開口部がラッパ形の円管内入口付近における振動流れ*

角 田 勝^{*1}, 檜 原 秀 樹^{*1}Oscillatory Entrance Flow in a Circular Pipe
with a Bell Mouth Opening Connected to a Large VesselMasaru SUMIDA^{*2} and Hideki HIBARA^{*2} Graduate School of Engineering, Hiroshima University,
1-4-1 Kagamiyama, Higashi-Hiroshima-shi, Hiroshima, 739-8527 Japan

Numerical investigations have been made of the oscillatory entrance flow in a straight pipe connected perpendicularly to the wall of a large reservoir. The pipe opening forms a bell mouth, the roundish corner radius of which is the same as the pipe. Calculations are carried out under the conditions of the Womersley numbers of $\alpha=2\sim20$ and the Reynolds numbers of $Re=100\sim500$. The velocity profiles, the streamlines and the distributions of the wall shear stress are illustrated. The influences of the Womersley number and of the configuration of the pipe opening on the entrance flow phenomena are made clear, as occasion calls, by referring to results for a pipe with a sharp edged opening. The flow near the inlet in the outflow as well as the inflow terms exhibits a complicated behavior depending on the Womersley number. The separation at the bell mouth in the outflow term comes to be suppressed with an increase of α . In place of that, for moderate and high α the vortex flow is formed just in front of the bell mouth at the phase that changes from the outflow to the inflow terms. In consequence of the developing of the axial velocity along the pipe axis, the one-directional or bi-directional steady steaming is induced in the entrance region. The inlet length determined from the amplitude of the axial velocity is appreciably shorter than that for a steady flow and it changes proportionately with Re/α^2 , except for sufficiently high α .

Key Words: Oscillatory Flow, Straight Pipe, Velocity Distribution, Inlet Region, Bell Mouth, Numerical Analysis, Inlet Length, Separation

1. 緒 言

管路系の設計においては、まずは大きな容器(リザーバ)あるいは解放空間に接続する直円管路から取扱う場合が多い。このような管路内の流れは、助走区間問題として古くから研究が行われているが、それらのほとんどは定常流を対象としたものである。ところが、弁の開閉時あるいは油圧機器の駆動時に見られるような流れ状態は非定常となっており、これら管路内の動的挙動を解明するためには非定常流の場合についても調べておくことが重要である⁽¹⁾。また、非定常入口流れの問題は、血液循環器系⁽²⁾ および呼吸器系⁽³⁾ のバイオメカニクスの分野からも関心が高まっており、その研究の必要性が唱えられている。

一般に管内非定常流には、流量が振動する流れ、脈動する流れ、ステップ状に変化する過渡流れ、がある。他方、リザーバの壁面と管路の接続部の入口形状には、かどが鋭い場合とラッパ形の場合があり、かどの丸みは入口流れに大きな影響を及ぼす⁽⁴⁾。ましてや流入条

件が振動流れの場合、流体は管路とリザーバ内の間を往復運動し、入口断面近傍の流れはかど部の形状により強く依存してくるものと考えられる。ちなみに、本研究に関係する振動流れを扱ったこれまでの研究には、近江ら⁽⁵⁾⁽⁶⁾、Goldberg ら⁽⁷⁾⁽⁸⁾ および著者ら⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾ の研究がある。前者2例⁽⁵⁾⁽⁶⁾ は流体粒子の管軸方向移動距離から入口長さを推算評価したもので、併せて行われた実験⁽⁶⁾ では入口にベルマウスが用いられているが、その形状の詳細は不明である。また、Goldberg ら⁽⁷⁾⁽⁸⁾ の研究は入口断面で一様な速度分布をもって往復運動すると仮定した流れの近似解析で、開口部の形状については解析手法の性格上扱われていない。このように、従来の研究^{(5)~(8)} ではいずれも管路内部の流れについてのみを対象としており、開口部の形状とリザーバ内の流れとのかかわりについてはまったく触れられていない。

