血液の粘弾性が壁面せん断応力に及ぼす影響*

中村 雅英^{*1}, 小塚 賢裕^{*2}, 石塚 正幸^{*3}Influence of Blood Viscoelasticity on
the Distribution of Wall Shear StressMasahide NAKAMURA^{*4}, Masahiro KOZUKA and Masayuki ISHIZUKA^{**}Department of Mechanical Engineering, Akita University,
1-1 Tegatagakucho, Akita-shi, Akita, 010-8502 Japan

It is well known that blood denotes the viscoelastic property under the unsteady flow conditions. So, we analyzed the unsteady blood flows through the two-dimensional channel with the fixed stenosis to evaluate the effect of blood viscoelasticity on the distribution of wall shear stress. In this study, we adopted the Thurston model to denote the viscoelastic property of blood. The results are summarized as follows: i) The difference among these models appears clearly in the amplitude of wall shear stress. ii) The results based on the Casson model are in qualitative agreement with the results based on the Thurston model, but the Casson model has a tendency to underestimate the amplitude of wall shear stress compared with the Thurston model.

Key Words: Bio-fluid mechanics, Non-Newtonian Fluid, Unsteady Flow, Viscoelastic Fluid, Numerical Analysis, Internal Flow

1. 緒 言

血液は水や空気などの流体と比較すると、多くの複雑なレオロジー的挙動を呈し、それらは一般に非ニュートン性と呼ばれている。そして血液は、通常は降伏応力を有する純粘性流体として扱われているが、実際にはさらに複雑な特性である粘弾性も有している⁽¹⁾。さて、血液流の解析には Casson モデル⁽¹⁾ がしばしば用いられ、動脈硬化等の病変の発生との関連を意図した研究が行われている⁽²⁾。しかしながら、Casson モデルでは血液の粘弾性は表すことができず、しかも血液の粘弾性が流れ場に及ぼす影響はまだほとんど解析されていないのが現状である。

本研究は、血液の粘弾性が壁面せん断応力の分布に及ぼす影響を明らかにすることを目的としている。壁面せん断応力に着目した理由は、壁面せん断応力が動脈硬化等の病変の発生と強い関連を有するパラメータであることが多くの研究者によって示唆されており、

生体工学的に重要なパラメータだからである⁽³⁾。また、解析の対象とする流れ場は狭さくを有する流れとする。これは、狭さく近傍はさまざまな病変の好発部位であることが知られており、その発生と狭さくによる複雑な流れ場との関連が多くの研究者の関心を集めているからである⁽⁴⁾。なお今回の解析では、血液の粘弾性を表すモデルとして、Thurston モデル⁽⁵⁾を用いた。このモデルは、ずり流動化や粘弾性などといった血液のすべてのレオロジー的性質を統一的に扱うために、広い範囲にわたって行われた実験結果を用いて定められたモデルであり、Maxwell モデル⁽⁶⁾を拡張したものである。さらに本研究では、Casson モデルを用いた場合の解析や血液をニュートン流体として扱った場合の解析も行い、これらを比較することにより血液の粘弾性が壁面せん断応力に及ぼす影響を明らかにした。

2. 基礎方程式および解析方法

2・1 流路の形状および構成方程式 今回の研究で解析の対象とする流れは、図1に示されるような二次元チャネルの下部に固定された狭さくが存在するような流路内の二次元非圧縮性非定常流である。狭さくの形状 $F(x)$ は次式で与える。

* 原稿受付 2000年10月19日。

^{*1} 正員、秋田大学工学資源学部(☎010-8502 秋田市手形学園町1-1)。^{*2} 東北管区警察局(☎980-0014 仙台市青葉区本町3-3-1)。^{*3} 秋田大学大学院。

E-mail: mnakam@ipc.akita-u.ac.jp

Fig. 1 Calculation model

$$F(x) = 0.4D_0 \exp[-5(x/D_0 - 2)^2] \dots\dots\dots (1)$$

ここで D_0 はチャネル幅を示し, x は図1に示されるような座標の成分である. この式からわかるように, 狭さくを中心は $x/D_0 = 2.0$ にあり, 狭さくが存在する範囲は $1.0 < x/D_0 < 3.0$ となる.

