感温性磁性流体を用いた動力発生装置に関する研究*

山口 博 司^{*1}, 上 原 雄 二^{*2}
多久島 朗^{*3}, 西 本 貴 志^{*3}Study of a Simple Power Generating Device
Using Temperature-Sensitive Magnetic FluidHiroshi YAMAGUCHI^{*4}, Yuji UEHARA,
Akira TAKUSHIMA and Takashi NISHIMOTO^{*4} Department of Mechanical Engineering, Doshisha University, Kyo-Tanabe-shi, Kyoto, 610-0321 Japan

A study of direct-heat-to-power energy conversion device, using temperature-sensitive magnetic fluid, was conducted. Numerical simulation was carried out in order to obtain fundamental characteristics of the device. The working principle of the device is based on the thermo-magnetic effect of magnetic fluid, in which the driving force (the driving pressure) needed to circulate magnetic fluid in the thermodynamical power cycle can be derived from the magnetization difference in a temperature field. When a magnetic field is imposed on the rectangle box in which a magnetic fluid is enclosed, a magnetic fluid is made to circulate so that a rotation disc inside the rectangle box is rotated by the friction of the fluid flow. Magnetic fluid is modeled by Rosensweig equation and its magnetization is calculated with Langvin type equation. Results of numerical analysis showed various aspects of the device, indicating that the device is feasible as thought by the theory (power generating thermo dynamical system). Optimization of the device is also considered to gain sufficient shaft output and the efficiency. It is concluded that further development of the device is possible with different structure of the device as well as the direction of imposing magnetic field.

Key Words: Magnetic Fluid, Thermo-Magnetic Effect, Thermodynamical Power Cycle, Power Generating Device

1. 結 言

磁性流体は、固体の状態を持つ強磁性の性質と、流体としての流動する性質を合わせ持つ固液混相流体(コロイド溶液)であり、近年、工業的応用として磁性流体の特性を利用した様々な機器の研究・開発が試みられている。その応用例の一つとして感温性磁性流体を用いたエネルギー変換装置があり、Resler および Rosensweig⁽¹⁾らにより提案されて以来、様々な形態の装置における研究⁽²⁾がなされてきた。しかし、現在提案されている装置では別途にタービン等の動力発生装置を必要とするため、装置全体の複雑化および大型化を余儀なくされ、宇宙環境等への応用においては、簡単な構造で、かつメンテナンスが不要な新しい機構が望まれる。

そこで本研究では、構造がシンプルな感温性磁性流体を用いた動力発生装置を考案し、数値解析によりそ

の原理の確認を行った。本研究で考案した動力発生装置は、磁性流体を封入した矩形容器に磁場を印加し、感温性磁性流体の磁気体積力効果により、矩形容器内の磁性流体を回転させ、内部にある回転体を回転させることで動力を取り出す構造をもつものである。

数値解析では感温性磁性流体を二次元非圧縮、非電導、非極性の粘性流体と仮定し、移動境界条件を考慮した SIMPLE 法により演算を行い、矩形容器内における感温性磁性流体の流動挙動を明らかにするとともに、装置の性能特性に対する検討を行った。また、さらなる展開を目指すため、装置形態および磁場印加についての検討を加えた。

2. 動 作 原 理

キュリー温度の低い酸化物磁性粒子を用いた感温性磁性流体は、比較的低温域(常温域)でも磁化の温度依存性を強く示す。この特性を利用して、例えば流路に設けた外部印加磁場の前後を加熱冷却すると加熱部と冷却部の磁化に差異が現れ、この位置的磁化の差に

* 原稿受付 2001年3月5日。

^{*1} 正員、同志社大学工学部(☎610-0321 京田辺市多々羅都谷1-3)。^{*2} 同志社大学大学院。^{*3} シャープ(株)(☎032-8567 天理市樺本2613-1)。