このような研究状況から、著者ら⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾ は入口かど部が鋭い直円管路内の振動流れについて数値解析⁽⁹⁾ ついで可視化実験⁽¹⁰⁾ を行い、速度分布や開口端付近に作られる流れ模様の時間的変化を求めて流れに及ぼす振動数の影響を調べてきた。本研究は、これらの両結果⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾ を踏まえて、さらにかど部が丸みをもつラッパ形⁽¹¹⁾ 直円管路内の振動流れについて数値解析を行い、

* 原稿受付 2001年7月11日。

^{*1} 正員、広島大学大学院工学研究科(〒739-8527 広島市鏡山1-4-1)。

E-mail: sumida@mec.hiroshima-u.ac.jp

かど部の丸みが入口振動流れの流動特性にどのように影響を及ぼしているかを調べたものである。

2. 数値解析

図1のような無次元円柱座標系を用い、非圧縮性粘性流体の無次元渦度 Ω および流れ関数 Ψ に関する式を流れの軸対称性を考慮して導くと、次のように表される⁽⁹⁾。

$$\begin{aligned} a^2 \frac{\partial \Omega}{\partial t} + \frac{Re}{2r} \left(\frac{\partial \Psi}{\partial r} \frac{\partial \Omega}{\partial z} - \frac{\partial \Psi}{\partial z} \frac{\partial \Omega}{\partial r} + \frac{\Omega}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial z} \right) \\ = \frac{\partial^2 \Omega}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Omega}{\partial r} - \frac{\Omega}{r^2} \dots \dots \dots (1) \end{aligned}$$

$$\Omega = -\frac{1}{r} \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r} \right) \dots \dots \dots (2)$$

ここで、上式の無次元化には代表長さに管半径 a 、速度に管路内の断面平均流速の振幅値 $W_{m,o}$ 、その他代表量として流体の密度 ρ 、角振動数 ω が用いられている。 $t(=\omega t')$ は無次元時間で、添字 $m, o, '$ はそれぞれ断面平均値、振幅値および有次元量を表す。なお、上式中の a と Re は流れを支配する無次元パラメータで、ウォマスリイ数 $\alpha = a\sqrt{\omega/\nu}$ (ν : 動粘度)、レイノルズ数 $Re = 2aW_{m,o}/\nu$ と定義される。

数値計算は図1に示す上半部について文献(9)と同様に行い、その計算領域はリザーバ内については無次元半径 $\beta = 10$ (境界 i)、上流部(vi)と下流部(v)については Re/a^2 の値のそれぞれ 10~25 倍と 5 倍がとられている。また、管路内に正弦状の流量変動が加えられるように、境界(i)ならびにリザーバと直円管路の両壁面上(ii~iii)で $\Psi = 0$ と定め、管中心軸上(iv)で次式を与えた。

$$\Psi = -0.5 \sin t \dots \dots \dots (3)$$

計算は、求める変数 Ψ と Ω の一周期前の値と現在値について、 $r > 2$ の領域でその差の絶対値が 10^{-4} 、 $r \leq 2$ の領域で相対残差が 2×10^{-3} 以下に同時になったとき、収束したものとして打ち切った。計算には京都大学大型計算機(VPP システム)を使用した。

Fig. 1 Configuration of pipe, coordinate system and numerical region

3. 解析結果および考察

入口付近の流れは、 α 数と Re 数のほかに入口かど部の形状を表す丸みの無次元半径 r_e (図1)に支配されている。この丸みの大きさには種々 ($r_e = 0.3 \sim 1.2$) ⁽⁴⁾ あるが、本研究ではその代表例として管半径と同じ丸み半径をもつ $r_e = 1$ のラッパ形管路を取り上げる。また、計算は入口のかどが鋭い場合 ($r_e = 0$) ⁽⁹⁾ との比較も考慮して、 $\alpha = 2 \sim 20$ 、 $Re = 100 \sim 500$ の範囲において実行した(後出の図12参照)。

