回転チャネル乱流を解析するための乱流モデル*

服部博文^{*1}, 長野靖尚^{*1}

An Improved Turbulence Model for Rotating Shear Flows

Hirofumi HATTORI^{*2} and Yasutaka NAGANO^{*2} Department of Mechanical Engineering, Nagoya Institute of Technology,
Gokiso-cho, Showa-ku, Nagoya-shi, Aichi, 466-8555 Japan

In the present study, we construct a turbulence model based on a low-Reynolds-number non-linear k - ϵ model for turbulent flows in a rotating channel. Two-equation models, in particular the non-linear k - ϵ model, are very effective for solving various flow problems encountered in engineering applications. In channel flows with rotation, however, the explicit effects of rotation only appear in the Reynolds stress components. The exact equations for k and ϵ do not have any explicit terms concerned with the rotating effects. Moreover, a Coriolis force vanishes in the momentum equation for a fully developed channel flow with spanwise rotation. Consequently, in order to predict rotating channel flows, after proper revision the Reynolds stress equation model (RSM) or the non-linear eddy viscosity model (NLEVM) should be used. In this study, we improve the non-linear k - ϵ model so as to predict rotating channel flows. In the modelling, the wall-limiting behaviour of turbulence is also considered. First, we evaluated the non-linear k - ϵ model using the direct numerical simulation (DNS) database for a fully developed rotating turbulent channel flow. Next, we assessed the non-linear k - ϵ model at various rotation numbers. Finally, based on these assessments, we reconstruct the non-linear k - ϵ model to calculate rotating shear flows.

Key Words: Forced Convection, Turbulent Flow, Non-linear k - ϵ Model, Rotating Turbulence

1. 緒 言

近年のエネルギー需要と供給問題から提唱されている高度分散エネルギーシステムで用いられるマイクロガスタービンの設計・開発において、その断熱効率を正確に把握するためには流動と伝熱の詳細な解析は不可欠である。最近のコンピュータの性能向上に伴い、数値シミュレーションによる流動と伝熱の解析は広く行われるようになってきた。しかし、目標とするマイクロガスタービンは、非常に高温、高回転で運転されるため、逆遷移現象が翼列内で起こり、また翼周りなどでは、曲り、はく離、再付着など様々な現象が同時に影響するため、正確なシミュレーションは非常に困難である。それらの現象を正確に予測できるかどうかは、シミュレーションに用いられる乱流モデルの性能によるところが非常に大きい。

マイクロガスタービン内流れの現象解明における基礎的な場は回転を伴うチャネル乱流であるが、スパン方向に回転軸を持つ場合、運動方程式に回転の項が陽的に現れないため、標準 k - ϵ モデルのような線形渦

粘性近似を使用した2方程式乱流モデルには回転の効果を表す項は現れない。従って、これを解析するためには、非線形渦粘性モデルもしくは応力方程式モデルが必要となる。実用上の問題を考慮すると、応力方程式モデルは境界条件の設定を含め、その取り扱いが困難であり、また、非線形渦粘性モデルに対しても回転チャネル乱流の予測における系統的な評価が必要である。

本研究では、Abe らによる2次非線形 k - ϵ モデル⁽¹⁾を基に、回転チャネル乱流に適した新しい乱流モデルを提案する。モデル構築の際には、直接数値シミュレーション (DNS) データベースを用いた評価方法⁽²⁾⁽³⁾により、モデルの基礎方程式を回転チャネル乱流において評価する。また、モデルの回転数に対する予測値の依存性も調べ、回転チャネル乱流場に対するモデル予測値の改善を図る。さらに回転チャネル乱流場におけるレイノルズ応力対角成分の壁面漸近挙動、非等方性の予測性能についても改良を加える。

