高圧力比における超音速希薄自由噴流の DSMC 計算*

宇佐美 勝^{*1}, 手島 光 司^{*2}DSMC Calculation of Rarefied Supersonic Free Jets
for High Pressure RatiosMasaru USAMI^{*3} and Koji TESHIMA^{*3} Mechanical Engineering, Mie University, 1515 Kamihama-cho, Tsu-shi, Mie, 514-8507 Japan

Rarefied supersonic free jets through an orifice are investigated by the DSMC method over a wide range of pressure ratio ($p_0/p_1=15\sim16\,000$ for $1/Kn=500$ and $2\,500$, and $p_0/p_1=\infty$ for $1/Kn=10\sim2\,500$). As the pressure ratio increases, the Mach disk and the barrel shock become thick and weak, then the background gas invades deeply into the jet cell. The density starts to deviate from the isentropic expansion far upstream from the expected location of the Mach disk. The parallel temperature also starts to deviate further upstream from the perpendicular temperature and does not reach the lowest value predicted by the sudden freezing model. The DSMC calculations are compared with the experimental results and the existing analytical result.

Key Words: Rarefied Gas, DSMC, Free Jet, Supersonic, Orifice, Pressure Ratio

1. 緒 論

オリフィスあるいはノズルから真空中へ流出する超音速自由噴流は、各種真空装置への気体導入あるいはロケット推進におけるジェットとして詳細な解析が要求されている。著者らは、先に、直接シミュレーションモンテカルロ法(DSMC法)⁽¹⁾をオリフィス自由噴流の解析に適用し、衝撃波を含む噴流の構造が分子シミュレーションによって再現できることを示した^{(2)~(4)}。そこに於ける圧力比(上流よどみ点圧力 p_0 と下流側背圧 p_1 の比)は100以下の比較的小さなものであったが、実際の流れ場ではさらに大きな圧力比が出現する。そこで今回は、従来のDSMCプログラムに改良を加えて大きな圧力比の計算を高速化し、それを用いて、圧力比 $p_0/p_1=15\sim16\,000$ および無限大について「周囲気体の希薄化に伴う噴流構造の変化」を調べた。また「本計算結果から作成した疑似レーザー誘起蛍光強度分布」と「実験による可視化像」とを比較し、さらに、完全真空中に噴出したジェットの「到達平行方向並進温度(噴流中心軸に平行な方向の並進温度の到達値)」について既存の解析値と比較を行った。

2. 高圧力比噴流のための DSMC 計算

オリフィス直径を d としたとき、自由噴流のマッハディスクの位置 x_M は、AshkenasとSherman⁽⁵⁾の経験式 $x_M/d=0.67\sqrt{p_0/p_1}$ からほぼその値を予測できる。すなわち圧力比の平方根に比例するので、例えば圧力比が60から16000へ約250倍増加すると、噴流はそれだけ大きくなり、計算領域として、長さで約16倍、体積で約4000倍の大きさが必要になる。もちろん、よどみ点圧力を固定して圧力比を大きくすると下流側背圧は小さくなるので、その計算領域に存在する分子数は16倍程度にしか大きくはならないが、DSMC計算開始から定常状態達成までに要する計算時間も領域の長さにはほぼ比例するので、結局、圧力比が250倍変化したとき、計算時間はトータルで100倍以上増加する。これが大きな圧力比の噴流計算を困難にしていた理由である。

自由噴流は、下流に進むにつれて急速にその密度を低下させるため、流れ場を細分するセル構造としては、下流にいくほどセル長を等比数列的に増加させる方式を採り、各セルの分子数に大きな差異を生じないようにする。例えば、 x 軸上において、オリフィス直後のセルの長さを a 、公比を b とすると、 i 番目のセルの長さは ab^{i-1} となる。この場合、もし分子の座標が x であるならば、その分子の所属するセルの番号 n は、

* 原稿受付 2001年5月21日。

^{*1} 正員, 三重大学工学部(〒514-8507 津市上浜町1515)。^{*2} 正員, 京都教育大学教育学部(〒612-0863 京都市伏見区深草藤森町1)。

E-mail: usami@mach.mie-u.ac.jp

式 (1) (小数点以下切捨て) で簡単に計算できる (6).