ラッパ形入口振動流れを検討するのに先立って、まずは定常流の場合について流れに及ぼす入口形状の影響を調べておく。定常入口流れの問題については、これまでかどの鋭い $\beta \leq 4$ なる急縮小管内の流れに関する数値計算⁽¹⁾⁽¹²⁾⁽¹³⁾はあるが、ラッパ形入口をもつ管内の $Re = 100 \sim 500$ の速度分布に関する研究については著者らの知る限り見あたらない。図2に $Re = 300$ における速度の軸方向成分 $w(=w'/W_m)$ ならびに半径方向成分 $u(=u'/W_m)$ の分布を示す。図2(a)、(b)中の上半部には $r_e = 1$ 、下半部には比較のため $r_e = 0$ の結果⁽⁹⁾を示した。また管軸に沿う長さ z の位置は、入口断面($z=0$)からやや離れた区間($z < -1$, $z > 2$)では図面作成上適宜縮小してある(後出する図4、5および図10についても同様)。リザーバ内の流体は、入口断面に近づくにつれて中心軸に向かう速度成分($-u$)が $r = 1.4$ 付近で大きくなり、管内へ流入後はラッパ形の丸み壁に沿って半径負方向から軸方向へと向きを変えてラッパ部を流れる。この間 r 軸上の w が最大となる位置は管中心から管壁寄りの $r = 0.7$ 付近に移動し($z = 0 \sim 1$)、ラッパ部の終端($z = 1$)では w の分布は中央部でややくぼんだ形状に変わる。一方、この区間($z = 0 \sim 1$)での半径負方向速度($-u$)は、最大値が約 0.4 で分布の形状とも z 軸に沿ってあまり変化しない。他方、かど部の鋭い管路では、入口コーナ周りに断面平均流速 w_m の 7 割をも超す管中心軸に向かう速度成分が生じて流れは収縮し、管中心軸上の速度 w_c は $z = 0$ の入口断面ではほぼ w_m の値まで急増する。なお、速度の半径負方向成分はかどの鋭い管路の場合入口から管半径下流の位置($z = 1$)では w_m の 2.4% までに激減するが、ラッパ形管路ではこの程度の大きさまで減少するためにはラッパ部の終端からさらに管半径ほど下流の位置($z = 2$)となる。また、かどの鋭い管路では入口コーナの半径負方向速度成分($-u$)は Re 数に比例して大きくなり、 w_m の値を超す $-u$ の存在($Re \geq 500$)は流れのはく離現象につながっているが⁽⁹⁾、ラッパ形管路では w や u の分布形

Fig. 2 Development of steady flow for $Re=300$ Upper and lower cross-sections are shown for $r_e=1$ and $r_e=0^{(9)}$, respectively

の Re 数に対する依存性はあまり大きくない。

3・1 速度分布および壁面せん断応力の管軸に沿う変化 以下では、図3に示すように式(3)の流れ関数に対応して、管内の流れが z 方向に流れる位相角 $\Theta (=t) = 0 \sim 180^\circ$ の期間を流入期、他方リザーバ方向に流れる期間 ($\Theta = 180 \sim 360^\circ$) を流出期と呼び、さらにはリザーバ側を上流方向として便宜上説明する。

先の研究結果⁽¹⁰⁾によれば、かどの鋭い管路 ($r_e=0$) では開口端から流出する流れによってリザーバ内にははく離渦や渦輪が発生し、その流れの様相は渦輪が上流へ自己並進するパターンA(高 Re 数低 α 数)、一方はく離渦はリザーバ壁面から離脱することなく管内へ吸い込まれるパターンC(低 Re 数高 α 数)、およびこれらの中間条件(中 Re 数中 α 数)で間隔の狭い渦輪列が形成されるパターンBの三つに大別される。そして、開口端近傍の管内では、前方のはく離渦と連動して複雑な速度分布をもつ流れとなる。そこで、ラッパ形管路の解析結果を図示するに当たっては、鋭い管路においてこれら三つのパターンを示している流れ条件 ($Re=300$, $\alpha=5.5, 10, 15$) と同じ大きさのパラメータ値をもつ流れを取り上げて、 $r_e=0$ の結果⁽⁹⁾ と対比しつつラッパ形管路内の流れ特性を考察することにする。

