断熱および等温壁平行平板間の圧縮性乱流の数値解析*
(第 2 報, 乱れ統計量の分布)森 西 洋 平*¹, 玉 野 真 司*², 中 林 功 一*¹Numerical Analysis of Compressible Turbulent Channel Flow
between Adiabatic and Isothermal Walls
(2nd Report, Profiles of Turbulence Statistics)Youhei MORINISHI*³, Shinji TAMANO and Koichi NAKABAYASHI*³ Department of Mechanical Engineering, Nagoya Institute of Technology,
Gokiso-cho, Showa-ku, Nagoya-shi, Aichi, 466-8555 Japan

The effects of the variable-property on the profiles of the turbulence statistics and the near-wall asymptotic behavior for the compressible turbulent channel flows are investigated using direct numerical simulation (DNS). Two cases of DNS are carried out. The first case is the compressible turbulent flow between isothermal walls, and the second case is one between adiabatic and isothermal walls. In the DNS, the Mach number based on the bulk velocity and sound speed at the isothermal wall is 1.5 and the Reynolds number based on the bulk density, bulk velocity, channel half-width, and viscosity at the isothermal wall is 3 000. The main results are as follows: (1) When the velocity fluctuations, kinetic energy, and turbulent dissipation profiles are scaled by the wall variables, these profiles are larger near the isothermal wall and smaller near the adiabatic wall, comparing with those of the incompressible turbulent channel flow. On the other hand, these profiles agree well with the data of the incompressible turbulent channel flow, when these profiles are scaled by the local mean variables. It means Morkovin's hypothesis is applicable to these profiles. (2) The rms temperature fluctuation profile scaled by the mean temperature is almost the same as the rms density fluctuation profile scaled by the mean density, except that the rms temperature fluctuation on the isothermal wall is zero. (3) Differences between Favre and Reynolds averages on the Reynolds stresses are negligible in the wall bounded flow. (4) Morkovin's hypothesis is not applicable to the wall asymptotic behavior. (5) The rms temperature fluctuation profile scaled by the wall temperature varies linearly with the wall unit y^+ near the isothermal wall and approaches a constant non-zero value with the decrease of y^+ near the adiabatic wall.

Key Words: Compressible Flow, Numerical Analysis, Supersonic Flow, Turbulent Flow, DNS, Isothermal Wall, Adiabatic Wall, Morkovin's hypothesis

1. 結 言

近年, 圧縮性壁乱流の現象の理解を目的として直接数値計算 (DNS) および DNS データを用いた解析が行われるようになってきた^{(1)~(5)}. Coleman ら⁽¹⁾および Guarini ら⁽³⁾は, それぞれ等温壁平行平板間および断熱壁境界層に対する圧縮性壁乱流の DNS を実行することで, 平均密度変化を考慮してスケールされた乱れ統計量の分布は非圧縮性壁乱流でのものとよく一致することを報告している. しかし, これらの DNS データを用いた解析では温度境界条件の違い (等温

壁および断熱壁) が乱れ統計量に及ぼす影響に関しては検討されておらず, 非圧縮性壁乱流 (パッシブスカラーとして温度を取り扱ったものを含める) での DNS データを用いた解析^{(6)~(8)}と比べるとその解析は十分とはいえない. さらに, 圧縮性壁乱流の理解およびモデル構築において重要となる乱れ統計量の壁面漸近挙動に関する検討はこれまでに十分なされていない.

So ら⁽⁹⁾は Morkovin の仮説^{(10)~(12)}に基づき, 乱れ統計量の算出においてファール平均⁽²⁾を用いた場合には圧縮性壁乱流での壁面漸近挙動は非圧縮性壁乱流でのものと一致するとしている. しかし, 彼らの解析では圧縮性壁乱流および非圧縮性壁乱流での壁面漸近挙動が明確に比較されていない.

本論文では, 等温壁間 (Case 1) および等温壁と断

* 原稿受付 2001 年 3 月 1 日.

*¹ 正員, 名古屋工業大学工学部 (〒466-8555 名古屋市昭和区御器所町).*² 正員, 名古屋工業大学大学院.

E-mail: morinisi@cfcd.mech.nitech.ac.jp

Table 1 Computational cases

Case	Case 1	Case 2	
Wall B.C.	Isothermal	Adiabatic	Isothermal
L_1	$4\pi H$		
L_2	$2H$		
L_3	$4\pi H/3$		
N_1	120		
N_2	180	210	
N_3	120		
Re_τ	218	86.4	279
$-B_q$	0.048	0	0.059
M_τ	0.080	0.071	0.077
C_f	7.7×10^{-3}	8.0×10^{-3}	9.6×10^{-3}
Nu	39	0	30

熱壁間 (Case 2) の圧縮性乱流に対する DNS データ⁽⁴⁾⁽⁵⁾を用いて、温度境界条件の違いが圧縮性壁乱流での乱れ統計量に及ぼす影響を検討する。また、圧縮性壁乱流での壁面漸近挙動に対して Morkovin の仮説が適用可能であるかどうかについても検討する。