2. 記 号

k : 乱流エネルギー $= \overline{u_i u_i} / 2$

n : 計算格子点から壁への垂直距離

n^* : Kolmogorov の速度スケールによる無次

* 原稿受付 2001年5月21日。

^{*1} 正員、名古屋工業大学工学部(☎466-8555 名古屋市昭和区御器所町)。

E-mail: hattori@heat.mech.nitech.ac.jp

- 元距離 $= u_\epsilon n / \nu$
- Re_b : レイノルズ数 $= 2\bar{U}_b \delta / \nu$
- Re_τ : 摩擦速度によるレイノルズ数 $= u_\tau \delta / \nu$
- Ro : 無次元回転数 $= 2\Omega \delta / \bar{U}_b$
- Ro_τ : 無次元回転数 $= 2\Omega \delta / u_\tau$
- R_t : 乱流レイノルズ数 $= k^2 / \nu \epsilon$
- S_{ij} : ひずみ速度テンソル $= (\bar{U}_{i,j} + \bar{U}_{j,i})/2$
- $\bar{U}, \bar{V}, \bar{W}$: $x(x_1)$ 軸方向, $y(x_2)$ 軸方向および $z(x_3)$ 軸方向の時間平均速度
- u, v, w : $x(x_1)$ 軸方向, $y(x_2)$ 軸方向および $z(x_3)$ 軸方向の速度乱れ
- $\bar{U}_b$: チャネル断面平均速度
- $\bar{U}_i, u_i$: x_i 方向の時間平均速度および速度乱れ
- u_τ : 摩擦速度 $= \sqrt{\tau_w / \rho}$
- u_ϵ : Kolmogorov の速度スケール $= (\nu \epsilon)^{1/4}$
- x_i : i 方向の座標
- x, y, z : 流れ方向, 壁面に垂直方向およびスパン方向の座標
- y^+ : 壁からの無次元距離 $= u_\tau y / \nu$
- W_{ij} : 絶対渦度テンソル $= (\bar{U}_{i,j} - \bar{U}_{j,i})/2 + \epsilon_{mji} \Omega_m$
- δ : チャネル半幅
- δ_{ij} : Kronecker のデルタ
- ϵ : k の散逸率 $= \nu \bar{u}_{i,j} \bar{u}_{i,j}$
- ϵ_{ijk} : Eddington のイプシロン
- ν, ν_t : 動粘性係数および渦粘性係数
- ρ : 流体の密度
- Ω_{ij} : 渦度テンソル $= (\bar{U}_{i,j} - \bar{U}_{j,i})/2$
- Ω_k : 回転角速度
- τ : 時間
- τ_w : 壁面せん断応力
- $(\bar{\quad})$: 時間平均値
- $(\quad)^+$: 内層のパラメータ (u_τ, ν) による無次元量
- $D/D\tau$: 実質微分
- $f_{,i}$: 変数 f の x_i による微分
- $(f_{,i} = \partial f / \partial x_i, f_{,ij} = \partial^2 f / \partial x_i \partial x_j \text{ など})$

3. 基礎方程式

ある軸を中心に角速度 Ω_k で回転する系での非圧縮性流体のレイノルズ平均化された支配方程式は次式で与えられる。

$$\bar{U}_{i,i} = 0 \quad (1)$$

$$D\bar{U}_i/D\tau = -\bar{P}_{\text{eff},i}/\rho + (\nu \bar{U}_{i,j} - \bar{u}_i \bar{u}_j)_{,j} - 2\epsilon_{ik\ell} \Omega_k \bar{U}_\ell \quad (2)$$

ここで、非圧縮性流体の場合、遠心力 $(= -\rho \Omega^2 r^2/2)$ が圧力項へ含めることが出来るため、 $\bar{P}_{\text{eff}} (= \bar{P} - \rho \Omega^2 r^2/2)$ と再定義した圧力を用いた⁽⁴⁾。

式(2)は、図1に示すような、スパン方向を軸に Ω で回転する発達した回転2次元チャネル乱流では以下のようなになる。

$$0 = -\bar{P}_{\text{eff},x}/\rho + (\nu \bar{U}_{,y} - \bar{u} \bar{v})_{,y} \quad (3)$$

つまり、スパン方向を回転軸とする場合、運動方程式中に回転がかかる項が陽的に残らない。ただし、レイノルズ応力 $\bar{u}_i \bar{u}_j$ の輸送方程式中には次式で示される回転項が存在し回転の効果が陽的に現れるため、応力方程式モデル、またはこの項を考慮した代数方程式モデルおよび非線形 $k-\epsilon$ モデルでは回転乱流の解析が可能となる。

$$C_{ij} = 2\Omega_m (\bar{u}_i \bar{u}_k \epsilon_{mkj} + \bar{u}_j \bar{u}_k \epsilon_{mki}) \quad (4)$$