$$n = \log\{x(b-1)/a+1\}/\log b + 1 \quad (1)$$

さて、分子が大きなセルを通過するとき、時間ステップ (DSMC 計算の分子移動と分子間衝突を分離するための時間) Δt あたりに分子の移動する距離がそのセル長に比べて小さくなり過ぎるのは、効率のよい計算とは言えない。経験的には、1 ステップあたりの移動距離はセル長の 1/5 程度で十分である。しかし、従来のプログラムでは、場所に応じて時間ステップを変化させることが困難 (異なる時間ステップを同期させることが困難) なことからこれを全領域で一定としてきた。この時間ステップは、密度の大きい場所、すなわち小さなセルを基準にして決定するために、逆に密度が小さく形状が大きいセルでは、必要以上に時間ステップが短くなり、その結果全体の計算量が増し、計算時間の増加を招いていた。

Fig. 1 Division of downstream into 12 blocks

今回は、図 1 ($p_0/p_1 = 16000$, $1/Kn = 2500$ の場合) に示すように、オリフィスより下流側を 12 個のブロックに分割し、それを 7 種類 (Class 1 ~ Class 7) に分類して、オリフィスから遠いブロックほど、時間ステップを増加させる計算を行った。異なる時間ステップのブロックに存在する全ての分子が同期して運動し、ブロック境界をスムーズに通過するためには、時間ステップの比は整数でなければならない。整数比で最小のものは 2 であるから、今回、隣接するブロック間の時間ステップの比は 2 とした。時間ステップを下流のブロックにいくほど公比 2 の等比数列状 ($\Delta t \sim 64\Delta t$) で増加させる。すなわち、オリフィスに一番近いブロック (Class 1) に存在する分子が 64 回の移動および衝突 (分子間衝突) の繰返しを終えて初めて、最遠ブロック (Class 7) に存在する分子が 1 回の (長時間の) 移動・衝突を行うことになる。それゆえ、最遠ブロックを大きくとることができるほど、すなわち、そこに存在する分子が多くなるほど、計算時間が短縮されることになる。さて、ブロック間を移動する分子について

の処理であるが、一般的には、ブロックの境界で分子を停止させ、そこで時間ステップを変更して再び移動させる方法が考えられる。しかし、この手続きはかなり複雑な処理手順となるため、計算時間の短縮を妨げる恐れがある。一方もし単純に、分子が、移動前に分子の存在していたブロックの時間ステップで境界を超えて移動したとすると、境界付近の分子の「移動」と「衝突」に時間的不釣合いを生じる。例えば、大きな時間ステップの領域から小さな時間ステップの領域に移動した分子について見ると、その半数に分子間衝突の欠落を生じることになる。

Fig. 2 Density contours with distortion ($p_0/p_1 = 500$)

図 2 は、この単純化した処理のためにブロック境界付近に密度の歪みが生じた例である ($y/d = 3$ 付近に見える直線が最も顕著な歪み)。通常 DSMC 法では、計算領域の外から分子を流入させるとき、時間ステップ Δt に一様乱数を掛算し、領域内での移動時間を短くする。これを怠ると、境界から流入する分子の移動時間は衝突時間より大きくなり、境界付近の流れ場に歪みを作る。図 2 では、これと類似した現象がブロック境界付近に生じたものである。本計算では、これを防ぐため、以下のような (a)(b) の手順を考えた (図 3 参照。ただし図 3 では、 Δt の代わりに dt を用いている。また、矢印の下につけた数字は衝突時間の大きさを Δt の倍数で示す)。

(a) 時間ステップの小さいブロック A から大きいブロック B へ移動する場合

(a-1) ブロック A の第一ステップ Δt で境界を通過した分子は、ブロック B に入った後も、ブロック A の第二ステップで移動を続ける。ただし、両ステップ間で分子間衝突は計算しない。第二ステップの移動の後には、ブロック B での分子間衝突の計算に継続される。

(a-2) ブロック A の第二ステップで境界を通過した分子については、そのまま、ブロック B での分子間衝突の計算に継続される。

(b) 時間ステップの大きいブロック B から小さいブロック A へ移動する場合

- (b-1) ブロック B の時間ステップ $2\Delta t$ の半分より早く境界を通過した分子は、時間ステップの $1/2$ の時間 Δt で移動を停止する。その状態で、ブロック A の分子間衝突の計算に継続される。
- (b-2) ブロック B の時間ステップの半分では境界を越えることの出来なかった分子は、ブロック B の時間ステップ $2\Delta t$ で移動を終えた後、次の、ブロック A での「分子間衝突」と「第一ステップでの移動」を一回休止する。そして、その後の分子間衝突から計算を再開する。