2. 計算条件

本論文で用いられる記号、 u_i ($i = 1, 2, 3$), ρ , T , μ , p , c_p , c_v , κ , ρ_m , U_m , T_m , H , および y はそれぞれ、 x_i 方向の速度成分、密度、温度、粘性係数、圧力、定圧比熱、定容比熱、熱伝導率、平均密度、平均速度、平均温度、流路半幅、および参照されている壁面からの距離である。 x_1 , x_2 および x_3 はそれぞれ主流、壁面およびスパン方向の空間座標である。 ρ_m , U_m , および T_m はそれぞれ次式により定義される。

$$\rho_m = \frac{1}{2H} \int_{-H}^H \langle \rho \rangle dx_2 \quad (1)$$

$$U_m = \frac{1}{2H\rho_m} \int_{-H}^H \langle \rho u_1 \rangle dx_2 \quad (2)$$

$$T_m = \frac{1}{2H\rho_m U_m} \int_{-H}^H \langle \rho u_1 T \rangle dx_2 \quad (3)$$

$\langle \rangle$ は x_1 および x_3 方向と時間に関するレイノルズ平均化操作を意味する。 τ_w および q_w をそれぞれ壁面せん断応力および壁面熱流束とする。添字 w は壁面上の値を意味する。 $u_\tau (= \sqrt{\tau_w / \rho_w})$ は摩擦速度である。

本数値計算に対する無次元パラメータとして、レイノルズ数 $Re = \rho_m U_m H / \mu_{iw} = 3000$, マッハ数 $M = U_m / \sqrt{(\gamma - 1)c_p T_{iw}} = 1.5$, プラントル数 $Pr = \mu_{cp} / \kappa = 0.72$, および比熱比 $\gamma = c_p / c_v = 1.4$ を与える。添字 iw は等温壁上の値を意味する。温度には、Case 1 に対しては上下壁ともに等温 (上下壁の温度差なし) 条件が、Case 2 に対しては上壁に断熱条件および下壁に等温条件が課されている。主流およびスパン方向は周期的である。周期方向には等間隔格子、壁面方向には双曲正接型関数により壁面に集中する格子が

Fig. 1 Profiles of $\langle \rho \rangle / \rho_w$

用いられている。主流、壁面およびスパン方向の計算領域 (L_1 , L_2 および L_3), 主流、壁面およびスパン方向の格子数 (N_1 , N_2 および N_3), および代表的な時間平均値 (Re_τ , B_q , M_τ , C_f , および Nu) を表 1 にまとめて示しておく。ここで、 Re_τ , B_q , M_τ , C_f , および Nu はそれぞれ、レイノルズ数 $Re_\tau = \rho_w u_\tau H / \mu_w$ 無次元熱流束 $B_q = q_w / (\rho_w c_p u_\tau T_w)$, マッハ数 $M_\tau = u_\tau / \sqrt{(\gamma - 1)c_p T_w}$, 壁面摩擦係数 $C_f = 2\tau_w / (\rho_m U_m^2)$, およびヌセルト数 $Nu = 2Hq_w / [\kappa_w (T_w - T_m)]$ である。

なお DNS アルゴリズムおよび計算条件の詳細については文献⁽⁴⁾を参照されたい。

3. 圧縮性壁乱流における乱れ統計量の分布

3.1 乱れ統計量の解析の基礎事項 壁座標および準局所壁座標⁽¹⁾はそれぞれ $y^+ (= \rho_w u_\tau y / \mu_w)$ および $y^* (= \langle \rho \rangle u_{\tau*} y / \langle \mu \rangle)$ により定義される。ここで、 $u_{\tau*} (= \sqrt{\tau_w / \langle \rho \rangle})$ は準局所摩擦速度であり、 $u_{\tau*}$ による正規化は準局所的なスケージングと呼ばれる⁽¹⁾。次節以降で示す乱れ統計量の横軸には、乱れ統計量が壁変数で無次元化された場合には y^+ を、局所のおよび準局所的な値で無次元化された場合には y^* をそれぞれ用いる。物性値を一定とする非圧縮性壁乱流においては、 y^* および $u_{\tau*}$ はそれぞれ y^+ および u_τ と等価になる。また、ファール平均化操作を $\{ \}$ で表すとき、変数 ϕ のファール平均値は $\{ \phi \} = \langle \rho \phi \rangle / \langle \rho \rangle$ で定義される。レイノルズ平均値およびファール平均値からのずれをそれぞれ $'$ および $''$ で表す。変数 ϕ および ψ について以下の関係が成り立つ⁽²⁾。

$$\langle \phi'' \rangle = \langle \phi \rangle - \{ \phi \} \quad (4)$$

$$\{ \phi'' \psi'' \} = \langle \phi' \psi' \rangle - \langle \phi'' \rangle \langle \psi'' \rangle + \langle \rho' \phi' \psi' \rangle / \langle \rho \rangle \quad (5)$$

密度を一定とする非圧縮性乱流においてはファール平均化操作はレイノルズ平均化操作と等価になるが、本計算例では密度を時空間に変化させているためこれらは等価にならない。 ρ_w により無次元化された平均密度 $\langle \rho \rangle / \rho_w$ の分布を図 1 に示す。同図には比較のため Coleman ら⁽¹⁾による等温壁平行平板間の圧縮性乱

Fig. 2 Profiles of $(u'_\alpha)_{rms}^+$ ($\alpha = 1, 2, 3$) Fig. 3 Profiles of $(u'_\alpha)_{rms}^*$ ($\alpha = 1, 2, 3$)