図4, 5に管軸に沿う位置 z における軸方向速度 $w (=w'/W_{m,0})$ と半径方向速度 $u (=u'/W_{m,0})$ の分布を示す。図示は管内の流量が z の正および負の方向にそれぞれ最大となる $\Theta=90^\circ$ と 270° について行い、図4の w の分布は上半部が $\Theta=90^\circ$ 、下半部が $\Theta=270^\circ$ を表している。また、図6~8には代表的な位相

Fig. 3 Descriptive diagram of oscillatory flow in pipe

角 Θ における流線を示した。

3・1・1 低 α 数の流れ [$\alpha=5.5$: 図4~5の各(a), 図6] 流れは流出期鋭い管路 ($r_e=0$) の場合とはやや異なる挙動を示すが、流入流量が多い期間は定常入口流(図2)と類似する。すなわち、流出期位相が進むにつれて、ほぼ発達した管内流れがラッパ部を経てリザーバ内へ流出される。その際ラッパ形部分では流路断面の広がりにつれて中央部の流出速度 ($-w$) はやや減少し ($z \approx 0.8 \sim 0$)、圧力は入口断面の管壁寄りではなく増加する(図略)。そのため、入口断面近傍の丸み壁寄りでゆっくり流れていた流体は主流とは逆の管内方向への加速作用を受ける。さらに、流出する流体の外縁部には周囲流体を取り込む作用があるので、かど部の壁面寄り ($r \approx 1$) の流体は半径負方向に引きずり込まれる。このようにしてラッパ部の半ほど ($z \approx 0.5$) で流れははく離し ($\Theta \approx 260^\circ$)、丸み部分の直前にははく離渦が形成される [図6(a)]。このはく離渦は、 $r=1$ 付近の自由せん断層の速度こう配が $r_e=0$ の管路の場合 [図6(b)] に比べて和らいでいるためにそ

Fig. 4 Axial velocity profiles with different z for $Re=300$. Upper and lower cross-sections are shown for $\Theta=90^\circ$ and $\Theta=270^\circ$, respectively

(a) $\alpha=5.5$

(b) $\alpha=10$

(c) $\alpha=15$

Fig. 5 Radial velocity profiles with different z for $Re=300$. Solid and broken lines show profiles at $\Theta=90^\circ$ and $\Theta=270^\circ$, respectively

の強さは弱く、またリザーバ壁を離脱する時刻も遅れるとともに渦輪となって入口断面から z 負方向に遠ざかる速度も小さくなる。

管内の流れが正方向に変わり始めると($\Theta=0^\circ$)、リザーバ内では z 負方向に進む渦輪に誘導されて中心部の流体は同方向に流れるものの、渦輪外縁部後方の流体は入口断面に向けて順流となり、管内へは $r \geq 0.77$ のリザーバ壁側の流体から流入する。以後、位相が進むにつれて入口断面前方のリザーバ内中央部の流体も流れ方向を管内へ転じ($z \geq -1.6$)、 w ならびに u

(a) $r_e=1$ (b) $r_e=0^{(9)}$ Fig. 6 Streamlines at $\theta=270^\circ$ for $\alpha=5.5$ and $Re=300$

の分布は流量が大きくなるにつれて w_m と同じ流量を有する定常流(図2)に類似してくる($\theta=90^\circ$).