E-mail: hyamaguc@mail.doshisha.ac.jp

より定まる方向に磁気駆動力を受けて磁性流体は流動する．すなわち，流路中の磁性流体は低温側から高温側へと移動することとなる．

本研究ではこの磁気駆動力を利用した動力発生装置を提案した．図.1 に本研究で提案した動力発生装置の概略図と理想状態における流動を示す．図に示

Fig. 1 Working principle of device

すように矩形容器中の回転体周りに磁性流体を満たし，矩形容器上下等温壁面から加熱，冷却し，永久磁石を矩形容器の外部に設置し，非一様磁場を右側面から印加する構造をとった．理想状態で，1,2 間等温 ($T_1 = T_2 = T_U$)，3,4 間等温 ($T_3 = T_4 = T_L$) 条件とすると，感温性磁性流体の磁化の温度依存性より，1,2 間の磁化は3,4 間の磁化よりも大きくなり，1,2 間，3,4 間の磁性流体にかかる磁気体積力に差が生じ，1,2 間の磁性流体が磁石側に引き寄せられる．よって本装置において，図に示すように $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$ の回転体周りの循環流が発生し，同時に磁性流体の粘性により回転体が同方向に回転することで動力が取り出せる．

いま，単位体積の磁性流体について，熱力学の第一法則を適用すると，内部エネルギーを U ，外部から入る熱量を Q ，外部になす仕事 W とした場合，

$$dQ = dU + dW \quad (1)$$

となる．このうち，磁性流体のなす仕事について理解するために，熱力学サイクルを磁化曲線を用いて描くと図.2 の $M-H$ 線図が得られる．図の Type.1 を基準とし，Type.2 は印加磁場を強くした場合 ($1' \rightarrow 2' \rightarrow 3' \rightarrow 4' \rightarrow 1'$) を，Type.3 は温度差を大きくした場合 ($1'' \rightarrow 2'' \rightarrow 3'' \rightarrow 4'' \rightarrow 1''$) を示す．ここで，1,2 および3,4 間は等温変化，2,3 および4,1 間は一定磁場下の変化とした．1 サイクル完了までに磁性流体がなす仕事 E_{cyc} は以下の式 (2) で与えられ，

$$E_{cyc} = \mu_0 \oint M dH \quad (2)$$

Fig. 2 $M-H$ diagram

$M-H$ 線図で囲まれた面積 (Type.1 の場合は図の斜線部) が磁性流体のなす仕事 E_{cyc} となる．また，図.2 より，上下の温度差および印加磁場の強さの増加に伴い，流体のなす仕事は増大することが分かる．ここで，外部になす仕事 dW は，流体の粘性による損失を E_{loss} とすると，

$$dW = E_{cyc} - E_{loss} \quad (3)$$

となり， E_{loss} は摩擦熱となり矩形容器から排出される．また，式 (1) は定常状態では $dU = 0$ であるため，

$$dQ = dW \quad (4)$$

となる．

3. 数 値 解 析

3.1 支配方程式 以下に本研究の数値解析に用いた磁性流体の支配方程式を示す．

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0, \quad (5)$$

$$\rho_0 \left[\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{v}\mathbf{v}) \right] = -\nabla p + \nabla \cdot \left(\eta \nabla \mathbf{v} + \eta (\nabla \mathbf{v})^t \right) + \mu_0 (\mathbf{M} \cdot \nabla) \mathbf{H} + \rho \mathbf{g}, \quad (6)$$

$$\rho_0 C_p \left[\frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{v}T) \right] + \mu_0 T \left(\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial T} \right) \left[\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{H} \right] = \nabla \cdot (\lambda \nabla T), \quad (7)$$

ここで式 (5) は連続の式，式 (6) は右辺第3項に磁気体積力項を付加した運動方程式⁽⁴⁾，式 (7) は左辺第2項に磁気熱量効果の項を付加したエネルギー方程式⁽⁴⁾である．また，式 (6)，(7) において， ρ_0 ， C_p はそれぞれ代表温度での磁性流体の密度，定圧比熱であり， η ， λ は磁性流体の粘度，熱伝導率である．本研究では温度による密度変化の影響を重力項のみに与える Boussinesq 近似を用いるものとした．

また、磁化ベクトルは磁場ベクトルと同方向とし、磁化の強さを以下の式 (8) で表す。

$$M = M_S n \int_0^\infty V_P f(V_P) L \left(\frac{\mu_0 M_S V_P H}{K_B T} \right) dV_P \quad (8)$$