次に, 構成方程式について述べる. Thurston モデルの構成方程式は文献(5)に示されているが, これは一次元の場合である. よってそれを本研究に適用することができるよう拡張すると次式ようになる.

$$\sigma_{ij} = \sigma_{NL,ij} + 2\eta_\infty e_{ij} \dots\dots\dots (2)$$

$$\sigma_{NL,ij} = \sum_{k=1}^6 (\tau_k)_{ij} \dots\dots\dots (3)$$

$$(\tau_k)_{ij} + S_k \frac{\partial}{\partial t} (\tau_k)_{ij} = \frac{2\eta_{0,k} e_{ij}}{1 + S_k^2 4\Pi} \dots\dots\dots (4)$$

ここで, t は時間, σ_{ij} は応力の (i, j) 成分, そして $\sigma_{NL,ij}$ は式(3)で与えられる応力の非ニュートン性を示す部分である. また, η_∞ は粘性係数に対応する定数であり, S_k は緩和時間に対応する定数である. さらに, $\eta_{0,k}$ も粘性係数に対応する定数である. さてこれらの式において, e_{ij} などは次式で与えられる.

$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \dots\dots\dots (5)$$

$$4\Pi = 2e_{ij}e_{ji}, \quad (i, j=1, 2) \dots\dots\dots (6)$$

ここで, x_i は座標成分であり ($x_1 = x, x_2 = y$), u_i は速度の x_i 成分である. 式(4)に対して説明を少し加えよう. 式(4)の左辺の時間微分は本来ならば対流微分⁽⁷⁾を用いるのが普通である. しかしながら, 対流微分を絶対に用いるべきであるという必然性はなく, Jaumann 微分⁽⁷⁾を用いてもよい. どちらの微分を用いるべきであるかは文献(7)に書かれているようにはっきりしない. さらに今回の解析において, 血液の非ニュートン性が重要な役割を演ずるのはずり速度が低い領域であることは明らかであり, そのような領域では, 対流微分は単なる時間微分で近似してもよいと考えられる. このような理由から, 今回の研究では式(4)の左辺は単なる時間微分で近似することにした.

次に Casson モデルについて説明する. このモデルは血液を表すモデルとして広く用いられている. その

構成方程式は次のようになる⁽⁸⁾.

$$\sigma_{ij} = \sigma_{NL,ij} + 2\eta_\infty e_{ij} \dots\dots\dots (7)$$

$$\sigma_{NL,ij} = \{p_y(4\Pi)^{-1/2} + 2(p_y \cdot \eta_\infty)^{1/2}(4\Pi)^{-1/4}\} 2e_{ij} \dots\dots\dots (8)$$

ここで, p_y は降伏応力で, e_{ij} および 4Π は式(5), (6)で与えられるとおりである. なお, $4\Pi \rightarrow 0$ のとき, 式(8)の中かっこ内は発散する. 明らかにこれは不自然であり, 実際にはずり速度は零になっても血液の見掛けの粘度は有限になるという報告もある⁽⁹⁾. よって, 式(8)の Π に対して下限を設け, $4\Pi < 4\Pi_0$ のときには $4\Pi = 4\Pi_0$ とするという条件をつけた. ここで, Π_0 は定数であり, 十分ずり速度が小さいときの挙動が文献(9)と一致するように定めた. なお血液をニュートン流体と見た場合の構成方程式は式(7)の右辺第1項を落とすだけで得られるので, 説明は省略する.

次にこれらの式において用いられる係数について説明する. Thurston モデルに用いられる係数の値は文献(5)に示されているのでそれに従う. それによると $\eta_\infty = 0.004$ Pa とされているので, Casson モデルでもニュートン流体モデルでも同じ値を使用する. さらに Casson モデルの降伏応力は文献(2)に従い, 10 mPa と定めた.