3・1・2 中 α 数の流れ [$\alpha=10$: 図4~5の各(b), 図7] α 数が10の場合, 入口断面を通る流体粒子の無次元移動距離は軸方向ならびに半径方向とも管直径の長さと同程度となり, 後述するように流体は中心部で z の正負方向に往復運動する流れと丸みかど部の周りを大きく循環する流れに二分されてくる。これに伴ってラッパ形区間における速度変動は $r=1$ 付近で激しくなり, 断面内の位相差も大きくなる。すなわち, 流出期ラッパ形区間では入口断面に近くなるほど管内奥($z>1$)の断面平均流速 w_m の4割にも相当する大きさの半径方向速度が生じ, $z\geq 1$ の管内で形成された振動境界層外端の速度の大きい流体はラッパ形のかど部を回り込んでリザーバ内へ流出する。そのとき($\theta=270^\circ$)流出する速度($-w$)が最大値を示す半径位置は, $r=0.70(z\geq 1)$ から $0.91(z=0)$ に移動する。そのため, 流出流量が最大時($\theta=270^\circ$)であってもかど部にははく離が発生せず[図7(b)], 入口断面前方のリザーバ内では流速が大きく減少する。他方, 入口断面($z=0$)の $r=0.9$ 付近から吐出された流速の大きい流体粒子は, 時間の経過につれて高トロコイド状の転がり運動をしながら入口断面から遠ざかる。なお, $r_e=0$ の管路の場合, この流れの条件下ではリザーバ内に弱い渦輪がほぼ一周期近く形成されるパターンBを示す⁽¹⁰⁾。さて, 位相がわずかに進み流出後期にかか

(a) $\theta=0^\circ$ (b) $\theta=270^\circ$ Fig. 7 Streamlines for $\alpha=10$ and $Re=300$ Fig. 8 Streamlines at $\theta=0^\circ$ for $\alpha=15$ and $Re=300$

ると管内へ向けての圧力降下が最も大きくなり, 流出流量の多い期間かど部を回り込んでリザーバ壁側へ流れていた流体は管内へ引き込まれ丸み壁に沿って向きを正転する。したがって, 管内の流量が正方向に変わるころ($\theta=0^\circ$)かど部前方には図7(a)に示すように上半部については右回りの渦流れが形成される。そして, この渦流れのうち管内へ向けて順流となる丸み壁面寄りの流体は位相が進むにつれてさらに加速され, 他方かど部の渦流れが管内に向けては逆流となる中央部の流体は流れの正転が遅れる。そのため, $\theta=90^\circ$ における w ならびに $-u$ の分布形は丸み壁寄りで突出し, その流速は定常入口流れや低 α 数の流れよりも約2割大きい値を示す($z=0\sim 0.8$)。以降ラッパ部を過ぎ z が大きくなるにつれて断面中央部で速度が増大し, w の分布は急速に発達した形状⁽¹⁴⁾に近づく(z

≥1)。なお、 $z=1$ の断面における半径負方向速度成分($-u$)はこの α 数において最も大きい⁹⁾、 u はこの断面からわずかに流下した $z=1.6$ 付近で正方向に変わる[図5(b)]。

3・1・3 高 α 数の流れ [$\alpha=15$: 図4~5の各(c), 図8] さらに α 数を増すと流体粒子の軸方向移動距離は管半径と同程度となり、かど部の流体粒子はこの領域を離れることなく、よりラッパ形の壁面近くを循環する。他方、 $z \geq 1$ の管内では高 α 数特有の薄い振動境界層が形成される。したがって、ラッパ形区間において流出時での z 負方向速度が大きい値をとる半径位置は、中 α 数の場合よりもさらに1割ほど管壁側に移動する($\theta=270^\circ$)。そして、入口断面の前方では中央部での流速が激減し、よどみ領域が広がる。一方、かど部には中 α 数と同様に流量の向きが正転する位相時($\theta=0^\circ$)弱い渦流れが形成されるがすぐ消滅し(図8)、管内への流入は入口断面直前の中央部のよどみ流体からも始まる。そのため、流入流量最大時($\theta=90^\circ$)での w の分布は、ラッパ形の半ほどまでの区間($z=0 \sim 0.4$)では中央部で膨らむが、後半の区間では管壁寄りで大きいアンニュウ形の形状に移行する。なお、かどの鋭い管路ではこの流動条件下では流れパターンCを示し、流出後期に発生したはく離渦が流入期には渦ごと管内に吸い込まれて管壁近傍の流体は z 方向に急加速され、入口直後の w はラッパ形の管路とは逆に管壁近傍で際だって突出した分布形となる⁹⁾。