ここで、 M_S 、 n 、 V_P および $f(V_P)$ は磁性粒子の飽和磁化、磁性流体単位体積あたりの粒子数密度、磁性粒子 (コロイド粒子) の体積およびコロイド粒子の粒径分布関数であり、 $f(V_P)$ は対数正規分布となっている。また、 $L(\xi)$ はランジュバン関数 $L(\xi) = \coth \xi - \frac{1}{\xi}$ である。

なお本研究では、モデル流体として Mn-Zn 粒子のケロシンベースの感温性磁性流体を用いた。計算に用いた物性値はそれぞれ、 $\rho_0 = 1.397 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ 、 $C_p = 1.387 \times 10^3 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$ 、 $\eta = 1.680 \times 10^{-2} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ 、 $\lambda = 1.570 \times 10^{-1} \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ 、 $M_S = 3.460 \times 10^6 \text{ A/m}$ 、 $n = 1.965 \times 10^{25} \text{ 個/m}^3$ である。

3.2 計算方法 式 (5)~(7) の支配方程式を無次元化した式を数値計算に用い、上端冷却、下端加熱 (Case.1) および上端加熱、下端冷却 (Case.2) の 2 条件について解析を行った。本研究では数値モデルとして、矩形容器二次元断面を仮定した。座標系は極座標系を導入し、半径方向に r 座標、回転方向に θ 座標をとり、SIMPLE 法⁽⁶⁾により計算を行った。計算領域として r 、 θ 方向に対して等間隔で 50×180 に分割された直交スタッガード格子を用いた。また、数値演算に使用した磁場分布を図.3 に示す。図に示された磁場分

Fig. 3 Magnetic field for calculation

布は、磁場の境界実測値を用いて以下の磁場の方程式を数値的に解いたものである。

$$\nabla \times \mathbf{H} = 0 \quad (9)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = \nabla \cdot (\mathbf{H} + \mathbf{M}) = 0 \quad (10)$$

非伝導性の条件である式 (9) より、磁場を磁場ポテンシャルの関数とし、以下のように定義した。

$$\mathbf{H} = \nabla \psi \quad (11)$$

式 (10) は、式 (11) より、 $\mathbf{M} = 0$ を考慮すると、

$$\nabla^2 \psi = 0 \quad (12)$$

となり、式 (12) を差分法により計算することで、計算領域内の磁場分布を得た。また、矩形容器右壁面中央の磁場の強さを代表磁場 H_0 とした。

本研究で用いた流れ場の境界条件はすべりなしとし、また、温度場の境界条件は左右壁面および回転体壁面を断熱条件とし、上下壁面に関しては、上壁面温度 T_U 、下壁面温度 T_D の等温条件とした。本研究では、代表磁場の強さ H_0 を $H_0 = 0.0 \sim 7.96 \times 10^4 \text{ A/m}$ とし、矩形容器内上下壁面の温度差 ΔT を $10\text{K} \sim 90\text{K}$ として数値解析を行った。

なお、本計算のモデルとなる装置の寸法を図.3 に示す。図に示すようにモデルとなる装置の大きさは、縦 100mm、横 100mm であり、磁石の大きさは、縦 100mm、横 25mm である。また、磁石と装置間の距離 x_0 を 7mm から 71mm へと変化させて、所定の磁場強さを得た。

3.3 移動境界計算 本研究では回転体の壁面速度 v_D について、以下の 2 つの条件で計算を行った。

Case.A 回転体を固定している場合

Case.B 回転体が回転する場合

ここで、回転体が回転する場合 (Case.B) の計算方法の詳細を記す。まず、現タイムステップにおいて、流れ場についての収束解が得られるまで反復計算を行い、得られた流れ場から式 (13) により、流体の粘性によって回転体にかかるトルク τ_D を求める。

$$\tau_D = r_0 b \int_0^{2\pi} \eta \frac{\partial v_\theta}{\partial r} \bigg|_{r_0} d\theta \quad (13)$$

ここで、 r_0, b および η はそれぞれ回転体の半径、厚さおよび磁性流体の粘度を示す。回転体の角速度は式 (13) により求められた τ_D によって加速され、外部から回転体に負荷トルク τ_f がかかっているとすると、回転体の角加速度 $\dot{\omega}$ は

$$\begin{aligned} \dot{\omega} &= 0 & (\tau_D < \tau_f) \\ \dot{\omega} &= \frac{\tau_D - \tau_f}{I} & (\tau_D > \tau_f) \end{aligned} \quad (14)$$