今回の研究において, 流れ場を支配する無次元数として, レイノルズ数とストローハル数を考える. これらの無次元数は次式で定義される.

$$Re = \rho u_0 D_0 / \eta_\infty, \quad St = D_0 / u_0 T_0 \dots\dots\dots (9)$$

ここで, ρ は密度, u_0 は代表速度(本研究では, 入口における断面平均速度の最大値), T_0 は主流の脈動周期である. 次に流体の非ニュートン性を支配する無次元数を定義する必要があるが, Thurston モデルの場合, 多くの実験定数を有しているため, 無次元数の定義は難しく, 無次元数を用いる意義も明らかではない. よってここでは, 非ニュートン性を支配するための無次元数は用いなかった. そのため, 実際の計算に用いた具体的な数値を示す必要がある. ここでは, 流れ場のパラメータが, ほぼ生理的な条件に含まれるような値を選んだ. すなわち,

$$\rho = 1050 \text{ kg/m}^3$$

$$u_0 = 0.2 \sim 0.5 \text{ m/s}$$

$$T_0 = 0.152 \sim 0.760 \text{ s}$$

$$D_0 = 3.8 \text{ mm}$$

である. このとき, レイノルズ数の値は 200 から 500 程度, ストローハル数の値は 0.01 から 0.05 程度となる. このレイノルズ数からわかるように本研究では比較的太い動脈を対象としている. そのため, 血液は均

質な流体と扱うことができ、血液の二相流的な性質は無視できる。

2.2 運動方程式と数値解析方法 本研究では、渦度と流れ関数を未知数とする方法を用いて、流体の運動を解析する。この方法は未知数が少なくなるため、ニュートン流体の二次元解析ではよく用いられるが、非ニュートン流体でも方程式がやや複雑になるものの、二次元流れならば同じように使うことができる。基礎式を導くため、ニュートン流体のときと同じように運動量保存側から圧力を消去し、質量保存側を用いることにより、次式が得られる。

$$\rho \left(\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial \Psi}{\partial y} \frac{\partial \omega}{\partial x} - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \frac{\partial \omega}{\partial y} \right) = \eta_{\infty} \nabla^2 \omega + \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} (\sigma_{NL,yy} - \sigma_{NL,xx}) + \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \sigma_{NL,xy} \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$-\omega = \nabla^2 \Psi \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここで ω は渦度、 Ψ は流れ関数、である。また、 ∇^2 は二次元のラプラシアンである。式(10)の右辺第2項以降が非ニュートン性により現れた項である。

これらの方程式を解析する前に座標変換を行い、解析領域を矩形にする。すなわち、次式により独立変数を (x, y, t) から (ξ, η, ζ) に変換する⁽¹⁰⁾。

$$\left. \begin{aligned} \xi &= x, & \eta &= D_0(y-F)/(D_0-F) \\ \zeta &= t \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (12)$$

この変換を行うことにより、流路の壁は $\eta=0$ および $\eta=D_0$ となる。すなわち、解析領域は矩形領域に変換され、数値計算をするうえで極めて有利となる。

続いて境界条件について述べる。まず上下の壁では滑りなし境界条件を用いた。すなわち、流れ関数の値は上下の壁で一定とし、渦度に対してはWoodsの条件⁽¹¹⁾を用いた。また出口では自由流出条件を用いた。そして入口では、次のような速度分布⁽¹²⁾を与えた。

Fig. 2 Time course of $h(t)$

これは実際の動脈内の流れは、動脈と助走区間の効果により、分布が平坦化されていると考えられるので、その効果を簡単にモデル化したものである。

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= K \cdot h(t) \cdot [1 - (2y/D_0 - 1)^6] \\ u_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (13)$$