3・1・4 壁面せん断応力の分布 壁面せん断応力 τ_w の分布を、一例として $\alpha=10$ の場合について図9に示す。図9の縦軸は、 Re 数と同じレイノルズ数を有する発達した定常流の値 $\tau_{w,s}$ との比をとって示している。また横軸はラッパ部を含む直円管内壁については z 、リザーバ壁については r をとって示してい

Fig. 9 Distributions of wall shear stress with different θ for $\alpha=10$ and $Re=300$

る。発達した振動流れでは壁面近傍の流速は流量変動に対して $\pi/4$ 近くの位相進みでもって時間的に変化し、 τ_w は $\tau_{w,s}$ の約2.8倍の振幅値で変動する¹⁴⁾。したがって、流入期終了前($\theta \approx 160 \sim 170^\circ$)、 $z \geq 1$ では τ_w は $\tau_{w,s}$ と同程度の負の値をとるが、ラッパ形の区間では断面内での速度差が小さい流れ状態が変わるので、 τ_w の絶対値は入口断面へ向けて漸次減少する。位相が進み流出する流量が増してくると、管内奥のほぼ発達した振動境界層外端の管軸負方向速度の大きい流体が、 $z=1$ 付近では流出期に正方向に転じた半径方向速度によってさらに管壁側に寄せられるために壁面速度こう配が大きくなり、 z 軸に沿う $|\tau_w|$ の大きさはこの $z=1$ 付近で極大となる($\theta \approx 230 \sim 300^\circ$)。一方、かど部の直前には管内の流れ方向が正転するころ($\theta \approx 0^\circ$)既述のように渦流れが形成されるために、この期間($\theta \approx 0 \sim 20^\circ$)入口直後の丸み壁面上の τ_w は大きくなり、位相が進んでいる $z \geq 1$ の管内の値とほぼ同じ大きさを示す($z \approx 0.1 \sim 0.2$)。さらに流入流量が増してくると、 τ_w は w の分布が丸み壁面寄りでもっと突出する形状に変わるラッパ形の半ほど($z \approx 0.4 \sim 0.7$)で最大値をとるようになり、半径負方向速度が比較的大きく w が断面中央部で増速する $z=1 \sim 1.6$ の区間で発達した振動流の値¹⁴⁾よりもやや小さな値を示す($\theta=90^\circ$)。

3・2 速度の時間平均値と振幅値の分布 以上見てきたように、流出期半径正方向速度によってはく離渦の発生が抑制され、また流体粒子の移動距離が短くなる中・高 α 数では、流入開始期($\theta \approx 0^\circ$)かど部に渦流れが形成されて、入口付近の流れはかどの鋭い管内流れとは異なる流動様式を呈している。そして、入口付近における w の分布は流入期と流出期で異なり、またその z 軸に沿う変化は、流入期に加えて流出期でも大きい。しかし、流れはラッパ部の下流では z が大きくなるにつれて単純な軸方向のみの基本波振動流れに移行する。そこで、本節ではそのような様子を見るために、 w の振幅値である w_0 を取り上げて往復運動する流れの z 方向推移を調べることにする。

この結果を低・高 α 数($\alpha=5.5, 15$)について図10に示す。図10(a), (b)中の上半部が w_0 の分布で、下半部は w_0 と併せて求めた後述する w の時間平均値 w_t の分布を表している。入口断面直前の中央部での w_0 は、低 α 数の場合管内断面平均流速の振幅値($w_{m,0}=1$)に比較的近い値を示すが、高 α 数ではほぼその半分の値となる($z=-0.5 \sim 0$)。ラッパ形の区間($z=0 \sim 1$)では管路断面積の変化につれて、 w_0 は低 α 数では中央部で膨らんだ台形状の分布に、高 α 数では

Fig. 10 Distributions of amplitude and time-averaged values of axial velocity for $Re=300$. Upper and lower cross-sections are shown for w_0 and w_t , respectively

丸み壁寄りで大きい分布形に変わっていく。なお、かどの鋭い管路⁽⁹⁾では高 α 数の場合 w_0 は入口直後の管壁寄り ($z=0.2, r=0.80$) で大きい値 (1.37) をとる突出した分布形を示すが (図略), ラップ形管路では w_0 の r 軸上での極大値は z が大きくなるにつれて漸増し発達した振動流れの値⁽¹⁴⁾ (1.18) に近づく。