レイノルズ応力を渦粘性係数 $\nu_t (\propto k^2/\epsilon)$ を用いてモデル化した場合には、乱流エネルギー方程式もしくは散逸方程式中に回転項が存在しなければ、回転の効果は渦粘性係数に影響しない。しかるに、式(4)の回転項は $C_{ii} = 0$ となるため、乱流エネルギーと散逸方程式に回転の効果が陽的に現れない。そこで、本研究では以下に示すレイノルズ応力が変形速度テンソルの非線形表現で与えられる Abe-Kondoh-Nagano モデル⁽¹⁾ (これ以降 NLAKN モデルと表記) を基にモデルの改良を施す。このモデルは、回転項を含んだレイノルズ応力輸送方程式から導出された Gatski-Speziale⁽⁵⁾ の非線形 $k-\epsilon$ モデルを基にしているため、回転乱流を予測し得ることが期待ができる。

$$\begin{aligned} \bar{u}_i \bar{u}_j &= 2k\delta_{ij}/3 - (1/f_R) [2\nu_t S_{ij} \\ &\quad + 4C_D k \tau_R^2 (S_{ik} \Omega_{kj} - \Omega_{ik} S_{kj}) \\ &\quad - 4C_D k \tau_R^2 (S_{ik} S_{kj} - S_{mn} S_{mn} \delta_{ij}/3)] \end{aligned} \quad (5)$$

$$\nu_t = C_\mu f_\mu (k^2/\epsilon) \quad (6)$$

$$Dk/D\tau = \nu k_{,jj} + T_k + \Pi_k + P_k - \epsilon \quad (7)$$

$$\begin{aligned} D\epsilon/D\tau &= \nu \epsilon_{,jj} + T_\epsilon + \Pi_\epsilon \\ &\quad + (\epsilon/k)(C_{\epsilon 1} P_k - C_{\epsilon 2} f_\epsilon \epsilon) + E \end{aligned} \quad (8)$$

Fig. 1 Rotating channel flow and coordinate system

ここで, τ_R は特性時間スケール ($= \nu_t/k$), T_k と T_ε は乱流拡散項, Π_k と Π_ε は圧力拡散項, P_k は生成項 ($= -\overline{u_i u_j} \bar{U}_{i,j}$), E は付加項である (NLAKN モデルでは 0). また, 回転座標系では, 式(5)中の渦度テンソル Ω_{ij} は絶対渦度テンソル $W_{ij} = \Omega_{ij} + \epsilon_{mji} \Omega_m$ に置き換えられなければならない⁽⁵⁾.

NLAKN モデルでは式(7), (8)における乱流拡散項は, 圧力拡散項を含め次式のように GGDH (Generalized Gradient Diffusion Hypothesis: 一般こう配拡散型仮定)⁽⁶⁾⁽⁷⁾でモデル化されている⁽¹⁾.

$$T_k + \Pi_k = [C_s f_{t1} (\nu_t/k) \overline{u_j u_\ell} k, \ell]_{,j} \quad (9)$$

$$T_\varepsilon + \Pi_\varepsilon = [C_\varepsilon f_{t2} (\nu_t/k) \overline{u_j u_\ell} \varepsilon, \ell]_{,j} \quad (10)$$

以下に NLAKN モデルのモデル関数, モデル定数を示した.

$$\left. \begin{aligned} f_R &= 1 + (C_D \tau_R)^2 \\ &\quad \times [(22/3)W^2 + (2/3)(W^2 - S^2)f_B] \\ f_B &= 1 + C_\eta (C_D \tau_R)^2 (W^2 - S^2) \\ f_\mu &= \left\{ 1 + \left(35/R_t^{3/4} \right) \exp \left[- (R_t/30)^{3/4} \right] \right\} \\ &\quad \times [1 - f_w(26)] \\ f_\varepsilon &= \left\{ 1 - 0.3 \exp \left[- (R_t/6.5)^2 \right] \right\} \\ &\quad \times [1 - f_w(3.7)] \\ f_{t1} &= 1 + 5.0 f_w(5), \quad f_{t2} = 1 + 4.0 f_w(5) \\ C_D &= 0.8, C_\mu = 0.12, C_\eta = 5.0, C_{\varepsilon 1} = 1.45 \\ C_{\varepsilon 2} &= 1.9, C_s = C_\varepsilon = 1.4 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

ここで, $S^2 = S_{ij} S_{ij}$, $W^2 = W_{ij} W_{ij}$ である. 壁面影響関数 f_w は無次元距離 $n^* (= u_\tau n/\nu)$ を用い, 次式のように定義されている⁽¹⁾.