となる。ここで、 I は回転体の慣性モーメントである。これにより、次のタイムステップ (Δt 後) の回転体の壁面速度 v_D が式 (15) により得られる。

$$v_D = v_D^{(0)} + \Delta t r_0 \dot{\omega} \quad (15)$$

ここで $v_D^{(0)}$ は現時間での回転体の壁面速度である。式 (15) により得られた速度を次のタイムステップの回転体壁面の境界条件とし、同様の手順を繰り返す。

4. 結果および考察

4.1 磁性流体の流動挙動：数値演算結果

初めに、回転体を固定した条件 (Case.A) における磁性流体の流動挙動および回転体にかかるトルクを調べるために数値演算を行った。

(1) Case.1 (上端冷却, 下端加熱) における解析結果

Case.1 において数値解析により得られた温度差 $\Delta T = 10.0\text{K}$ の時の定常状態の流れ場と温度場を図.4 に示す。図の (a), (b), (c) はそれぞれ代表磁場の強さ $H_0 = 0.0, 7.96 \times 10^3, 7.96 \times 10^4 \text{A/m}$ に対応する。ま

Fig. 4 Flow and temperature fields (Case.1)

た、Case.1 における $\theta = 0$ の断面を通過する流量 $\dot{V}$ と印加磁場 H_0 の関係を図.5 に示す。ここで、 $\dot{V}$ は

$$\dot{V} = b \int v_{\theta} dr \quad (\theta = 0) \quad (16)$$

で計算される。図.4(a), (b), (c) の流線図に示されるように、磁場印加時、無磁場時 (図.4(a)) 下で四隅に発生

Fig. 5 Volumetric flow rate at $\theta = 0$ (Case.1)

する渦領域が拡大され、回転体の周りを循環する大循環流は四隅に発生する渦を避けて流れる。また、図.4 の流れ場と対応して図.5 に示されるように、磁場および温度差の増加に伴い、大循環流の流速が増大することがわかる。ここで、大循環流の方向は、磁場印加時、前述の動作原理 (図.1 参照) より、時計周りの方向に決まる。一方、無磁場の場合では、系は左右対称であるため、大循環流の方向は任意に決まる。

次に、磁性流体の粘性によって回転体にかかる静トルク τ_D を図.6 に示す。ここで、 τ_D は回転体に時

Fig. 6 Static torque of rotating disc (Case.1)

計回りの方向に力が働く時を正とした。図.6 に示されるように、磁場の増加に伴い、回転体にかかる静トルク τ_D は増大するものの、温度差の増加に伴い、 τ_D の増加傾向に変化を生ずることが分かる。例えば、 $H_0 = 7.96 \times 10^4 \text{A/m}$ の時、 $\Delta T = 90.0\text{K}$ では、 $\Delta T = 50.0\text{K}$ に比べて τ_D が小さくなる。これは、回転体に反時計周り方向にせん断力を与える矩形容器右上の渦の流速が大きくなるためであり、 ΔT の増加に伴い、この傾向は強くなる。また、 τ_D の最

大値は $\Delta T = 50.0\text{K}$, $H_0 = 7.96 \times 10^4 \text{A/m}$ の時の $\tau_D = 3.79 \times 10^{-4} \text{N}\cdot\text{m}$ であり, Case.1 において, 回転体を駆動させるためのトルクが得られることが分かった.

(2)Case.2 (上端加熱, 下端冷却) における解析結果

Case.2 に対し, 数値解析により得られた結果を, Case.1 と同様に温度差 $\Delta T=10.0\text{K}$ における定常状態の流線と等温線として図.7 に示す. ここで, 図の (a),(b),(c) は図.4 と同様にそれぞれ代表磁場 $H_0 = 0.0, 7.96 \times 10^3, 7.96 \times 10^4 \text{A/m}$ と対応する. また, Case.1 と同様に $\theta = 0$ の断面を通過する流量 $\dot{V}$ と印加磁場 H_0 の関係を図.8 に示す. 図.7(a) に示され

Fig. 7 Flow and temperature fields (Case.2)

るように, 無磁場時では, 微弱な対流渦が四隅に発生するものの, 大循環流は生じない. 一方, 磁場印加時では, 磁気駆動力によって磁性流体は流動し, 流動形態は, 図.7(b),(c) に示されるように, Case.1 の場合と流れの方向が逆転したものとなることが分かった.