流の計算結果 ($M = 1.5$) も示されている。 $\langle \rho \rangle / \rho_w$ は等温壁近傍では1より小さく、断熱壁近傍では1より大きくなる。Case 1およびColemanらの等温壁近傍 (ただし $y^+ \gtrsim 40$) では $\langle \rho \rangle / \rho_w$ はほぼ一定値になる。

3.2 速度の変動強度分布 u_τ により無次元化された主流、壁面およびスパン方向速度の変動強度 $(u'_\alpha)_{rms}^+ (= \sqrt{\langle u'_\alpha u'_\alpha \rangle} / u_\tau)$ ($\alpha = 1, 2, 3$) の分布を図2に示す。ここで、ギリシャ文字の繰り返し添字 α は総和規約に従わず、イタリックの繰り返し添字 (i, j, k 等) については総和規約に従うものとする。同図には比較のため Moser ら⁽¹³⁾ による $Re_\tau = 180$ の平行平板間の非圧縮性乱流の計算結果も示されている。Case 1 および Case 2 の等温壁近傍での $(u'_\alpha)_{rms}^+$ ($\alpha = 1, 2, 3$) は Coleman らの等温壁近傍での値とほぼ一致する。等温壁近傍 (ただし $y^+ \gtrsim 10$) での $(u'_1)_{rms}^+$ は非圧縮性壁乱流での値より大きくその差が顕著に現れる。Case 2 の断熱壁近傍 (ただし $y^+ \gtrsim 10$) での $(u'_\alpha)_{rms}^+$ ($\alpha = 1, 2, 3$) は非圧縮性壁乱流での値より小さい。

次に、 $u_{\tau*}$ により無次元化された主流、壁面およびスパン方向速度の変動強度 $(u'_\alpha)_{rms}^* (= \sqrt{\langle u'_\alpha u'_\alpha \rangle} / u_{\tau*})$ ($\alpha = 1, 2, 3$) の分布を図3に示す。Morkovin の仮説⁽¹¹⁾ によれば、主流のマッハ数 M_∞ が5以下の圧縮性境界層乱流では圧縮性の効果とし

Fig. 4 Profiles of k^+ and k^* Fig. 5 Profiles of ϵ^+ and ϵ^*

て物性値の変化のみを考慮すればよいとされる。本計算例 ($M = 1.5$) においても、 $(u'_\alpha)_{rms}^*$ ($\alpha = 1, 2, 3$) は温度境界条件に関わらず非圧縮性壁乱流での値に近い分布となり、速度3成分の変動強度分布に対して Morkovin の仮説が成立する。ただし、Case 2 の断熱壁近傍 (ただし $y^+ \gtrsim 10$) での $(u'_2)_{rms}^*$ および $(u'_3)_{rms}^*$ はそれぞれ非圧縮性壁乱流での値より若干小さいが、これは低レイノルズ数効果⁽¹⁴⁾ の現れであると考えられる。

3.3 乱流エネルギー分布 u_τ により無次元化された乱流エネルギー $k^+ [= \langle u'_i u'_i \rangle / (2u_\tau^2)]$ および $u_{\tau*}$ により無次元化された乱流エネルギー $k^* [= \langle u'_i u'_i \rangle / (2u_{\tau*}^2)]$ の分布を図4に示す。 k^+ の極大値は非圧縮性壁乱流での値と比べて、等温壁近傍では大きく、断熱壁近傍では小さい。また、 k^+ の極大値の位置 y^+ は非圧縮性壁乱流での値と比べて、等温壁近傍では大きく、断熱壁近傍ではほぼ一致する。 k^* の分布は温度境界条件に関わらず非圧縮性壁乱流での値とほぼ一致し、乱流エネルギー分布に対して Morkovin の仮説が成立する。

3.4 乱流エネルギーの散逸率分布 圧縮性壁乱流での乱流エネルギーの方程式中に現れる散逸率は単位体積当たりで評価される⁽²⁾。しかし、非圧縮性壁乱流での散逸率は通常単位質量当たりで評価されるため、

Fig. 6 Profiles of ρ'_{rms}/ρ_w and $\rho'_{rms}/\langle\rho\rangle$

ここでは単位質量当たりの乱流エネルギーの散逸率 ε を用いて非圧縮性壁乱流での値と比較検討する. 単位体積当たりの散逸率分布および乱流エネルギーの方程式の収支については続報⁽¹⁵⁾に譲る. ε は次式により定義される.

$$\varepsilon = \left\langle \tau'_{ij} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \right\rangle / \langle \rho \rangle \quad (6)$$

ここで, 粘性応力テンソル τ_{ij} は次式により与えられる.

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \quad (7)$$

δ_{ij} はクロネッカーのデルタを表す. 変動粘性応力テンソル $\tau'_{ij} (= \tau_{ij} - \langle \tau_{ij} \rangle)$ は次式となる⁽²⁾.

$$\begin{aligned} \tau'_{ij} = & \langle \mu \rangle \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right) - \left\langle \mu' \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right) \right\rangle \\ & - \frac{2}{3} \langle \mu \rangle d' \delta_{ij} + \frac{2}{3} \langle \mu' d' \rangle \delta_{ij} + \mu' \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right) \\ & - \frac{2}{3} \mu' d' \delta_{ij} + \mu' \left(\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu' \langle d \rangle \delta_{ij} \quad (8) \end{aligned}$$