Fig. 3 Molecular motion between different blocks

上記の (a-1) では、境界通過時の移動時間が $\Delta t + \Delta t$ であるのに対し、衝突時間 (移動の前後の衝突時間の平均) は $1.5\Delta t$ である。しかし、(a-2) では、移動時間が Δt であるのに対し、衝突時間は $1.5\Delta t$ なので、(a) の両者を平均すれば、移動時間と衝突時間に不釣り合いは生じない。また、(b-1) では、境界通過時の移動時間が Δt であるのに対し、衝突時間は $1.5\Delta t$ である。しかし、(b-2) では、移動時間が $2\Delta t$ であるのに対し、衝突時間は $1.5\Delta t$ なので、やはり (b) の両者を平均すれば、移動時間と衝突時間に不釣り合いは生じていない。このような計算手順の根本にある考え方は、新しいブロックへ流入した分子に、あたかも、そのブロックの時間ステップでずっと移動してきたような振舞いをさせることにある。

図 4 は、上記の手順で、ブロック境界通過の分子処理を行った結果である。計算条件は図 2 のものと同一であるが、図 2 で見られたような境界付近の歪みは完全に解消されている。そしてこの結果は、時間ステップを全領域で一定とした従来の計算結果とも一致した。このように、計算処理を適切に行えば複雑な処理を殆

ど行うことなくプログラム可能であることが判明した。この操作により最高で約 8 倍 ($p_0/p_1 = 16000$, $1/Kn = 2500$ の場合) の計算速度増加が得られ、高圧力比の計算が容易になった。なお、本プログラムにおいて、通常用いられる配列以外に新たに必要大型配列としては、各分子がどのブロックに存在するかを記憶する配列で、これは、分子の数だけ必要である。しかし、1 バイト整数で記憶できるため、それほど大きな負担とはならない。

Fig. 4 Density contours ($p_0/p_1 = 500$)

さて、上述の計算手順は、分子の「移動」と「衝突」の時間的均衡を保つように考案されたが、個々の分子の動きに注目すると、(b) の「時間ステップの大きいブロックから小さいブロックへ移動する場合の計算処理」に不自然さが残る。すなわち、分子は、境界を通過するとき Δt 時間だけ運動を休止するので、ここで僅かながら時間遅れが発生する。これについては、定常現象の解析であるならば全く問題はない。一方、非定常現象の解析については、厳密には、シミュレーションを微妙に歪めることになる。しかし、一般に、対象となる非定常現象の時間スケールは時間ステップ Δt より十分大きいので (通常 Δt は分子の平均衝突時間程度にとる)、やはりほとんど問題にはならないであろう。

オリフィス直径 d を代表長さとし、また、上流よどみ点の平均自由行程 λ を用いてクヌッセン数を $Kn = \lambda/d$ と定義して、まず $1/Kn = 2500$ について計算した。計算領域のとり方は、これまでの著者らの計算^{(2)~(4)}と同様で、オリフィスをはさんで上流側と下流側に流れ場を設けている。境界から流入する分子に適用する境界条件としては、上流側の境界では境界に垂直方向に巨視的流速を持つ局所平衡状態を仮定した。一方、下流側の境界では、下流密度における静止平衡状態を仮定した。オリフィス壁面では拡散反射とした。分子間衝突は、アルゴンに相当する VHS 分子モデル⁽¹⁾を用い、Null-collision 法⁽⁷⁾で行った。 $p_0/p_1 = 16000$ の場合、流れ場 (軸対称) の大きさは、上流領域 $0.75d \times 0.75d$ 、下流領域 $247d$ (軸方向) $\times 54d$ (径方向) で、分子数は約

1600 万, セル数は約 14 万を用いた.

今回の圧力比は最大で 16000 である. 本計算を始めるに至った動機の一つに, この高圧力比状態と圧力比無限大の比較を行いたいということがある. すなわち「圧力比が大きくなれば下流背圧の影響は無視できるようになるので $p_0/p_1 = \infty$ の近似が可能になる」という考え方の正否を調べようというものである. そこで噴流解析に先立って, まず, その結果の一部を示しておく. 図 5 は, $1/Kn = 2500$ の条件で, $p_0/p_1 = 16000$ と $p_0/p_1 = \infty$ の密度分布 (上流よみ点の密度で無次元化した密度) を比較したものである. 図 5 から $p_0/p_1 = 16000$ であっても, 明らかに, 完全真空への流出とは噴流構造に違いの見えることが分かる. なお, 温度分布および速度分布については差異はさらに顕著になる (後述).