Fig. 8 Volumetric flow rate at $\theta = 0$ (Case.2)

また, 図.8 に示されるように, 磁場および温度差の増加に伴い, 大循環流の流速が増大することが分かり, Case.1 との比較では, 磁場の弱い領域で Case.1 よりも流速が小さいことが示された. これは重力場による影響であると考えられる. すなわち, Case.1 の場合は, 矩形容器下部での高温の流体は密度が小さいため対流が促進されるものの, Case.2 の場合では, 矩形容器下部での低温の流体は密度が大きいため, 対流が抑制される. 一方, 強磁場下では, 磁気駆動力と比較して, 重力場中の流体の密度差による力が微小であるため, Case.1 と Case.2 の流速の差は微小である.

次に, Case.1 と同様に流体の粘性により回転体にかかる静トルク τ_D を図.9 に示す. ここで, 図の τ_D の

Fig. 9 Static torque of rotating disc (Case.2)

値は, 回転体に反時計回りの方向に力が働く時を正とした. 図に示されるように, 一般的な傾向として, 磁場および温度差の増加に伴い, 回転体にかかるトルクは増大するものの, 例えば, $H_0 = 1.59 \times 10^4 \text{A/m}$ の時, $\Delta T = 50.0\text{K}$ では, $\Delta T = 10.0\text{K}$ に比べて τ_D が小さくなる. これは, 前述の Case.1 の場合と同じ理由により, 回転体に時計周り方向にせん断力を与える

矩形容器右下の渦の流速が大きくなることに起因するものである。

以上の結果考察により、矩形容器内では様々の渦領域が形成され複雑な流れ場（および温度場）が形成されるものの、矩形容器上下壁面の温度差および印加磁場を制御することで、磁性流体が大循環し、回転体を駆動させるためのトルクが得られることが示された。また、弱磁場下では重力の影響が見られるものの、強磁場下で重力の影響がほとんど見られないことが分かった。

4.2 動力発生装置の性能特性: 数値演算結果

次に、回転体が回転する条件 (Case.B) について解析を行い、本研究の動力発生装置によって得られる仕事、熱効率等を数値的に求めた。

ここでは、代表例として、計算条件を Case.1(温度差 $\Delta T = 10\text{K}$, 磁場 $H_0 = 7.96 \times 10^4 \text{A/m}$ に固定) とし、負荷トルク τ_f を変化させた時、回転体の回転数 N の時間変化を図.10 に示す。定常状態において、系が外部になす仕事 W を図.11 に示す。図.10 に示され

Fig. 10 Transient behavior of disc revolution

るように、回転体の回転数は時間と共に徐々に増大し、定常回転に達する。また、回転体の回転数 N は負荷トルク τ_f の増加に伴い、減少することが示された。また、図.11 に示されるように、外部になす仕事 W は τ_f に対して放物線状になり、回転体を固定した時に得られる静トルク τ_D の 1/2 での負荷トルク τ_f において、最大可能仕事量 W_{max} となることが分かった。次に、Case.1 における各条件の最大仕事 W_{max} と印加磁場 H_0 の関係を図.12 に示す。図より、各温度条件において、弱磁場下では磁場印加の影響がほとんど見られないものの、強磁場下では最大仕事 W_{max} は磁場の増加に伴い、飛躍的に増加することが分かった。また、その時の熱効率 ξ と印加磁場 H_0 の関係を図.13 に示す。ここで、本研究の動力発生装置の熱効率 ξ は、矩形容

Fig. 11 Relationship between W and τ_f (○ indicate static torque $\tau_D = \tau_f$)