ここで、 K は断面平均軸方向速度の最大値が u_0 になるように決める定数である。また関数 $h(t)$ は流量の時間変化を示す関数であり、ここではDaly⁽¹³⁾と同じものを選んだ。この関数 $h(t)$ は図2に示されるとおりである。なお、実際の計算では、この分布をもとに入口での渦度と流れ関数を求め、それを境界条件とした。

最後に数値計算方法について述べる。先に述べた変換により解析領域は矩形であるので、ここでは差分法を用いた。その際、解が安定となるように時間微分に対しては完全陰解法を用いた。また空間微分に対しては中心差分とした。その結果、係数行列が非対称となる連立方程式を解くことが必要となるが、そのための方法としてここではMILUCGS法⁽¹⁴⁾を用いた。今回の解析において、Thurstonモデルの場合には $(\tau_k)_{ij}$ も未知数となる。そのため未知数が多くなり、記憶容量が増加するが、計算の困難さはニュートン流体と比べてもさほど変化しない。なおメッシュ分割は 30×300 としたが、この数値が結果に影響を与えないことは分割を変えた計算を行い確認した。さらに解は第3周期めから周期的になるので、以下の考察はすべて第4周期めの結果に対して行った。

3. 解析結果および考察

まず壁面せん断応力の空間分布に関する結果の一例を示す。図3は $Re=500$, $St=0.01$ におけるCasson流体の壁面せん断応力の分布である。ここで壁面せん断応力は図3からわかるように動圧で無次元化されており、上図はチャンネル上面における壁面せん断応力を示し、下図はチャンネル下面における壁面せん断応力を示している。図3から、上面および下面における壁面せん断応力は時間とともに複雑な変化を示すことがわかる。また狭さくの後方においては壁面せん断応力の値がマイナスになることもあり、はく離領域の形成と消滅が周期的に起きていることがわかる。さらに狭さくの前方においても、一時的に壁面せん断応力がマイナスとなり、はく離域が形成されることもわかる。次に、脈動の周期を短くし、ストローハル数を0.05に増加させたときの結果を図4に示す。図3と図4との比較から、ストローハル数を増加させると狭さくのすぐ下流での挙動はより複雑になることがわかる。しかし

Fig. 3 Distribution of wall shear stress (Casson fluid, $Re=500$, $St=0.01$). Upper panel denotes the results along the upper wall and lower panel denotes the results along the lower panel

Fig. 4 Distribution of wall shear stress (Casson fluid, $Re=500$, $St=0.05$). Upper panel denotes the results along the upper wall and lower panel denotes the results along the lower panel

ながら狭さくから離れたところでの挙動は、逆にストローハル数が小さいときのほうが複雑になることもわかる。これらのことから、ストローハル数の増加は、狭さくのすぐ下流における挙動を複雑にする効果を有するが、その領域はストローハル数の増加とともに狭くなるということがわかる。

次に、本研究の主題である流体の非ニュートン性が壁面せん断応力に及ぼす影響について考察する。この影響を調べるために、場所を固定し、その点における壁面せん断応力の時間変化を調べる。結果を図5から図7に示す。図5は、チャンネル下面で狭さくのやや上流の位置 ($x/D_0=1.9$) における壁面せん断応力の時間変化を示したものであり、上図はストローハル数が0.05のときの結果であり、下図はストローハル数が0.01のときの結果である。図5から、流体の非ニュートン性は、結果の定性的な特徴にはあまり影響を与えないが、壁面せん断応力が最大および最小となるあたりでは結果に影響を与え、ThurstonモデルのほうがCassonモデルよりもニュートン流体モデルとの差が顕著になることがわかる。さらに、図5においてはストローハル数が結果に及ぼす影響は弱いことも認めら