$$f_w(\xi) = \exp \left[- (n^*/\xi)^2 \right] \quad (12)$$

4. 回転チャネル乱流におけるモデルの評価

4.1 散逸方程式の評価 乱流モデルの特性時間スケールに影響を及ぼす散逸方程式について, Abe らの線形モデル (以下 AKN モデルと表記)⁽⁸⁾と NLAKN モデルを, DNS データベース⁽¹⁰⁾($Re_\tau = u_\tau^* \delta/\nu = 150$, $Ro_\tau = 2\Omega\delta/u_\tau^* = 2.5$: u_τ^* は両壁面の平均摩擦速度)を用いた評価方法⁽²⁾⁽³⁾により, 評価を行った. 図2に評価結果を示す. Pressure 側では NLAKN モデルがより良い結果を示している. 散逸方程式における NLAKN モデルと AKN モデルの違いは乱流拡散項のモデリングにあり, この差が評価結果に現れている. また, Suction 側ではどちらのモデルも過剰予測を示していることが分かる. このことから, 現存の散逸方程式は, 回転系の予測においてその現象を表せないことが分かった.

Fig. 2 A priori test for ε -equations in rotating channel flow

Fig. 3 A priori test for Reynolds shear stress expressions in rotating channel flow

4.2 レイノルズ応力表現の評価 非線形モデルでは式(5)のようにレイノルズ応力成分が他の乱流諸量で陽的に表現されているため, 右辺に DNS データを代入することによって, その予測値を評価することができる. ここでは, NLAKN モデルと, 3 次非線形モデルである Craft-Launder-Suga モデル⁽¹¹⁾(NLCLS モデルと表記)を, DNS データ⁽¹⁰⁾を用いて評価した. また, レイノルズせん断応力 $\overline{uw}$ については, 線形モデルの AKN モデルも評価対象とした. 図3にレイノルズせん断応力の評価結果を示す. NLAKN と AKN モデルは線形, 非線形の違いはあるが, $\overline{uw}$ に関しては, 類似の表式をとるため両側ではほぼ一致した予測値を与え, 共に Pressure 側では過少予測, Suction 側では過大予測していることが分かる. NLCLS モデルは, Suction 側では他のモデルと同様の結果を与え, Pressure 側では過大予測することが分かる. 2 次非線形モデルである NLAKN モデルでは, $\overline{uw}$ の表式は線形モデル同様に渦粘性とひずみ速度テンソル S_{ij} の 1 次積で与えられるが, NLCLS モデルではひずみ速度テンソルと渦

Fig. 4 A priori test for normal stress expressions

Fig. 5 A priori test for wall-limiting behaviour of normal stress expressions in rotating channel flow

度テンソルの3次積の項までその表式に含まれるため、Pressure側で両者の予測値に差が出たものである。しかしながら、図に示した通り、Suction側ではその3次積項がほとんど利いていないことが分かる。

次に、レイノルズ応力の対角成分を評価した結果を図4に示す。NLAKN, NLCLSモデルともDNSの結果を表現できないことが示されている。NLCLSモデルは流れ方向垂直応力 $\overline{u^2}$ への過剰分配のため、壁面垂直方向応力 $\overline{v^2}$ 、スパン方向垂直応力 $\overline{w^2}$ に負の値を与え、実現性(realizability)が破綻していることが観察される。NLAKNモデルは、レイノルズ応力対角成分が負にならないよう、モデル関数が構築されているた

め(式(11)の f_B)、これらが負の値を取ることはないが、壁面近くにおける乱れの非等方性が十分に予測できないことが分かる。また、図5に、Pressure側での壁面極く近傍におけるレイノルズ応力対角成分の漸近挙動に関する評価結果を示した。NLCLSモデルは負値を与えるため、漸近挙動を確認することができないが、そのモデル表式⁽¹¹⁾から演算すると、壁面垂直方向応力 $\overline{v^2}$ が壁面近傍で y^4 に比例するという正しい関係を表せないことが分かる。NLAKNモデルにおいても、図から分かるように、壁極近傍では $\overline{u^2}$, $\overline{v^2}$, $\overline{w^2}$ の分布系は重なり、ほぼ同じ値で y^2 に漸近している。

