - t_0)\Omega > 0$ に対応) によらずR型よりもF型三波相互作用によるエネルギー輸送が支配的で, 回転はF型およびR型三波相互作用の双方を抑制することが解る.

4.2 回転によって生じる方向非等方性 回転系の一様乱流は一般に軸対称乱流と考えられるので⁽¹²⁾, ここでは波数の大きさ k と回転軸を基準とした天頂角 θ の関数として波数空間における統計平均量を表現する. $t - t_0 = 1$ [s] でのエネルギー・スペクトル $E(k, \cos \theta)$ の等値線図を $\Omega = 0, 5.0, 50.0$ [rad/s] それぞれについて図7 (a),(b),(c)に示す. 等値線の間隔は指数的に設定されている. 図7 (a)から, 静止系 ($\Omega = 0$ [rad/s]) では等値線が縦軸にほぼ平行で, エネルギー・スペクトルは k のみに依存する等方的な関数となっている. これに対し, 図7 (b)の回転系 ($\Omega = 5.0$ [rad/s]) の場合にはエネルギー・スペクトルが k と θ の双方に依存し, 特に極近傍 ($\cos \theta \simeq 1$) の高波数領域においてその値が極端に小さくなる. これより, 回転は乱流場に

Fig.7 Contour lines of $E(k, \cos \theta)$ ($t - t_0 = 1[s]$)

方向非等方性(天頂角 θ の依存性)を与え、極近傍でのエネルギー・スペクトルの値を減少させることがわかる。しかし、図 7 (c) に示される強い回転 ($\Omega = 50.0$ [rad/s]) の場合には、(b) $\Omega = 5.0$ [rad/s] の場合と比較して $E(k, \cos \theta)$ の θ への依存性が弱まる。これより、回転角速度 Ω がある程度以上大きくなると回転がエネルギー・スペクトルに与える方向非等方性は弱められることが理解される。

$t - t_0 = 1$ [s] でのエネルギー輸送関数 $T(k, \cos \theta)$ の値の分布を $\Omega = 0, 5.0, 50.0$ [rad/s] それぞれについて図 8 (a),(b),(c) に示す。同図において $T(k, \cos \theta)$ の負値の領域は黒色で、正の比較的大きな値の領域は濃い灰色で、ほぼゼロで正の値は薄い灰色で表現されている。図 8 (a) から、静止系ではエネルギー輸送関数は低波数領域で負値、中から高波数領域で正值、さらに高波数領域ではほぼゼロで、分布にばらつきは見られるもののエネルギー輸送関数は k のみに依存する等方的な関数とみなせる。この場合エネルギーは半径 k 方向に輸送される。図 8 (b) の回転系の場合には、

Fig.8 Distribution of $T(k, \cos \theta)$ ($t - t_0 = 1[s]$)

極近傍 ($\cos \theta \simeq 1$) の中波数から高波数領域で図 8 (a) に観察された比較的大きな正值が消滅し、極近傍の中波数から高波数領域にかけて正負の値が混在する領域が現れている。これより、回転によって極近傍の高波数領域のエネルギー・スペクトルの値が低くなる[図 7 (b)]のは回転により極近傍での半径 k 方向のエネルギー輸送が抑制されることが主な原因と説明できる。また図 8 (b) の中波数から高波数の領域にはエネルギー輸送関数の方向非等方性(天頂角 θ 方向の勾配)が見られるので、この領域では半径 k 方向へのエネルギー輸送に加え、極から赤道への天頂角 θ 方向へのエネルギー輸送も生じる。図 8 (c) の強い回転の場合には、正負の値が混在し実質的にエネルギー輸送が生じない領域が低波数から高波数領域の天頂角方向全体に広がる。この場合にエネルギー輸送関数の方向非等方性はより高い波数領域で生じるが、高波数領域のエネルギー輸送関数の絶対値が小さいため、回転がエネルギー・スペクトルに及ぼす影響も小さくなる。このため、ある程度以上の回転になるとエネルギー・ス

ベクトルの方向非等方性は弱められる [図 7 (c)].