れる。次に図6に、チャンネル下面で狭さくのやや下流の点 ($x/D_0=2.3$) における壁面せん断応力の時間変化を示す。図6においても、図5とほぼ同じことがいえるが、図6においてはストローハル数が結果に与える影響は強く、ストローハル数が小さいときのほうがモデルの違いが壁面せん断応力に与える影響は顕著になることがわかる。これは、脈動の周期が短くなり、ストローハル数が大きくなると流れ場は慣性が主となり、相対的にモデルの違いを表す粘性項が弱くなることによって説明される⁽¹⁵⁾。また図5, 6から、モデルの違いが壁面せん断応力に及ぼす影響は場所によってかなり異なることもわかる。そのため、複雑な形状を有している血管内流れでは、血液の非ニュートン性が壁面せん断応力に及ぼす影響は場所によって異なることが容易に予想され、非ニュートン性を無視してよいか否かは簡単に結論できないことが予想される。次に図7に、チャンネル上面で狭さくのさらに下流の点 ($x/D_0=4.7$) における壁面せん断応力の時間変化を示す。図7からも、ThurstonモデルのほうがCassonモデルよりもニュートン流体モデルとの相違が大きくなること、およびストローハル数の増加はモデル間の

Fig. 5 Change of wall shear stress with time (lower wall, $x/D_0=1.9$, $Re=200$). Upper panel denotes the results at $St=0.05$ and lower panel denotes the results as $St=0.01$

Fig. 6 Change of wall shear stress with time (lower wall, $x/D_0=2.3$, $Re=500$). Upper panel denotes the results at $St=0.05$ and lower panel denotes the results at $St=0.01$

相違を顕著にすること、が認められる。

さて、以上の結果からモデル間の差は壁面せん断応力の最大値および最小値に強い影響を及ぼすことがわかった。そこで、壁面せん断応力の振幅 $\Delta\tau$ を次のように定義する。

$$\Delta\tau = (\tau_{\max} - \tau_{\min})/2 \quad \dots\dots\dots (14)$$

ここで、添字 max および min はそれぞれ最大値、最小値を示している。各種モデルに対して得られた壁面せん断応力の振幅の比を図8から図11に示す。図8~11において、添字 TM, CM, NF はそれぞれ Thurston モデル, Casson モデルおよびニュートン流体モデルを示している。図8~11から、以下のことがわかる。

- (1) すべての場合に対して、Thurston モデルの振幅がいちばん大きく、ついで Casson モデル、ニュートン流体モデルの順となる。ニュートン流体モデルでは振幅を最大 60% 程度も過小評価する恐れがある。
- (2) Thurston モデルに対する結果と Casson モデルに対する結果には定量的な差が認められるものの、定性的には極めてよく一致している。
- (3) 振幅の比は空間的に極めて複雑な形をしている。つまり、流体の非ニュートン性が振幅に与える影

Fig. 7 Change of wall shear stress with time (upper wall, $x/D_0=4.7$, $Re=200$). Upper panel denotes the results at $St=0.05$ and lower panel denotes the results at $St=0.01$

Fig. 8 Ratio of wall shear stress amplitude ($Re=200$, $St=0.01$). Upper panel denotes the results along the upper wall and lower panel denotes the results along the lower wall

Fig. 10 Ratio of wall shear stress amplitude ($Re=500$, $St=0.01$). Upper panel denotes the results along the upper wall and lower panel denotes the results along the lower wall

Fig. 9 Ratio of wall shear stress amplitude ($Re=200$, $St=0.05$). Upper panel denotes the results along the upper wall and lower panel denotes the results along the lower wall

Fig. 11 Ratio of wall shear stress amplitude ($Re=500$, $St=0.05$). Upper panel denotes the results along the upper wall and lower panel denotes the results along the lower wall

響は簡単には評価できない。また、レイノルズ数やストローハル数にも依存しており、一般にレイノルズ数とストローハル数の値がともに小さいほど非ニュートン性が振幅に及ぼす効果は顕著である。