以上のことから、レイノルズ応力のモデル表現について、回転チャネル乱流場では壁近傍におけるモデルの改良が必要であることが示された。

4.3 回転数に対するモデル予測値の評価 回転チャネル乱流場における乱流モデルの評価として、最後に、様々な回転数に対するモデルの予測値を評価した。評価に使用したDNSデータは、回転数を系統的に変化させ回転チャネル乱流場に対する詳細なデータを与えているKristoffersen-Andersson⁽⁴⁾によるもの($Re_\tau = 194$, $Ro_\tau = 0 \sim 7.63$)と、さらに高回転するチャネル乱流のDNSデータを与えているLamballaisら⁽¹²⁾のもの($Re_b = 3750$, $Ro = 1.5$; Ro_τ 換算で約32)である。評価対象モデルはNLAKNモデルとした。よく知られているように、回転チャネル乱流場では、回転率 $S = -2\Omega/(d\bar{U}/dy)$ が $S = -1$ となる中立安定状態の領域が存在し⁽⁴⁾、この関係から次の速度分布が導かれる。

$$\bar{U}^+ = Ro_\tau (y/\delta) + C \quad (13)$$

式(13)の関係式から、チャネル内の中立安定領域では、 Ro_τ の勾配を持った速度分布が存在するはずである。モデルの予測値が、この関係式を満足するかど

Fig. 6 Predicted mean velocity profiles at various rotation numbers

 Fig. 7 Profiles of mean velocity at high rotating number ($Ro = 1.5$)

 Fig. 8 Profiles of turbulent quantities at high rotating number ($Ro = 1.5$)

うかを調べた結果を図 6 に DNS データ⁽⁴⁾と共に示した。DNS で $Ro_\tau = 3.05, 7.63$ における中立安定領域の速度分布のこう配が、モデル計算では、それぞれ $Ro_\tau = 8.0, 20.0$ としたときにしか再現できないことが分かった。これより、NLAKN モデルの回転数依存性は、DNS データと比較して約 1/3 程度であることが分かる。

次に、さらに高回転時における NLAKN モデルの予測値を DNS データ⁽¹²⁾と合せて評価した結果を図 7, 8 に示した。NLAKN モデルは、先の結果どおり DNS と比較して回転数依存性が約 1/3 程度であるため、実際の Ro より大きくして $Ro = 4.2$ として計算を行った。ここで明らかとなった問題点は、Suction 側 ($1.5 < y/\delta < 2$) で DNS では乱流エネルギーがほぼ 0 となって層流化しているのに対し、モデル予測では値を持つことである。この傾向はレイノルズ応力にも現れ、2 方程式乱流モデルで層流化の現象が捉えられないことの一因と考えられる。

以上、回転チャネル乱流場において、散逸方程式、レイノルズ応力表現、様々な回転数に対するモデルの予測性能を DNS データを用いた評価方法により系統的に評価した。これらの結果より、モデル改良に関する指針が得られたので、次章で乱流モデルの改良を行う。

5. 回転チャネル乱流場におけるモデルの提案

回転チャネル乱流場を適切に予測するモデルを、NLAKN モデル⁽¹⁾を基に再構築する。NLAKN モデルは 2 次非線形モデルで、計算安定性を含めた計算上の取扱いが、より高次の NLCLS モデル⁽¹¹⁾等の 3 次非線形モデルと比較して容易なため、このモデルを基にモデルを改良することにする。

なお、本モデルで用いた壁面影響関数 $f_w(\xi)$ 中の無次元距離は、Suction 側の再層流化をより良く捉えるため、式(12)で用いられている n^* (n^* は無次元距離であるが、 $n^* = u_\tau n/\nu$ の定義からも明らかなように局所レイノルズ数でもある)と乱流レイノルズ数 R_t の調和平均形で表した次式で定義される修正レイノルズ数を採用している。

$$R_{tm} = C_{tm} n^* R_t^{1/4} / (C_{tm} R_t^{1/4} + n^*) \quad (14)$$

ここで、モデル定数 C_{tm} は 1.3×10^2 であり、この修正レイノルズ数で式(12)で示される壁面影響関数を以下のように再定義した。

$$f_w(\xi) = \exp \left[- (R_{tm}/\xi)^2 \right] \quad (15)$$

5.1 散逸方程式における回転効果の組み込みとそのモデル化 まず、モデルの回転数に対する予測性能を修正するため、前節の評価結果から回転による影響を便宜的に散逸方程式に付加項として組み込み、その依存性を高めることとした。回転チャネル乱流場では、その乱流諸量の分布がチャネル中心軸に対し非対称形となることから⁽¹⁰⁾、付加項は奇関数でなければならない。そこで、本研究では Shimomura⁽¹⁴⁾による回転付加項を参考に次式のようにモデル化した。