5. 波数三角形内のエネルギー輸送に及ぼす回転の効果

本節では、波数三角形内のエネルギー輸送に及ぼす回転の効果調べるため、スカラー (k, p, q) のエネルギー輸送⁽⁸⁾⁽¹⁰⁾を解析する。 k を一定とした場合に波数三角形が存在する領域は図 9 中の $q = p + k$, $q = p - k$ および $q = -p + k$ で囲まれる帯状の領域である。図 9 で灰色で表現された領域は非局所波数三角形、帯状の領域内で白の領域は局所波数三角形が存在する領域を表す。

Fig.9 Existent region of wave number triad (k, p, q) and classified region in respect to locality on $p - q$ plane ($k = \text{const.}$)

静止系 ($\Omega = 0$) の場合の $t - t_0 = 1[\text{s}]$ における $\hat{T}(k|p, q)$ の等値線図を、波数三角形の一边を $k = 6, 10$ および 20 と固定した場合それぞれについて図 10 (a), (b) および (c) に示す。回転系の例として、 $\Omega = 5.0 [\text{rad/s}]$ に対するものを図 11 (a), (b), (c) に示す。等値線の値はそれぞれの図において $|\hat{T}(k|p, q)|$ の最大値 $|\hat{T}(k|p, q)|_{\text{Max}}$ を用いて無次元化されている。静止系では、波数 k が低い領域 [図 10 (a)] では (図 9 中の) 領域 (D) の局所波数三角形および (図 9 中の) 領域 (C) の非局所波数三角形に対応する部分で $\hat{T}(k|p, q)$ が正の大きな値を取る。また、波数 k の増加にともない領域 (D) の局所波数三角形に対応する部分の正值が減少しかつ (図 9 中の) 領域 (B) の非局所波数三角形に対応する部分で $\hat{T}(k|p, q)$ が負の大きな値を取るようになる [図 10 (b), (c)]。これらは Ohkintani & Kida⁽⁸⁾ による静止系での $\hat{T}(k|p, q)$ の評価と一致する。回転系では、波数 k が低い領域では $q = -p + k$ 近傍を除いて $\hat{T}(k|p, q)$ の値が減少し、また静止系で

Fig.10 Contour lines of triadic energy transfer function $\hat{T}(k|p, q)$ at $\Omega = 0 [\text{rad/s}]$

支配的であった領域 (D) および領域 (C) での値も顕著に減少する [図 11 (a), (b)]。波数 k が高い領域において回転は $\hat{T}(k|p, q)$ の定性的な分布に大きな変化は与えないが、その絶対値を減少させる [図 11 (c)]。これはスクランブル効果によるエネルギー輸送の抑制が波数三角形内のエネルギー輸送にも作用していることを示している。

Fig.11 Contour lines of triadic energy transfer function $\hat{T}(k|p, q)$ at $\Omega = 5$ [rad/s]

波数三角形内のエネルギー輸送の局所・非局所性を調べるため、 $k = 20$, $p = 25$ における $\hat{T}(k|p, q)$, $\hat{T}(p|q, k)$ および $\hat{T}(q|k, p)$ の値を、 $\Omega = 0$ および 5.0 [rad/s] それぞれについて図 12 (a) および (b) に示す ($t - t_0 = 1$ [s]) . $k = 20$, $p = 25$ に対しては $5 < q < 12.5$, $40 < q < 45$ が非局所波数三角形, $12.5 \leq q \leq 40$ が局所波数三角形を与える. 非局所波

Fig.12 Triadic energy transfer function ($k = 20$, $p = 25$, $t - t_0 = 1$ [s])

数三角形 ($5 < q < 12.5$) においては $\hat{T}(q|k, p)$ が非局所エネルギー輸送であり, $\hat{T}(k|p, q)$ および $\hat{T}(p|q, k)$ は局所および非局所エネルギー輸送の双方を含む. 局所波数三角形 ($12.5 \leq q \leq 40$) においては $\hat{T}(k|p, q)$, $\hat{T}(p|q, k)$ および $\hat{T}(q|k, p)$ ともに局所エネルギー輸送となる (2.3 節参照). 静止および回転系の双方で, q の値が低い部分でエネルギー輸送の絶対値が大きいかつ $\hat{T}(q|k, p)$ の絶対値は $\hat{T}(k|p, q)$ および $\hat{T}(p|q, k)$ の絶対値よりも小さい. これより, 波数 k が高い領域 ($k = 20$) では静止系および回転系の双方において非局所波数三角形での局所エネルギー輸送が卓越することがわかる. ここでは紙面の都合で結果は示さないが, 他の k と p の組み合わせでもほぼ同様のことが確認された. なお, エネルギーの詳細保存 ($\hat{T}(k|p, q) + \hat{T}(p|q, k) + \hat{T}(q|k, p) = 0$) が満足されていることからデータの信頼性も確認される.