これらの結果からわかるように、今回の解析範囲内では粘弾性流体固有の効果、例えば記憶効果、のようなものは認められなかった。そのため、今回の範囲内で考えると血液の粘弾性効果はあまり重要ではなく、血液を Casson 流体のような純粘性流体として見てよいことがわかる。ただ、壁面せん断応力の振幅などには定量的な差が認められるので、降伏応力が 0.01 Pa となる Casson 流体モデルを用いて計算すると、壁面せん断応力の振幅が実際と異なってくる可能性があることには気を付けなければならない。

最後にこの結果の生体工学的意義について議論する。壁面せん断応力が生体工学的に重要となる理由はそれが動脈硬化などの病変の発生と結び付いていることが示唆されているからである⁽³⁾。しかしながら動脈硬化の発生と直接の関連があるパラメータは現在もまだ明らかではない⁽³⁾。そしてさまざまなパラメータが提案されているが、注目すべきことは、壁面せん断応力の時間および空間的变化も動脈硬化の発生と結び付くパラメータの一つと考えられていることである⁽¹⁶⁾。もちろん、この説が絶対正しいものと断定されているわけではないが、この説に従うならば、本研究結果は極めて重要な意義を有することになる。しかしながら、ここでの議論は現段階ではまだ推論にすぎず、断定することは困難である。このように生体工学的意義に関しては不明なことがまだ多く残されているが、血液流の挙動をより正確に把握するための努力は今後とも続ける必要があるものと考えられる。

4. 結 言

血液の粘弾性が壁面せん断応力の分布に与える影響

を明らかにすることを目的として、数値解析を行った。血液の粘弾性を表すモデルとしてここでは Thurston モデルを用いた。また比較のために、Casson モデルによる解析とニュートン流体モデルによる解析も行った。解析対象とした流れは、狭さくを含む二次元チャネル内の動脈流れである。解析の結果、血液の非ニュートン性は壁面せん断応力の脈動振幅に強い影響を与え、脈動の振幅は Thurston モデルのときが最も大きく、ついで Casson モデル、ニュートン流体モデルの順になることがわかった。また、今回の解析範囲内では記憶効果などの粘弾性流体固有の効果は見られないことも示された。

文 献

- (1) 岡小天, バイオレオロジー, (1984), 67-71, 掌華房.
- (2) Nakamura, M. and Satake, N., *Biorheology*, **29** (1992), 311-322.
- (3) Giddens, D. P., Zarins, C. K. and Glagov, S., *Trans. ASME, J. Biomech. Eng.*, **115**-4 (B) (1993), 588-594.
- (4) Young, D. F., *Trans. ASME, J. Biomech. Eng.*, **101**-3 (1979), 157-175.
- (5) Dutta, A. and Tarbell, J. M., *Trans. ASME, J. Biomech. Eng.*, **118**-1 (1996), 111-119.
- (6) 富田幸雄, レオロジー, (1980), 13-16, コロナ社.
- (7) 富田幸雄, レオロジー, (1980), 143-149, コロナ社.
- (8) Fung, Y. C.・瀬口靖幸, 機誌, **88**-796 (1985), 290-296.
- (9) Skalak, R., Keller, S. R. and Secomb, T. W., *Trans. ASME, J. Biomech. Eng.*, **103**-1 (1981), 102-115.
- (10) 中村雅英・菅原征洋・小塚賢裕, 機論, **63**-630, B (1998), 706-712.
- (11) 日本機械学会編, 流れの数値シミュレーション, (1988), 91, コロナ社.
- (12) 中村雅英・Roach, M. R.・MacLean, N. L.・江場俊則・正司信也, 機論, **63**-608, B (1997), 1214-1220.
- (13) Daly, B. J., *J. Biomech.*, **9** (1976), 465-475.
- (14) 野寺隆, bit 臨時増刊, **11** (1987), 44-51.
- (15) 中村雅英・沢田雅, 機論, **54**-505, B (1988), 2340-2348.
- (16) Buchanan, J. R., Jr., Kleinstreuer, C., Truskey, G. A. and Lei, M., *Atherosclerosis*, **143** (1999), 27-40.