$$R = C_\Omega f_\Omega k \epsilon_{ijl} W_{ij} \Omega_l \quad (16)$$

ここで、モデル定数 $C_\Omega = -0.045$ である。また、モデル関数 f_Ω は、低レイノルズ数効果と回転の影響を適切に反映させるべく、次式で与える。

$$f_\Omega = C_{f_\Omega} \exp \left[- (R_\Omega/10)^{0.2} \right] \quad (17)$$

$C_{f_\Omega} = 6.0$ はモデル定数、 R_Ω は次式で定義されるパラメーターである。

$$R_\Omega = \tau_\eta \sqrt{f_{Sw}^\Omega} \quad (18)$$

式(18)中の $\tau_\eta (= \sqrt{\nu/\epsilon})$ は Kolmogorov の時間スケールである。Kolmogorov の時間スケールは低レイノルズ数効果を反映しやすいと考えられ、また、 f_{Sw}^Ω は角速度を表しているため、このパラメーターは目的とする複合効果をモデルに適切に反映できると期待される。

5.2 壁面漸近挙動および乱れの再分配 次に、式(5)で与えられる NLAKN モデルのレイノルズ応力表現について、壁面漸近挙動を満足させ、かつ乱れの再分配の改善を図るため、服部ら⁽¹³⁾によるモデルを採用する。そこでは、式(5)中の τ_R^2 を次式のように表している⁽¹³⁾。

$$\tau_R^2 = \tau_{Ro}^2 + \tau_{Rw}^2 \quad (19)$$

ここで、 $\tau_{Ro} (= \nu_t/k)$ は NLAKN モデルで採用されている時間スケール⁽¹⁾、 τ_{Rw} が壁面漸近挙動と乱れの再分配を改善するために導入された新時間スケールである。 τ_{Rw} は、乱れの壁面漸近展開から次式のようにモデル化されている⁽¹³⁾。

$$\tau_{Rw} = \sqrt{\frac{1}{6} \frac{f_R/C_D}{f_{SW}}} \left(1 - \frac{3C_{v1}f_{v2}}{8}\right) f_{v1}^2 \quad (20)$$

ここで、 $f_{v1} [= f_w(45)]$ は、式(15)を用いて回転の影響を組み込んだために関数値を修正した。また、 $f_{v2} = 1 - \exp(-\sqrt{R_t}/C_{v2})$ 、 $C_{v1} = 0.4$ 、 $C_{v2} = 2 \times 10^3$ 、 $f_{SW} = W^2/2 + S^2/3 - f_{SW}^\Omega$ であり⁽¹³⁾、 f_{SW}^Ω は回転数に依存するパラメータで、回転座標系で Ω_k^2 を陰的に表現するために次のように定義されている。

$$f_{SW}^\Omega = \left[\left(\sqrt{S^2/2} - \sqrt{W^2/2} \right) f_w(1) \right]^2 \quad (21)$$

新たに時間スケール τ_{Rw} を導入することにより、式(5)のレイノルズ表現で乱れの壁面漸近挙動 $\overline{u^2} \propto y^2$ 、 $\overline{v^2} \propto y^4$ 、 $\overline{w^2} \propto y^2$ を正確に満足させ、壁近傍における乱れの再分配も改善される⁽¹³⁾。

5.3 モデルの再構築 k 方程式と ε 方程式における乱流拡散項については、圧力拡散項を別途モデル化し、NLAKN モデル⁽¹⁾を参考に GGDH によるモデル⁽⁶⁾⁽⁷⁾を採用した。

$$T_k = [C_s f_{t1} (\nu_t/k) \overline{u_j u_\ell} k, \ell]_{,j} \quad (22)$$

$$T_\varepsilon = [C_\varepsilon f_{t2} (\nu_t/k) \overline{u_j u_\ell} \varepsilon, \ell]_{,j} \quad (23)$$

ここで、モデル定数は式(11)と同じで、 $C_s = C_\varepsilon = 1.4$ である。式(22)、(23)中のモデル関数 f_{t1} 、 f_{t2} については、 τ_{Rw} により $\overline{u_j u_\ell}$ の壁面漸近挙動が修正されたため、次式のように再定義した。

$$\left. \begin{aligned} f_{t1} &= [1 + 9.0 f_w(8)] / [1 - f_w(32)]^{1/2} \\ f_{t2} &= [1 + 5.0 f_w(8)] / [1 - f_w(32)]^{1/2} \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

k 方程式と ε 方程式中の圧力拡散項 Π_k 、 Π_ε については、方程式の壁近傍におけるバランスと各項の壁面漸近挙動を正確に再現するために、Nagano-Shimada⁽⁹⁾