ここで, $\langle d \rangle = \partial \langle u_j \rangle / \partial x_j$ および $d' = \partial u'_j / \partial x_j$ である. u_τ , ρ_w , および μ_w により無次元化された乱流エネルギーの散逸率 $\varepsilon^+ [= \mu_w \varepsilon / (u_\tau^4 \rho_w)]$, および u_τ^* , $\langle \rho \rangle$, および $\langle \mu \rangle$ により無次元化された乱流エネルギーの散逸率 $\varepsilon^* [= \langle \mu \rangle \varepsilon / (u_\tau^{*4} \langle \rho \rangle)]$ の分布を図5に示す. ε^+ は非圧縮性壁乱流での値と比べて, 等温壁近傍では大きく, 断熱壁近傍では小さい. これは, 乱流エネルギー k^+ と同じ傾向である. また, k^* と同様に ε^* は温度境界条件に関わらず非圧縮性壁乱流での値とほぼ一致し, 乱流エネルギーの散逸率分布に対しても Morkovin の仮説が成立する. ただし, 断熱壁近傍 ($y^* \lesssim 20$) では ε^* は非圧縮性壁乱流での値より僅かに小さい.

3.5 熱力学的状態量の変動強度分布

3.5.1 密度の変動強度分布 ρ_w により無次元化された密度の変動強度 $\rho'_{rms}/\rho_w (= \sqrt{\langle \rho'^2 \rangle} / \rho_w)$ および

Fig. 7 Profiles of T'_{rms}/T_w and $T'_{rms}/\langle T \rangle$

$\langle \rho \rangle$ により無次元化された密度の変動強度 $\rho'_{rms}/\langle \rho \rangle$ の分布を図6に示す. Case 1, Case 2, および Coleman らの等温壁近傍での ρ'_{rms}/ρ_w は $y^+ \approx 10$ で極大値を取る. Case 2 の等温壁近傍での ρ'_{rms}/ρ_w は $y^+ \gtrsim 100$ で僅かに増加するが, これは対向壁 (断熱壁) の影響と考えられる. Case 2 の断熱壁近傍での ρ'_{rms}/ρ_w は $y^+ \approx 40$ で極大値を取り, $y^+ \gtrsim 40$ では僅かに減少する. 断熱壁近傍での ρ'_{rms}/ρ_w の極大値は等温壁近傍での ρ'_{rms}/ρ_w の極大値より約2倍大きい, $\rho'_{rms}/\langle \rho \rangle$ の極大値は温度境界条件に関わらずほぼ同程度の大きさとなる. また, 壁面上での ρ'_{rms}/ρ_w および $\rho'_{rms}/\langle \rho \rangle$ の値は温度境界条件に関わらずゼロにならない.

3.5.2 温度の変動強度分布 T_w により無次元化された温度の変動強度 $T'_{rms}/T_w (= \sqrt{\langle T'^2 \rangle} / T_w)$ および $\langle T \rangle$ により無次元化された温度の変動強度 $T'_{rms}/\langle T \rangle$ の分布を図7に示す. T'_{rms}/T_w は, Case 1 および Coleman らの等温壁近傍では $y^+ \approx 10$ で極大値を取り, Case 2 の等温壁近傍では $y^+ \approx 20$ で極大値を取る. Case 2 の等温壁近傍 (ただし $y^+ \gtrsim 100$) での T'_{rms}/T_w は ρ'_{rms}/ρ_w と同様に対向壁の影響により単調増加する. Case 2 の断熱壁近傍での T'_{rms}/T_w は $y^+ \approx 20$ で極大値を取り, $y^+ \gtrsim 20$ では僅かに減少する. また, 断熱壁近傍での T'_{rms}/T_w の極大値は等温壁近傍での極大値より小さく, ρ'_{rms}/ρ_w の場合とは等温壁近傍と断熱壁近傍での極大値の大小関係が異なる. これは等圧的な変化に対応している. $T'_{rms}/\langle T \rangle$ は等温壁面上においてゼロであることを除くと $\rho'_{rms}/\langle \rho \rangle$ の分布とほぼ等しい. つまり, 局所的なスケールが用いられた場合には温度の変動強度と密度の変動強度の相似性が強く現れる.

3.5.3 圧力の変動強度分布 u_τ と ρ_w により無次元化された圧力の変動強度 $(p')^+_{rms} [= \sqrt{\langle p'^2 \rangle} / (\rho_w u_\tau^2)]$ および u_τ^* と $\langle \rho \rangle$ により無次元化された圧力の変動強度 $(p')^*_{rms} [= \sqrt{\langle p'^2 \rangle} / (\langle \rho \rangle u_\tau^{*2})]$ の分布を図8に示す. $(p')^+_{rms}$ のピーク位置 y^+ は非圧

Fig. 8 Profiles of $(p')_{rms}^+$ and $(p')_{rms}^*$

縮性壁乱流での値と比べて、等温壁近傍では大きく、断熱壁近傍ではほぼ一致する。Guarini ら⁽³⁾のDNSでは $(p')_{rms}^+$ は非圧縮性壁乱流での値より大きくなることが報告されているが、Case 2の断熱壁近傍での $(p')_{rms}^+$ は非圧縮性壁乱流での値より小さい。これは、著者らは平行平板間乱流であるのに対して Guarini らは境界層乱流であること、および比較に用いられているデータのレイノルズ数が異なることによると考えられる。 $(p')_{rms}^*$ のピーク位置 y^* は非圧縮性壁乱流での値と比べて、等温壁近傍ではほぼ一致し、断熱壁近傍では僅かに大きい。また、 $(p')_{rms}^*$ と比較すると $(p')_{rms}^+$ の分布形状は非圧縮性壁乱流でのものに近くなる。