次に, 波数三角形内のエネルギー輸送に対する回転による方向非等方性を調べるため, $\Omega = 5$ [rad/s] の計算例の $k = 6$ での $\hat{T}(k|p, q)$ を赤道および極側の 2 つの領域からの寄与に応じて $\hat{T}(k|p, q) =$

Fig.13 Decomposition of triadic energy transfer function for $k = 6$ at $\Omega = 5$ [rad/s]

$\hat{T}^{equ}(k|p, q) + \hat{T}^{pole}(k|p, q)$ と分解し図 13 に示す。ここで、 $\hat{T}^{equ}(k|p, q)$ は $45^\circ \leq \theta \leq 135^\circ$ の領域からの、 $\hat{T}^{pole}(k|p, q)$ は $0^\circ \leq \theta < 45^\circ$ および $135^\circ < \theta \leq 180^\circ$ の領域からの寄与を表す。図 13 (a) の $\hat{T}^{equ}(k|p, q)$ には図 11 (a) に見られる $\hat{T}(k|p, q)$ と同様な回転の効果が現れているが、図 13 (b) の $\hat{T}^{pole}(k|p, q)$ では [図 9 中の] 領域 (C) および (D) に対応する部分の正値が消滅して負値が現れる。これより、波数三角形内のエネルギー輸送関数に関しても赤道近傍よりも極近傍の方が回転の効果を大きく受けることが理解される。

6. 結 言

本研究では、一様減衰乱流の DNS データを用いてエネルギー・スペクトル、エネルギー輸送関数および波数三角形内のエネルギー輸送に及ぼす回転の効果を検討した。本研究で得られた結果を以下に示す。

(1) 回転によりエネルギー・スペクトル $E(k)$ の減衰は低波数領域で抑制、高波数領域で促進され、その

分布形状は線形解に近づく。つまり回転は非線形効果を抑制する。エネルギー輸送関数 $T(k)$ は回転によりその絶対値が減少する。これはスクランブル効果として説明される。エネルギー輸送関数を F 型と R 型によるものに分解すると、回転の有無によらず F 型によるものが卓越する。

(2) 回転はエネルギー・スペクトルおよびエネルギー輸送関数に方向非等方性を与える。回転が大きくなるとエネルギー輸送関数の方向非等方性はより高い波数領域で生じるようになるが、高波数領域のエネルギー輸送関数の絶対値が小さいため、回転がエネルギー・スペクトルに及ぼす影響も小さくなる。このため、回転がある程度以上大きくなるとエネルギー・スペクトルの方向非等方性は弱められる。

(3) 波数三角形内のエネルギー輸送も回転により抑制される。波数三角形内のエネルギー輸送関数 $\hat{T}(k|p, q)$ は、波数 k が低い領域では静止系で図 9 中の (D) に対応する部分 (局所波数三角形) および図 9 中の (C) に対応する部分 (非局所波数三角形) が支配的であるが、回転によりこれらの部分での値が顕著に減少する。非局所波数三角形内では静止系および回転系の双方において局所エネルギー輸送が支配的である。 $\hat{T}(k|p, q)$ についても回転により方向非等方性が生じる。

文 献

- (1) 中林功一, 鬼頭修己, 森西洋平, 日本機械学会論文集 (B 編), **65-631** (1999), 815-822.
- (2) Cambon, C. and Jacquin, L., *J. Fluid Mech.*, **202** (1989), 295-317.
- (3) Jacquin, L., Leuchter, O., Cambon, C. and Mathieu, J., *J. Fluid Mech.*, **220** (1990), 1-52.
- (4) 森西洋平, 中林功一, 田平理雄, 任水強, 日本機械学会論文集 (B 編), **65-631** (1999), 830-838.
- (5) 森西洋平, 中林功一, 任水強, 日本機械学会論文集 (B 編), **66-644** (2000), 962-969.
- (6) 森西洋平, 中林功一, 任水強, 日本機械学会論文集 (B 編), **67-656** (2001), 961-968.
- (7) Domaradzki, A.J. and Rogallo, R.S., *Phys. Fluids*, **A2** (1990), 413-426.
- (8) Ohkitani, K. and Kida, S., *Phys. Fluids*, **A4** (1992), 794-803.
- (9) Cambon, C., Mansour, N.N. and Godefered, F.S., *J. Fluid Mech.*, **337** (1997), 303-332.
- (10) Waleffe, F., *Phys. Fluids*, **A4** (1992), 350-363.
- (11) Squires, K.D., Chasnov, J.R., Mansour, N.N. and Cambon, C., *Annual Research Briefs-1993* (Center for Turbulence research, Stanford Univ./NASA Ames), (1994), 157-170.
- (12) Lesieur, M., *Turbulence in Fluids* (3rd revised and enlarged ed., Kluwer), (1997), 143-146, 162-164.