による次式のモデルを採用した。

$$\Pi_k = \max \left\{ -0.5 \nu [(k/\varepsilon) \varepsilon_{,j} f_w(1)]_{,j}, 0 \right\} \quad (25)$$

$$\Pi_\varepsilon = C_{\varepsilon 4} \nu \{ [1 - f_w(5)] (\varepsilon/k) k_{,j} f_w(5) \}_{,j} \quad (26)$$

さらに、 ε 方程式の壁面近傍における解の挙動を正確なものにするために、式(8)中の付加項 E には Nagano-Shimada⁽⁹⁾を参考にして次式のモデルを採用した。

$$\begin{aligned} E &= C_{\varepsilon 3} \nu (k/\varepsilon) \overline{u_j u_\ell} \bar{U}_{i,\ell k} \bar{U}_{i,j k} \\ &\quad + C_{\varepsilon 5} \nu (k/\varepsilon) (\overline{u_j u_k})_{,j} \bar{U}_{i,j k} \bar{U}_{i,j k} \end{aligned} \quad (27)$$

ここで、モデル定数はそれぞれ $C_{\varepsilon 3} = 0.02$ 、 $C_{\varepsilon 4} = 0.5$ 、 $C_{\varepsilon 5} = 0.015$ で与えられる。モデル方程式中のその他のモデル関数、モデル定数は NLAKN モデル⁽¹⁾と同じものを与えた(式(11)参照)が、モデル関数 f_μ については次式で与えた。

$$\begin{aligned} f_\mu &= \left\{ 1 + \left(40/R_t^{3/4} \right) \exp \left[- (R_{tm}/35)^{3/4} \right] \right\} \\ &\quad \times [1 - f_w(32)] \end{aligned} \quad (28)$$

Fig. 9 Distributions of mean velocity and Reynolds shear stress in rotating channel flow ($Ro_\tau = 2.5$)

Fig. 10 Distributions of turbulence energy and its dissipation rate in rotating channel flow ($Ro_\tau = 2.5$)

Fig. 11 Distributions of normal stress components in rotating channel flow ($Ro_\tau = 2.5$)

Fig. 12 Wall-limiting behaviour of normal stress components in rotating channel flow ($Ro_\tau = 2.5$)

Fig. 13 Mean velocity profiles in various rotation number flows

6. 結果および考察

提案したモデルを検証するために、前述のモデルの評価で用いた回転チャネル乱流場と同じ条件で計算を行った。計算手法については、Hattori-Nagano⁽³⁾による有限体積法を用いた。

Fig. 14 Distributions of Reynolds shear stress in various rotation number flows

Fig. 15 Mean velocity profiles in high rotation number flow ($Ro = 1.5$)

Fig. 16 Distributions of turbulence energy and Reynolds shear stress in high rotation number flow ($Ro = 1.5$)

図9に基本的な回転チャネル乱流場における平均速度とレイノルズせん断応力を、DNSデータ ($Re_\tau = 150$, $Ro_\tau = 2.5$)⁽¹⁰⁾とNLAKNモデルの結果と合せて比較して示した。また、乱流エネルギーとその散逸率は図10に示した。本モデルによる平均速度の予測は、NLAKN

モデルがほとんど回転の効果を実測していないのに対し、その傾向を捉えていることは、レイノルズ応力の予測結果からも明らかである。乱流エネルギーとその散逸率に対しては、Suction 側で乱れが減少する回転乱流特有の現象を実測し、提案したモデル化が基本的に適切であることを示している。

本モデルにより予測されたレイノルズ垂直応力を図 11 に示す。図より、NLAKN モデルは壁面近傍での乱れの再分配が適切に行われていないが、提案したモデルの予測値は、これらを Pressure 側と Suction 側で正確に捉えている。また、レイノルズ垂直応力の壁面漸近挙動を図 12 に示したが、NLAKN モデルがすべての垂直応力について同じ漸近値を与えるのに対し、改良した本モデルは壁面垂直方向応力 $\overline{v^2}$ が y^4 に漸近する現象を定性的かつ定量的に予測し、本モデルで採用したレイノルズ応力の非線形表現中の時間スケール τ_{Rw} が適切に機能していることが分かる。