3.6 レイノルズ応力分布 レイノルズ応力の普遍的なスケールリング方法を検討するため、無次元レイノルズ応力として

$$-\langle \rho u_1' u_2' \rangle^+ = -\langle \rho u_1' u_2' \rangle / (\rho_w u_\tau^2) \quad (9)$$

$$-\langle \rho \rangle \langle u_1' u_2' \rangle^+ / \rho_w = -\langle \rho \rangle \langle u_1' u_2' \rangle / (\rho_w u_\tau^2) \quad (10)$$

$$-\langle u_1' u_2' \rangle^* = -\langle \rho \rangle \langle u_1' u_2' \rangle / (\langle \rho \rangle u_{\tau*}^2) \quad (11)$$

$$-\langle \rho u_1' u_2' \rangle^* = -\langle \rho u_1' u_2' \rangle / (\langle \rho \rangle u_{\tau*}^2) \quad (12)$$

$$-\langle u_1'' u_2'' \rangle^* = -\langle \rho \rangle \{ u_1'' u_2'' \} / (\langle \rho \rangle u_{\tau*}^2) \quad (13)$$

$$-\langle \rho \rangle \{ u_1'' u_2'' \}^+ / \rho_w = -\langle \rho \rangle \{ u_1'' u_2'' \} / (\rho_w u_\tau^2) \quad (14)$$

を考える。密度が一定である非圧縮性壁乱流ではこれらはすべて等価となる。式(9)から式(14)で定義されるレイノルズ応力の分布を図9に示す。 $-\langle \rho u_1' u_2' \rangle^+$ は $-\langle \rho \rangle \langle u_1' u_2' \rangle^+ / \rho_w$ および $-\langle \rho \rangle \{ u_1'' u_2'' \}^+ / \rho_w$ と、 $-\langle u_1' u_2' \rangle^*$ は $-\langle \rho u_1' u_2' \rangle^*$ および $-\langle u_1'' u_2'' \rangle^*$ とそれぞれよく一致する。つまり、ファール平均が用いられた場合とレイノルズ平均が用いられた場合でのレイノルズ応力分布に差はほとんど現れない。これは、本計算例($M = 1.5$)において式(5)の右辺第2項および第3項に対応する項が第1項に対応する項と比べて無視できる程度に小さいことによる。 $-\langle \rho u_1' u_2' \rangle^+$ 、 $-\langle \rho \rangle \langle u_1' u_2' \rangle^+ / \rho_w$ 、および $-\langle \rho \rangle \{ u_1'' u_2'' \}^+ / \rho_w$ に関し

Fig. 9 Profiles of Reynolds stresses

て以下のことが分かる。等温壁近傍での値は非圧縮性壁乱流での値と比べて、 $y^+ \lesssim 40$ では小さく、 $y^+ \gtrsim 40$ ではほぼ一致する。断熱壁近傍での値は非圧縮性壁乱流での値と比べて、 $y^+ \lesssim 20$ ではほぼ一致し、 $y^+ \gtrsim 20$ では小さい。一方、準局所的なスケールリングが適用された $-\langle u_1' u_2' \rangle^*$ 、 $-\langle \rho u_1' u_2' \rangle^*$ 、および $-\langle u_1'' u_2'' \rangle^*$ は温度境界条件に関わらず非圧縮性壁乱流での値とよく一致する。

Coleman ら⁽¹⁾、Guarini ら⁽³⁾、および So ら⁽⁹⁾の解析では、レイノルズ応力の整理にそれぞれ $-\langle \rho u_1' u_2' \rangle^+$ 、 $-\langle \rho \rangle \langle u_1' u_2' \rangle^+ / \rho_w$ 、および $-\langle \rho \rangle \{ u_1'' u_2'' \}^+ / \rho_w$ が用いられている。これらのスケールリングを用いた場合には、等温壁近傍では $y^+ \gtrsim 40$ において、断熱壁近傍では $y^+ \lesssim 20$ においてのみそれぞれ非圧縮性壁乱流での値と一致する。さらに、準局所的なスケールリングを用いた場合には温度境界条件に関わらず最も普遍的なレイノルズ応力分布を与えることが本研究で示された。

3.7 乱流熱流束分布 圧縮性壁乱流における等温壁近傍での乱流熱流束分布はColeman ら⁽¹⁾により示されているが、断熱壁近傍でのものは著者らの知る限りではこれまでに示されていない。無次元乱流熱流束 $-\langle \rho u_2' T' \rangle / (\rho_w u_\tau T_w)$ および $-\langle \rho u_2' T' \rangle / (\langle \rho \rangle u_{\tau*} \langle T \rangle)$ の分布を図10に示す。 $-\langle \rho u_2' T' \rangle / (\rho_w u_\tau T_w)$ について