Fig. 5 Comparison of density profiles between $p_0/p_1 = 16000$ and ∞

3. 結 果

図 6 に, 圧力比 250, 1000, 4000, 16000 ($1/Kn = 2500$) におけるマッハ数分布を示す. ただし, 図 6 における 4 種類の図の x 軸と y 軸の表示範囲は, 各々の圧力比の平方根に比例するように調整されている. 圧力比が大きくなるに従い, マッハディスクやバレル衝

撃波の幅が広がり, また, 噴流周辺の気体がジェットコアにも侵入してくるために, 超音速領域は相対的に狭められている. ここで「相対的」と表現したのは, 噴流の大きさが圧力比の平方根に比例するというのを前提にして比較したことを意味する. 計算した最大圧力比 (16000) に対する噴流周辺の圧力は, $1/Kn = 2500$ の場合, オリフィス径が 1 mm なら約 1 Pa (7.5×10^{-3} Torr) である. このとき, 噴流の大きさ (連続流におけるマッハディスクまでの距離と仮定) に対する周囲気体の Kn 数は約 0.1 程度となるが, この程度の希薄度においても, 周囲気体の噴流に及ぼす影響は非常に大きいことが計算結果から分かる.

Fig. 6 Mach number distribution for $p_0/p_1 = 250$, 1000, 4000 and 16000

図 7 ~ 9 に, 数密度 n , 軸方向速度 u および温度 T の軸上分布を示す. それぞれ, よどみ点の数密度 n_0 , よどみ点における分子の最大確率速度 u_0 , よどみ点温度 T_0 で無次元表示されている. この無次元化によって, 数密

度分布は密度分布と同一となる。図には圧力比無限大、すなわち完全真空中に噴出する場合の結果も示している。また、連続流の場合に得られるであろうマッハディスクの位置を縦棒で示している。いずれの噴流膨張においても、周囲気体の影響が現れるまでは、完全真空への噴出の場合とほぼ一致した変化が見られる。密度および温度が増加を始める位置を比較すると、温度の方がより上流で上昇に転じていることがわかる。ここで、局所クヌッセン数 Kn_L を、 $Kn_L = Kn(p_0/p_1)^{0.5}$ と定義してみる。これは、Muntz⁽⁸⁾ らが提案した希薄化パラメータ（希薄化が噴流の構造に及ぼす影響パラメータ） $\xi = d(p_0 p_1)^{1/2}/T_0$ [dyne/cm K] に逆比例するものである。いま、噴流の軸方向速度が、完全真空に噴出した場合の軸方向速度より 10% 低い値まで減少する位置を $x_{0.9}$ で表し、 $x_{0.9}$ と連続流体のマッハディスク位置 x_M の比が、 Kn_L あるいは ξ に対してどのように変化するかを調べてみる。図 10 にそれを示す。 $x_{0.9}$ は、ジェットのコア長さ（超音速領域の長さ）に相当するものであるが、それが、希薄化パラメータの Kn_L あるいは ξ にはっきり影響を受けている様子がわかる。このように、軸上で見ても、ジェットコアに及ぼす周囲気体の影響は非常に大きいと言える。

以下では、本計算の妥当性を検討するため、既存の希薄自由噴流に関する実験および理論的結果と比較を行う。

Fig. 7 Axial density distributions for different pressure ratios

3.1 レーザー誘起蛍光法による可視化像との比較

DSMC 計算で得た噴流構造を、沃素とアルゴンイオンによる I_2 - Ar^+ レーザー誘起蛍光法⁽⁹⁾ から求めたアルゴン自由噴流の可視化像と比較した。この実験は、アルゴン中に沃素分子をトレーサーとして混入させ、それを Ar^+ レーザーの 514.5 nm の縦多モード発振線により励起して蛍光を得ている。従って、蛍光

Fig. 8 Axial velocity distributions for different pressure ratios

Fig. 9 Axial temperature (average) distributions for different pressure ratios

Fig. 10 Rarefaction effect to jet core length ($p_0/p_1 = 15 \sim 16000$)

の強さは基底状態にある沃素分子のこの波長に対応した吸収線の振動回転分布に関係する。また、縦多モー

Fig. 11 Pseudo-LIF intensity distribution for $p_0/p_1 = 250, 1000, 4000$ and 8000