次に、本モデルの回転数に対する依存性の評価結果を見るために、図 13 に平均速度分布、図 14 にレイノルズせん断応力分布の予測値を対応する DNS データ⁽⁴⁾ ($Re_\tau = 194$, $Ro_\tau = 0 \sim 7.63$) と共にそれぞれ示した。図 6 と比較して、本モデルによる予測値は、適切に与えられた回転数で DNS データと一致している。また、レイノルズせん断応力に関しても、どの回転数においても DNS の結果をほぼ完全に再現していることが分かり、回転数を変化させた場合でも、提案したモデルの予測精度が高いことを示している。

最後に、より高回転数時における回転チャネル乱流場の予測を試みた。計算結果は、 $Ro = 1.5$ である Lamballais ら⁽¹²⁾による DNS の結果と比較した。平均速度分布を図 15 に示したが、本モデルによる予測値はより高回転な場でも良好な値を与えることが分かる。また、図 16 に乱流エネルギーとレイノルズせん断応力の分布を示した。実機で問題となる高回転数における Suction 側での乱れの抑制現象を、本モデルは捉えていることが観察される。

以上の結果により、本研究で提案したモデルは様々な回転数における回転チャネル乱流場で適切な予測値を与えることが示された。なお、これらの結果は、基礎とした Abe らの 2 次非線形 $k-\varepsilon$ モデル⁽¹⁾に、散逸方程式で便宜的に回転項を陽的に付加したことによるところが大きい。

7. 結 言

本研究では、先ず基礎となる 2 次非線形 $k-\varepsilon$ モデル⁽¹⁾を DNS データベースを援用した評価方法により

系統的に評価した。次に、その評価結果を適切にモデルに反映させることにより、様々な回転数におけるチャネル乱流場を予測し得る乱流モデルを提案した。新しいモデルでは、レイノルズ垂直応力の壁面漸近挙動、壁近傍における非等方性の改善もされているため、例えばガスタービン内の伝熱解析を行う場合においてもより実際の値に近い伝熱量が得られるものと期待される。

本研究の一部は、科学技術振興事業団との間で、戦略的基礎研究推進事業の一環として契約された「資源循環・エネルギーミニマム型システム技術」研究領域内の「超小型ガスタービン・高度分散型エネルギーシステム」研究の成果である。

文 献

- (1) Abe, K., Kondoh, T. and Nagano, Y., *Int. J. Heat and Fluid Flow*, **18** (1997), 266–282.
- (2) Nagano, Y. and Shimada, M., *The Recent Developments in Turbulence Research*, (Z. S. Zhang et al. eds.), (1994), Int. Academic Publishers, 189–217.
- (3) Hattori, H. and Nagano, Y., *Numerical Heat Transfer, Part B*, **18** (1998), 153–180.
- (4) Kristoffersen, R. and Andersson, H., *J. Fluid Mech.*, **256** (1993), 163–197.
- (5) Gatski, T. B. and Speziale, C. G., *J. Fluid Mech.*, **254** (1993), 59–78.
- (6) Daly, B. J. and Harlow, F. H., *Phys. Fluids*, **13** (1970), 2634–2649.
- (7) Launder, B. E., *Trans. ASME, J. Heat Transfer*, **110** (1988), 1112–1128.
- (8) Abe, K., Kondoh, T. and Nagano, Y., *Int. J. Heat and Mass Transfer*, **37** (1994), 139–151.
- (9) Nagano, Y. and Shimada, M., *JSME Int. J.*, **38B** (1995), 51–59.
- (10) Nishimura, M. and Kasagi, N., *Proc. 3rd KSME-JSME Thermal Engineering Conf.*, Kyongju, Korea, **3** (1996), 77–82.
- (11) Craft, T. J., Launder, B. E., and Suga, K., *Int. J. Heat and Fluid Flow*, **18** (1997), 15–28.
- (12) Lamballais, E., Lesieur, M. and Métais, O., *Int. J. Heat and Fluid Flow*, **17** (1996), 324–332.
- (13) 服部博文・平松崇嘉・長野靖尚, 機論, **68**-666, B (2002), 3679–360.
- (14) Shimomura, Y., *J. Phys. Soc. Jpn.*, **58** (1989), 352–355.
- (15) Nagano, Y., and Shimada, M., *Phys. Fluids*, **8** (1996), 3379–3402.