Fig. 10 Profiles of turbulent heat fluxes

以下のことが分かる。Case 1 および Coleman らの等温壁近傍では、 $y^+ \approx 20$ で極大値を持ち、 $y^+ \gtrsim 20$ では単調減少する。Case 2 の断熱壁近傍では、 $y^+ \approx 30$ で極小値を持ち、 $y^+ \gtrsim 30$ では単調増加する。断熱壁近傍での乱流熱流束は等温壁近傍でのものと向きが異なる。Case 2 の等温壁近傍では、 $y^+ = 0$ から $y^+ \approx 40$ まで単調増加し、 $y^+ \gtrsim 40$ ではほぼ一定値になる。この一定値は Case 1 の等温壁近傍での極大値より大きい。局所および準局所的な値により正規化された $-\langle \rho u_2' T' \rangle / (\langle \rho \rangle u_{\tau*} \langle T \rangle)$ の分布に関して、Case 1 および Case 2 の等温壁近傍と Case 2 の断熱壁近傍とではその分布は互いに大きく異なり、レイノルズ応力分布 (図 9 参照) で見られたような普遍的な分布とはならない。これは、乱流熱流束分布はレイノルズ応力分布と比べて温度境界条件の影響を強く受けるためである。ここでは紙面の都合上示さないが、乱流熱流束分布に関してもファール平均が用いられた場合とレイノルズ平均が用いられた場合との差がほとんどないことを DNS データにより確認している。

4. 圧縮性壁乱流における乱れ統計量の壁面漸近挙動

4.1 壁面漸近挙動の解析の基礎事項 変数 ϕ のレイノルズ変動値 ϕ' およびファール変動値 ϕ'' をそれぞれ $y = 0$ まわりにテイラー級数展開すると次式を得る。

$$\phi' = \phi'(0) + y \left. \frac{\partial \phi'}{\partial y} \right|_{y=0} + \frac{y^2}{2} \left. \frac{\partial^2 \phi'}{\partial y^2} \right|_{y=0} + O(y^3) \quad (15)$$

$$\phi'' = \phi''(0) + y \left. \frac{\partial \phi''}{\partial y} \right|_{y=0} + \frac{y^2}{2} \left. \frac{\partial^2 \phi''}{\partial y^2} \right|_{y=0} + O(y^3) \quad (16)$$

ϕ' および ϕ'' に関する壁面境界条件をそれぞれ式 (15) および式 (16) に代入することにより ϕ のレイノルズ変動強度分布およびファール変動強度分布に関する

Fig. 11 Near-wall behavior of $\langle \rho \rangle / \rho_w$

壁面漸近挙動が理論的に算出される。

圧縮性壁乱流での壁面境界条件について特徴的なものを以下に示す。なお、壁面境界条件の詳細については前報⁽⁴⁾を参照されたい。本解析に用いた DNS では密度に関するディレクレ型またはノイマン型壁面境界条件を課す代わりに壁面上においても質量保存の方程式、

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_j)}{\partial x_j} = 0, \quad (17)$$

が解かれている⁽⁴⁾。したがって、密度に関しては $O(y^0)$ で壁面に漸近することが予想される。図 11 に平均密度 $\langle \rho \rangle / \rho_w$ の分布を両軸対数で示す。図より $\langle \rho \rangle / \rho_w$ は温度境界条件によらず $O(y^{+0})$ で壁面に漸近することが確認される。

圧縮性壁乱流の場合には、式 (17) に速度すべり無し条件を適用することで壁面上において $\partial u_j / \partial x_j|_w = (\partial \rho / \partial t) / \rho|_w$ が成立する。本計算例では密度を時空間に変化させているため $\partial u_j / \partial x_j|_w \neq 0$ となる。この場合には、レイノルズ平均値からのずれ $\partial u_j' / \partial x_j|_w$ およびファール平均値からのずれ $\partial u_j'' / \partial x_j|_w$ はゼロにならないので、 $\partial u_2' / \partial y|_w$ および $\partial u_2'' / \partial y|_w$ もゼロにならない。一方、非圧縮性壁乱流の場合には連続の式 $\partial u_j / \partial x_j = 0$ より $\partial u_2' / \partial y|_w = 0$ である。

壁面境界条件を考慮すると、変動強度 $(u_\alpha')_{rms}$ ($\alpha = 1, 2, 3$), k , ε , ρ'_{rms} , p'_{rms} , T'_{rms} , $-\langle u_1' u_2' \rangle$, および $-\langle u_2' T' \rangle$ の壁面漸近挙動は表 2 のようにまとめられる。表には y の乗数の値が示されている。表より、 $(u_2')_{rms}$, $-\langle u_1' u_2' \rangle$, および $-\langle u_2' T' \rangle$ の壁面漸近挙動は圧縮性壁乱流と非圧縮性壁乱流とで異なることが分かる。これは $\partial u_2' / \partial y|_w$ が非圧縮性壁乱流ではゼロで、圧縮性壁乱流ではゼロでないことによる。

4.2 乱れ統計量の壁面漸近挙動 本節で現れる図中の線種および記号は 3 節の図 2 で用いられたものと同じである。図 12 および図 14 においては Coleman ら⁽¹⁶⁾ による等温壁平行平板間の圧縮性乱流の計算結果 ($M = 3$) も示されている。

Table 2 Power index n ($\phi \propto y^n$) of near-wall asymptotic behavior

	Wall B.C.	$(u'_1)_{rms}$	$(u'_2)_{rms}$	$(u'_3)_{rms}$	k	ε	ρ'_{rms}	T'_{rms}	p'_{rms}	$-\langle u'_1 u'_2 \rangle$	$-\langle u'_2 T' \rangle$
Compressible	Isothermal	1	1	1	2	0	0	1	0	2	2
	Adiabatic							0			
Incompressible	Isothermal	2	2	1	2	0	-	1	0	3	3
	Adiabatic							0