ド発振線を使用しているため、気流のレーザー入射方向とのドップラー効果も考慮する必要がある。このように、観測される蛍光の強さは、沃素分子が均一に分布し、さらにアルゴン原子と熱力学的に平衡であるとしても、全体の流れの諸量に複雑に関係している。ここでは、沃素分子は均一に（アルゴンの密度分布に比例して）分布しており、アルゴンとの速度滑りはなく、その振動温度は岐点温度で凍結、回転温度はアルゴンの並進温度に等しいと仮定して、DSMC 計算で得られた流れ場の諸量から、疑似蛍光強度を求めた。

図 11 に、いくつかの圧力比に対する疑似レーザー誘起蛍光強度の対数分布を、実際の可視化像（図 12）と比較して示す。圧力比の増加と共にパレル衝撃波やマッハディスクが広がり、また超音速流領域が相対的

Fig. 12 Photograph of the LIF for $p_0/p_1 = 300, 1000, 4000$ and 8000

に狭くなってきている様子が両者に見られる。圧力比 1000 でははっきり見られたマッハディスクが 8000 ではほとんど見られなくなることが計算結果でも示されている。このように、本計算は噴流構造に関して、実験結果をほぼ再現していると言える。

3.2 到達平行方向並進温度

自由噴流では、希薄化に伴って並進温度の非平衡が起きることが知られている。すなわち、軸方向の温度

Fig. 13 Parallel and perpendicular temperature distributions

(平行方向温度 $T_{//}$) と半径方向の温度 (垂直方向温度 $T_{\perp}$) に違いができる。中心軸上で考えた場合、前者は分子衝突数の減少によって、ある一定温度以下には低下しないが、後者は膨張につれて低温分子だけが軸上に残るので温度低下を続ける。図 13 にこれら二つの温度の変化を示す。オリフィス径の数倍の位置から平行方向温度は垂直方向温度を上回っており、その差は膨張とともに拡大している。圧力比が大きいほど、マッハディスクの前方から両温度は周囲温度に回復し始めるが、このとき平行方向温度はオーバーシュートを引き起こす。このオーバーシュートの程度は、マッハ数が高く (圧力比が大きくなるにつれて大きくなるが、その一方、圧力比が大きくなると希薄化の影響も大きくなるので、圧力比 16000 では殆ど見られなくなっている。

平行方向温度が到達し得る値は、オリフィスの大きさと岐点状態、すなわち Kn 数に依存する。その値は、到達速度比 $S_{//\infty}$ (軸方向の巨視的速度と熱運動速度の比) または到達軸方向マッハ数 $M_{//\infty}$ として、次式で Kn 数に関係づけられている⁽¹⁰⁾。

$$S_{//\infty} = 1.07Kn^{-0.4} \quad (2)$$

$$M_{//\infty} = 1.17Kn^{-0.4} \quad (3)$$

本計算条件 ($1/Kn = 2500$) では、これらは各々、 $S_{//\infty} = 24.5$, $M_{//\infty} = 26.8$ であり、それらに対応する平行方向温度の値は $T_{//\infty} = 4.2 \times 10^{-3}T_0$ である。完全真空の場合の計算結果では $T_{//\infty} \approx 4 \times 10^{-3}T_0$ となっており、ほぼ一致している。 Kn 数に対するこの到達平行方向温度の変化を調べるために、圧力比無限

Fig. 14 Parallel and perpendicular temperature distributions at $p_0/p_1 = \infty$

Fig. 15 Dependence of the terminal parallel temperature on Knudsen number

大について、種々の Kn 数に対して計算を行った。図 14 に、平行方向温度および垂直方向温度の変化を示す。 $1/Kn$ 数の増加とともに到達平行方向温度が低くなっていることが示されている。 $1/Kn = 10$ の場合にはオリフィス出口で既に非平衡であるため、垂直方向温度の低下の様子も他とは異なっている。図 15 は、計算で求めた到達平行方向温度と、式 (2)(3) から導かれる値 $T_{//\infty}/T_0 = 2.18Kn^{0.8}$ を比較したものである。両者はほぼ一致しており、本計算は定量的にも妥当なものであると言える。

3.3 噴流中心軸から離れた位置での密度分布

高圧力比噴流の流れ場全体の密度 ρ を近似する式として、式 (4) が提案されている⁽¹¹⁾。

$$\rho(x, y)/\rho(x, 0) = \cos^2 \theta \cos^4 (\pi \theta / 2\theta_m) \quad (4)$$