Fig. 12 Maximum power output for magnetic field variation

Fig. 13 Efficiency for magnetic field variation

器に流入する熱量を Q_{in} とすると、 $\xi = \frac{W}{Q_{in}}$ で定義した。図.13 より、磁場の増加に伴い、熱効率は増大するものの、温度差の増加に対して、熱効率は減少することが分かった。これは、 ΔT の増加に伴い、矩形容器中の四隅に発生する渦が成長することでエネルギー消費となり、流入する熱量が増大するためであると考えられる。これより、本研究の動力発生装置は温度差の増加に伴い、仕事は増大するものの、熱効率は低くなることが分かった。

また、Case.2 における仕事と熱効率については Case.1 と同じ傾向が得られた。

以上により、系の外部になす仕事の大きさは小さく、実用性は低いものの、今回提案した装置では動力装置として動作が可能であることが数値的に確かめられた。

4.3 装置の最適化 最後に本研究の動力発生装置における構造および磁場印加条件の最適化を数値解析により考察した。ここでは、回転体を固定し (Case.A)、装置形状についての検討、また、印加磁場の方向について検討を行った。

(1) 回転体の半径 (流路幅)

本研究において対象とした矩形容器の断面形状が正方形 ($100 \times 100\text{mm}$) と比較のための円形 ($\phi 100\text{mm}$) の二つの構造において、回転体の半径 r_0 を変動させた結果を図.14(a) に示す。ここで、解析条件は Case.1、温度差 $\Delta T = 10\text{K}$ 、磁場 $H_0 = 7.96 \times 10^3 \text{A/m}$ である。図に示されるように、回転体にかかる静トルク τ_D は円形構造の容器の $r_0 = 48\text{mm}$ で最大値をとり、現行の装置によって得られるトルクの約2倍になることが分かった。これは、円形構造の容器の場合、渦が発生しにくい構造になり、回転体の半径 $r_0 \geq 47\text{mm}$ の時には大循環流だけの流れ場になるため、回転体にかかるトルクが大きく増大する。

(2) 印加磁場の方向

本研究に用いた矩形容器において、上端冷却、下端加熱 (Case.1) に対して、下側から磁場を印加する場合と右側面から磁場を印加する場合の比較を行った。温度差 $\Delta T = 10\text{K}$ で、各磁場条件の回転体にかかる静トルク τ_D を図.14(b) に示す。図より、下側から磁場を印加する方が τ_D が相対的に大きい値を示すことが分かった。これは、下側からの磁場印加時では、印加磁場の前後で温度差がつきやすい状態になるためである。

このように、装置形状や印加磁場形態の変化により、出力の向上が期待できる。ただし、本研究で対象としていたモデル装置では、効率が非常に低いものとなる。これらの点については、回転体表面の複雑化により効

(a) Rotor configuration

(b) Magnetic field direction

Fig. 14 Optimization of the device

率の向上が期待されるほか、装置の工学的・工業的有用性では、排熱利用機関として、さらに構造がシンプルなため保守が不要な場所での動力装置としての利用が期待される。

5. 結 論

磁性流体を用いた動力発生装置に関して数値解析および検証実験を行った結果、以下のような結論を得た。

(1) 今回提案した装置では外部になす仕事の大きさは小さいものの、動力装置として動作が可能であることが数値的に確かめられた。

(2) 回転体周り的大循環流渦以外に矩形容器の四隅に渦が発生することが分かり、装置の性能に対して影響を及ぼすことが分かった。

(3) 現行の装置形態が最適とは言えず、改善の余地があり、構造体の改善および磁場印加の条件により出力・効率が上がる可能性があることが分かった。

References

- (1) E.L.Resler Jr. and R.E.Rosensweig, Magnetocaloric Power, AIAA Journal, **2**-8 (1964), 1418-1422
 - (2) 山口博司・ほか2名, 日本機械学会論文集B編, **63**-616, (1997), 69-76
 - (3) 神山新一, 磁性流体入門, 産業図書, (1989), 85-92
 - (4) J.L.Neuringer and R.E.Rosensweig, Ferrohydrodynamics, The Physics of Fluids, **7**-12, (1964), 1927-1935
 - (5) 武富荒, 近角聡信, 磁性流体-基礎と応用-, 日刊工業新聞社,(1988), 123-136
 - (6) Suhas V.Patankar, コンピュータによる熱移動と流れの数値解析, 森北出版株式会社,(1985), 116-142
-