Fig. 12 Near-wall behavior

(a) $(u'_2)_{rms}^+$; (b) $\sqrt{\langle \rho \rangle \{u''_2^2\}} / (\rho_w u_\tau^2)$ Coleman *et al.* ($\circ$; $M = 1.5$, $\triangle$; $M = 3$)

壁面方向速度の変動強度 $(u'_2)_{rms}^+$ および $\sqrt{\langle \rho \rangle \{u''_2^2\}} / (\rho_w u_\tau^2)$ の分布をそれぞれ図 12(a) および (b) に両軸対数で示す。 $(u'_2)_{rms}^+$ は $O(y^+)$ で壁面に漸近しており、表 2 に示された圧縮性壁乱流での壁面漸近挙動と一致している。また、 $\sqrt{\langle \rho \rangle \{u''_2^2\}} / (\rho_w u_\tau^2)$ の壁面漸近挙動は $(u'_2)_{rms}^+$ と一致している。これは、ファールブル平均とレイノルズ平均とでは壁面境界条件に差がないこと、および $\langle \rho \rangle / \rho_w \propto O(y^{+0})$ であること (図 11 参照) による。等温壁近傍と比べると断熱壁近傍では、また $M = 3$ の場合と比べると $M = 1.5$ の場合では、それぞれ $O(y^+)$ で壁面に漸近する領域が狭くなる。

So ら⁽⁹⁾は Morkovin の仮説に基づき、密度変化を考慮した定義 $\sqrt{\langle \rho \rangle \{u''_\alpha u''_\alpha\}} / (\rho_w u_\tau^2)$ を用いることで圧縮性壁乱流での乱流強度分布の壁面漸近挙動は非圧縮性壁乱流でのものと一致するとした。しかし、彼らの解析では両軸が対数表示されておらず、圧縮性壁乱流での壁面漸近挙動と非圧縮性壁乱流でのものと一致が明確に示されていない。また、彼らの解析に用いられている Rai ら⁽¹⁷⁾による断熱壁境界層に対する圧縮性乱流の DNS データ ($M_\infty = 2.25$) に関しては信頼性に問題があることも指摘されている⁽³⁾。So らの解析では圧縮性境界層乱流を対象としているため平行平板間の圧縮性乱流を対象とした本計算結果とは直接比較できないが、少なくとも本計算例 ($M = 1.5$) では、 $\sqrt{\langle \rho \rangle \{u''_2^2\}} / (\rho_w u_\tau^2)$ の壁面漸近挙動は $(u'_2)_{rms}^+$ のもの

Fig. 13 Near-wall behavior (a) ρ'_{rms} / ρ_w ; (b) T'_{rms} / T_w

と同じである。すなわち、本計算例では平均密度の変化を考慮しても圧縮性壁乱流での壁面方向速度の変動強度分布の壁面漸近挙動は非圧縮性壁乱流でのものとは一致せず、Morkovin の仮説は圧縮性壁乱流での壁面漸近挙動に対しては適用できない。

密度の変動強度 ρ'_{rms} / ρ_w および温度の変動強度 T'_{rms} / T_w の分布をそれぞれ図 13(a) および (b) に両軸対数で示す。 ρ'_{rms} / ρ_w は温度境界条件に関わらず $O(y^{+0})$ で壁面に漸近する。 T'_{rms} / T_w は等温壁近傍では $O(y^+)$ で、断熱壁近傍では $O(y^{+0})$ で壁面に漸近する。

レイノルズ応力 $-\langle \rho u'_1 u'_2 \rangle^+$ および乱流熱流束 $-\langle \rho u'_2 T' \rangle^+ [= -\langle \rho u'_2 T' \rangle / (\rho_w u_\tau T_\tau)]$ の分布をそれぞれ図 14(a) および (b) に両軸対数で示す。 $T_\tau [= q_w / (\rho_w c_p u_\tau)]$ は摩擦温度である。本計算例 ($M = 1.5$) ではレイノルズ応力分布および乱流熱流束分布の壁面漸近挙動に圧縮性壁乱流と非圧縮性壁乱流との明確な差が現れない。これは、本計算例では圧縮性の効果 (速度発散の効果) が小さかったためと考えられる。また、同じマッハ数 ($M = 1.5$) においても、 u_{2rms}^+ の壁面漸近挙動に関しては圧縮性壁乱流と非圧縮性壁乱流との差が明確に現れる (図 12(a) 参照)。これは、 u_{2rms}^+ が u'_2 の 2 乗で定義されるためであると考えられる。Coleman ら ($M = 3$) では $-\langle \rho u'_1 u'_2 \rangle^+$ および $-\langle \rho u'_2 T' \rangle^+$ は $O(y^{+2})$ で壁面に漸近しており、表 2 に示された圧縮性壁乱流での壁面漸近挙動と一致する。壁面漸近挙動のマッハ数依存性の詳細については今後

Fig. 14 Near-wall behavior

(a) $-\langle \rho u'_1 u'_2 \rangle^+$; (b) $-\langle \rho u'_2 T' \rangle^+$

検討する。また、ここでは紙面の都合上示していないが、変動強度 $(u'_1)_{rms}$, $(u'_3)_{rms}$, k , ε , および p'_{rms} の壁面漸近挙動に関しても表 2 に示されたものと一致することを DNS データにより確認している。