ところで, w_0 の分布形が上述のように管軸方向に変化するためには, 管路内には定常的な流れ (Steady streaming) の存在が必要である。この定常的な流れは本来流体粒子の平均速度と結びついているが, ここでは w の時間平均をとった w_t でもって簡易的に表すことにする [図 10(a), (b) の下半部]。低 α 数 ($\alpha=5.5$) では, 定常的な流れは丸み壁に沿って管内へ流入し管中心軸に沿って管外へ流出する, 下半部については左回りの流動を行う。一方, 高 α 数 ($\alpha=15$) の場

Fig. 11 Distortion of axial velocity profile from fully developed one

Fig. 12 Inlet length.

Filled symbols show results for steady flow

合, 丸み壁に沿って左回りに流動する範囲は管壁側に寄って狭まり, 代わってラップ形区間の断面中央部 ($r \leq 0.5$) には管中心軸に沿って z 方向に進み入口断面の $r=0.8$ 付近からリザーバへ流出する, 右回りに循環する弱い流れが生じる。この流れは, 入口断面 ($z=0$) に近いほど流入期 w の z 方向への加速が大きいこと, および半径方向速度が流入期の負の値よりも流出期の正の値が大きいことによっている。これらの定常的な流れを管内中心軸上 ($z \geq 0$) について見ると, α 数が増すにつれて速度の大きさは約 0.3 から 0.02 ($\alpha=5.5 \sim 15$) に減少し, 流動する z 方向の範囲も狭くなる。

なお, かどの鋭い管路の場合⁽⁹⁾, 入口断面での強い縮流のために入口直後の管壁近傍に右回りの定常的な流れが生じるが, 管軸上での $|w_t|$ は 0.05~0.2 で α 数による差はあまり大きくない (図略)。

3.3 入口長さ 前述の速度の振幅値 w_0 を用いて, 入口長さ $L (=L'/\alpha)$ を評価する⁽⁹⁾。すなわち, w_0 の分布が発達した流れの厳密解⁽¹⁴⁾ と 99% 一致した位

置を入口区間の終端とみなす。図 11 および図 12 に、次式で示される発達した分布形⁽¹⁴⁾との差 κ 、ならびに $\kappa < 0.01$ となる入口区間の長さ L の結果をそれぞれ示す。

$$\kappa = \frac{1}{r_w} \int_0^{r_w} \frac{r_w^2 w_0(r/r_w, z) - w_0(r, \infty)}{w_0(r, \infty)} dr \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 r_w は管軸から管壁までの無次元半径方向距離である。図 11 中、二点鎖線は Re 数と同じ流量を有する定常流の結果で、ポアズイユ分布形との差を表し、また z は入口区間の終端を示している。振動流れの場合、流入時での w の分布がラッパ部の半ほど [$z \approx 0.36 \sim 0.5 (\alpha = 15 \sim 5.5)$] で発達した管内流れの形状と見掛け上類似し、 κ は入口 ($z=0$) での 70~90% からこの区間で 5% 前後までに激減する (図 11)。以降ラッパ部後半の区間では速度振幅値が管壁近傍で相対的にやや大きくなるため、 κ は約 10% まで大きくなるが、ラッパ部を過ぎた下流の $r_w=1$ の管内では徐々に減少し零の値に漸近する。

入口長さ L (図 12) について見ると、ラッパの形状上発達した流れは $z > 1$ の位置で達成されるが、 L は同じ Re 数を有する定常流の入口長さ L_s (黒塗りの記号) よりもかなり短く、 $re=0$ の管路の場合 (図 12 中の破線⁽⁹⁾) と同様大略流体粒子の移動距離 Re/α^2 に比例して変化する。しかも、 $re=0$ の管路の場合入口断面の縮流効果によって L には Re 数が同じ場合 Re/α^2 に対して相対的に短くなるような α 数があつたが、ラッパ形管路の場合そのような α 数への依存性はない。ただし、 α 数が大きくなり流体粒子の移動距離が管半径よりも短くなっても、半径方向速度がほぼ消失する、ラッパ形管路の場合 $z=1.4$ 付近 (図 11 参照)、かどの鋭い管路⁽⁹⁾ の場合 0.7 付近までは発達した流れ状態には達しない ($Re=100 \sim 300$)。