ここで、 x と y は軸方向位置と半径方向位置を示し、 $\theta = \arctan(y/x)$ である。また、比熱比 γ の気体に対して式 (5) が成り立つ。

$$l = 2/(\gamma - 1), \quad \theta_m = \pi \{ [(\gamma + 1)/(\gamma - 1)]^{1/2} - 1 \} / 2 \quad (5)$$

図 16 は、圧力比 16000 の密度場について計算結果と式 (4) を比較したものである。黒丸が DSMC 計算の結果、実線が式 (4) を表し、6 箇所の x/d について比較を行っている。中心軸付近の密度は、かなり下流まで距離の二乗に逆比例して分布し両者に一致が見られるが、空間分布全体としては必ずしも一致しておらず、式 (4) で近似できる範囲は非常に狭い。特にジェット周辺気体の影響が顕著に現れる領域 (図 16 に示した $x/d = 50.1$ 付近) では軸上の密度変化に極小値が存在するが (図 5 参照)、式 (4) は密度場を単調減少としてしか表現できないので、この付近ではほとんど成り立たない。

Fig. 16 Off-axis density distribution for $p_0/p_1 = 16000$

4. 結 論

DSMC 法に改良を加えて高圧力比噴流の解析を行い、以下のような結論を得た。

(1) 流れ場を複数の領域に分割し、各々に異なる時間ステップを適用することによって最高で約 8 倍の計算速度増加を得ることができた。

(2) 圧力比 $p_0/p_1 = 15 \sim 16000$ および無限大について「周囲気体の希薄化に伴う噴流構造の変化」を調べた。圧力比が大きくなるにつれて、マッハディスクや

バレル衝撃波の幅が広がるとともに、噴流周辺の気体がジェットコアに侵入し、噴流の超音速領域を狭める。このように周辺気体が噴流に与える影響は非常に大きい。

(3) 計算結果から作成した「疑似レーザー誘起蛍光強度分布」と、実験による「可視化像」とを比較した。本計算は、噴流の構造に関して実験をほぼ再現できている。

(4) 完全真空中に噴出したジェットの「到達平行方向並進温度」について、本計算結果と既存の解析値を比較した。両者に十分な一致が認められたことから、本計算は定量的にも妥当なものであると判断できる。

(5) 噴流場全体の密度分布を表現する式として従来用いられている近似式 (式 (4)) は、本計算結果と比較する限りにおいて、利用できる範囲は非常に狭いと言える。

文 献

- (1) Bird, G.A., Molecular Gas Dynamics and the Direct Simulation of Gas Flows, Clarendon (1994)
- (2) 宇佐美・手島, オリフィス自由噴流に関する DSMC 計算 (DSMC 法による垂直衝撃波と樽形衝撃波の再現), 日本機械学会論文集, 62-598B (1996), pp. 2215-2222
- (3) 宇佐美・手島, DSMC 法による超音速希薄自由噴流の分子シミュレーション, 日本機械学会論文集, 64-620B (1998), pp. 1112-1119
- (4) 宇佐美・手島, 平行流出する超音速噴流の相互干渉に関する三次元 DSMC 計算, 日本機械学会論文集, 65-630B (1999), pp. 444-450
- (5) Ashkenas, H. and Sherman, F. S., The Structure and Utilization of Supersonic Free Jets in Low Density Wind Tunnels, Proc. 4th Int. Symp. Rarefied Gas Dyn., 2 (1966), pp. 84-105
- (6) Usami, M., Fujimoto, T., Kato, S., Monte Carlo Simulation on Mass Flow Reduction due to Roughness of a Slit Surface, Progress in Astronautics and Aeronautics, 116, AIAA (1989), pp. 283-297
- (7) Koura, K., Null Collision Monte Carlo Method: Gas Mixture with Internal Degrees of Freedom and Chemical Reactions, Progress in Astronautics and Aeronautics, 117, AIAA (1989), pp. 25-39
- (8) Muntz, E.P. et al., Some Characteristics of Exhaust Plume Rarefaction, AIAA J., 8-9 (1970) pp. 1651-1658
- (9) 手島・守谷・森, レーザー誘起蛍光法による自由噴流の可視化, 日本航空宇宙学会誌, 32-364 (1984), pp. 309-312
- (10) Anderson, J.B. and Fenn, J.B., Velocity Distributions in Molecular Beams from Nozzle Sources, Phys. Fluids, 8 (1965), pp. 780-787
- (11) Boynton, F.P., Highly Underexpanded Jet Structure: Exact and Approximate Calculations, AIAA J., 5 (1967), pp. 1703-1704