5. 結 言

本論文では、等温壁間および断熱壁と等温壁間の圧縮性壁乱流の DNS データ ($M = 1.5$, $Re = 3000$) を用いて、断熱壁および等温壁が乱れ統計量の分布に及ぼす効果について検討した。その結果、以下の結論を得た。

(1) 圧縮性壁乱流における乱れ統計量 $((u'_1)_{rms}$, $(u'_2)_{rms}$, $(u'_3)_{rms}$, k , ε) の分布は非圧縮性壁乱流での値と比較して、壁変数によりスケールされた場合には等温壁近傍では大きく、断熱壁近傍では小さくなる。一方、準局所的なスケールにより整理された場合にはこれらの分布は温度境界条件によらず非圧縮性壁乱流での値とよく一致し、Morkovin の仮説が成立する。

(2) 断熱壁近傍での T'_{rms}/T_w の極大値は等温壁近傍での極大値より小さく、 ρ'_{rms}/ρ_w の場合とは等温壁近傍と断熱壁近傍での極大値の大小関係が異なる。一方、 $T'_{rms}/\langle T \rangle$ は等温壁面上においてゼロであることを除くと $\rho'_{rms}/\langle \rho \rangle$ の分布とほぼ等しい。

(3) 準局所的なスケールが適用されたレイノルズ応力分布は温度境界条件に関わらず非圧縮性壁乱流での値とよく一致する。一方、乱流熱流束分布に関してはそのような一致は見られない。また、圧縮性壁乱流でのレイノルズ応力に対するファール平均とレイノルズ平均との差は無視できる程度に小さい。

(4) 壁面方向速度の変動強度分布は圧縮性壁乱流では $O(y^+)$ で、非圧縮性壁乱流では $O(y^{+2})$ で壁面に漸近する。また、平均密度の変化を考慮しても圧縮性壁

乱流での壁面方向速度の変動強度分布の壁面漸近挙動は非圧縮性壁乱流でのものとは一致せず、Morkovin の仮説は圧縮性壁乱流での壁面漸近挙動に対しては適用できない。

(5) 密度の変動強度 ρ'_{rms}/ρ_w は温度境界条件に関わらず $O(y^{+0})$ で壁面に漸近する。温度の変動強度 T'_{rms}/T_w は等温壁近傍では $O(y^+)$ で、断熱壁近傍では $O(y^{+0})$ で壁面に漸近する。

謝 辞

本研究に関し日本原子力研究所計算科学技術ソフトウェア研究開発 (平成 11, 12 年度) の補助を受けている。また、英国サザンプトン大学の Coleman 博士には参照データをご提供頂いた。ここに記して感謝の意を表す。

文 献

- (1) Coleman, G.N., Kim, J. and Moser, R.D., *J. Fluid Mech.*, **305**(1995) 159-183.
- (2) Huang, P.G., Coleman, G.N. and Bradshaw, P., *J. Fluid Mech.*, **305**(1995) 185-218.
- (3) Guarini, S.E., Moser, R.D., Shariff, K. and Wray, A., *J. Fluid Mech.*, **414**(2000) 1-33.
- (4) 森西洋平, 玉野真司, 中林功一, 機論 **67**-661, B (2001) 2251-2258.
- (5) 森西洋平, 玉野真司, 中林功一, 断熱および等温壁平行平板間の圧縮性乱流の数値解析 (第 1 報, 平均速度および平均温度分布), 機論 **68**-666, B (2002).
- (6) Kasagi, N., Tomita, Y., and Kuroda, A., *ASME J. Heat Transfer*, **114**(11)(1992) 598-606.
- (7) Youssef M., Nagano Y., and Tagawa M., *Int. J. Heat Mass Transfer*, **35**(11)(1992) 3095-3104.
- (8) Kawamura, H., Ohsaka, K., Abe, H., and Yamanoto, K., *Int. J. Heat and Fluid Flow*, **19**(1998) 482-491.
- (9) So, R.M.C., Gatski, T.B., and Sommer, T.P., *AIAA J.*, **36**(9)(1998) 1583-1592.
- (10) Morkovin, M.V., *In Mécanique de la Turbulence (ed. A. Favre) CNRS*, (1962) 367-380.
- (11) Bradshaw, P., *Ann. Rev. Fluid Mech.*, **9**(1977), 33-54.
- (12) Smits, A.J. and Dussauge, J.P., *Turbulent Shear Layers in Supersonic Flow*, (American Institute of Physics) (1996).
- (13) Moser, R.D., Kim, J., and Mansour, N.N., *Phys. Fluids*, **11**(4)(1999) 943-945.
- (14) Antonia, R.A., Teitel, M., Kim, J., and Browne, L.W., *J. Fluid Mech.*, **236**(1992) 579-605.
- (15) 森西洋平, 玉野真司, 中林功一, 断熱および等温壁平行平板間の圧縮性乱流の数値解析 (第 3 報, エネルギー輸送), 機論, B (2001), 投稿中 (No. 01-1193).
- (16) Coleman, G.N., Buell, J.C., Kim, J. and Moser, R.D., 9th Turbulent Shear Flows Conference, Kyoto, Japan, Paper 22-2, Aug. (1993).
- (17) Rai, M.M., Gatski, T.B., and Erlebacher, G., *AIAA Paper 95-0583*(1995).