4. 結 言

大きなりザーバの壁面に垂直に取付けられた入口がラッパ形の円管内で流量が正弦状に変動する流れについて数値解析的研究を行い、入口かどが鋭い場合と比較しつつ流れ特性を調べて次のような結論を得た。

(1) 入口付近の流れは、流入期および流出期ともラッパ形の区間で大きく変化する。すなわち、流出期には α 数が増すにつれて半径方向速度が大きくなってはく離の発生が抑制され、中・高 α 数では流れの正転期 ($\theta \approx 0^\circ$) かど部に渦流れが形成される。流入期に

は流量が大きくなるにつれて低 α 数では定常流と類似するが、 w の分布は中 α 数では丸み壁寄りで突出し高 α 数では中央部で膨らんだ形状を示す。

(2) 速度の半径方向成分は一般に流出期には正方向、流入期には負方向となり、その大きさは中 α 数で最も大きい。ラッパ部からさらに管半径程度流下した z の位置でほぼ消失する。

(3) 壁面せん断応力は流出期にはラッパ部の終端付近 ($z \approx 1$) で負の極大値を、流入期にはラッパ部の半ほどの区間で最大値をとる。

(4) 軸方向速度の振幅値 w_0 はラッパ形区間においては低 α 数では断面の中央部で、高 α 数では丸み壁寄りで大きい。そして、これらの管軸方向への変化に伴い、管中心軸に沿って低 α 数ではリザーバ方向へ、高 α 数では管内方向へ流動する定常的な流れが形成される。

(5) 入口長さは、かどが鋭い管路の場合と同様定常流のものよりも短くほぼ Ra/α^2 に比例して変化するが、ラッパ部の終端に近い約 1.4 よりは短くはない。

終わりに、本研究を行うにあたってご指導いただいた広島大学名誉教授 須藤浩三先生、ならびに図面作成に助力をいただいた大学院生 一色操さんに感謝の意を表す。

文 献

- (1) 横田真一・中野和夫・山口高司, 油圧と空気圧, 13-2 (1982), 126-132.
- (2) He, X. and Ku, D. N., *Trans. ASME, J. Biomech. Eng.*, 116 (1994), 355-360.
- (3) 弓野崇・岩澤敦・加藤康晴・谷田好通, 可視化情報, 17-65 (1997), 120-127.
- (4) 日本機械学会編, 技術資料「管路とダクトの流体抵抗」, (1980), 53, 日本機械学会.
- (5) 近江宗一・井口学・赤尾不二雄, 油圧と空気圧, 14-4 (1983), 280-284.
- (6) 近江宗一・井口学・浦畑育生, 機論, 52-479, B (1986), 2518-2525.
- (7) Goldberg, I. S. and Folk, R. T., *SIAM J. Appl. Math.*, 48-4 (1988), 770-791.
- (8) Goldberg, I. S., Zhang, Z. and Tran, M., *Phys. Fluids*, 11-10 (1999), 2957-2962.
- (9) 角田勝・須藤浩三, 機論, 67-659, B (2001), 1712-1719.
- (10) 角田勝・須藤浩三, 機論, 67-661, B (2001), 2188-2196.
- (11) 日本機械学会編, 機械工学便覧 (A 5 編), (1986), 77, 丸善.
- (12) Christiansen, E. B., Kelsey, S. J. and Carter, T. R., *AIChE J.*, 18-2 (1972), 372-380.
- (13) Vrentas, J. S. and Duda, J. L., *Appl. Sci. Res.*, 28 (1973), 241-260.
- (14) Uchida, S., *Z. Angew. Math. Phys.*, 7 (1956), 403-422.