改良 Q3D 法による軸流水車ランナ設計
の逆問題数値解析*彭 國 義^{*1}, 石 塚 勝^{*1}, 葉 山 眞 治^{*1}Axial Flow Hydraulic Turbine Runner Inverse Design
Computation by Improved Q3D Inverse MethodGuoyi PENG^{*2}, Masaru ISHIZUKA and Shinji HAYAMA^{*2} Dept. of Mechanical Engineering, Toyama Prefectural University,
Kosugi-machi, Imizu-gun, Toyama, 939-0398 Japan

This paper is related to the design optimization of axial flow hydraulic turbine runner. An improved Q3D inverse method has been proposed from the system point of view, and a set of rotational flow governing equations as well as an equation for blade geometry design have been derived. The computation domain is firstly taken from the inlet of the guide vane to the far outlet of the runner blade, and flows in different regions are solved simultaneously. Therefore, the influence of wicket gate parameters on runner blade design is considered and the difficulty of defining the flow condition at the runner blade inlet is overcome. Because a pre-computation of initial blade on the S_{2m} surface is newly adopted, the iterations of S_1 and S_{2m} surfaces has been greatly reduced. Experimental results have validated the present model and a direct flow analysis has demonstrated the reliability of the inverse computation. Numerical investigations show that the effect of wicket gate parameters should be considered also in runner design.

Key Words: Fluid Machinery, Hydraulic Turbine, Runner Blade Design, Computational Fluid Dynamics, Inverse Problem, Finite Element Method

1. 結 論

最近 CFD の発達がめざましく、ナビア・ストークス方程式や三次元オイラー方程式を解くことによって、水力機械内部の複雑な流れを解析することが可能になってきている^(1, 2)。しかし、翼形状を与えて流れを求める直接解法と比較して、流れを与えて翼形状を求める逆問題解法ははるかに難しいことから流体機械内部の実三次元逆問題に関する報告は少なく、フーリエ級数展開型特異点法^(3, 4)、擬似流れ関数法⁽⁵⁾、逆問題時間進行法⁽⁶⁾などがある程度である。擬似流れ関数法と逆時間進行法は直接解法と翼形状修正とを交互に行うものである。これには設計仕様と翼形状修正とをある適切な関係で定義しておく必要があり、その困難さのために大量の計算時間が必要とされ、さらに実機への応用のためにはさらに努力が必要である。フーリエ級数展開型特異点法はもともとポテンシャル流れ場用に開発されたもので、Zangeneh⁽⁷⁾らによって回転流れに適用

され、軸流水車ランナの逆問題計算に応用された⁽⁸⁾。しかし、翼先端近傍で要求される翼形状を求めるための収束計算に多大の努力が必要であった。その理由は、そこでは、流れの通路形状のために旋回速度が半径方向に大きな勾配をもつためである。よって、逆問題計算の精度を改善するために非常に多項のフーリエ級数が使われることになり、大変な計算時間を必要としてしまうわけである。

上述した解法以外では、C. H. Wuによって提示された相対的流面の一般理論に基づいて、新たな三次元逆問題解法が提案された⁽⁹⁾。 S_1 (翼間)と S_2 (ハブと翼先端との間)流面の完全三次元問題の反復計算には、ナビア・ストークス方程式とオイラー方程式の計算と同様に多くの計算時間が必要であった。そのため、反復計算を減らすために代表的平均 S_2 流面 (S_{2m}) が使われた。これを、準三次元法 (Q3D) と言っている。完全三次元計算に比べ、Q3D 逆問題計算は収束が速い利点を有する。 S_1 流面の円周方向ひねりを無視しているものの、Q3D 逆問題計算は実用的な面では十分な精度を有している。さらに、収束の速いモデル化を採用することによって最適設計に関連する広範な設計手順を加速できる。従来の Q3D 逆問題計算では水車ランナは流路内の孤立部として

* 原稿受付 2001 年 7 月 27 日。

^{*1} 正員, 富山県立大学工学部 (〒939-0398 富山県射水郡小杉町黒河 5180)。

E-mail: peng@pu-toyama.ac.jp

扱うのが通例であるが、ランナ翼入口前の上流と翼出口後方の下流の境界条件を定義するのに困難さがあつた。つまり、これらの境界条件には実験データにもとづいた式を用いている。そのため、ランナの逆問題計算に対する流路と案内羽根パラメータの影響を考慮することができなくなる欠点があつた⁽¹⁰⁾。さらに、実験的制約があるため、流れ計算のための水車のランナ翼入口と出口の境界条件を設定するのは難しい。特に、逆問題の場合、翼形状が設計に対し未知のパラメータになっているので、実験結果によってランナ翼の入口と出口における流れの条件を定義するのはほとんど不可能な状況である。

以上から本報では、軸流水車ランナに関し、 S_l 流面上に基づいた準三次元解法の改良を提案することにした。まず、ランナ翼入口と出口での境界条件設定の困難さを克服するために、逆問題の計算領域を案内羽根の入口はるか上流からランナ翼出口のはるか下流側までとした。案内羽根内の流れと案内羽根後縁から翼入口までの羽根なし領域での流れはランナ翼内の流れと同様に全体として同時に解いた。そのため、ランナ翼設計に対する流路と案内羽根パラメータの影響は反復計算のなかで考慮できた。つまり、翼入口での流れの境界条件を設定するという困難さを回避できた。次に、 S_{2m} 流面上での初期翼設計を求めるための予備計算用新解法を採用して、 S_l 流面上で初期翼設計を修正できるようにした。予備計算で与えられた初期 S_l 流面は最終形状に極めて近いので、 S_l と S_{2m} 流面の反復計算は減少し、逆問題解法における収束が大きく改善された。

2. 数学モデル

本提案の理論では、水車の三次元内部流は相対流面の理論に基づいて、一連の S_l 流面と平均 S_{2m} 流面との反復計算により計算した。非圧縮性、非粘性流の仮定をして、逆問題の支配方程式を求めた。

2.1 円周方向平均流れの計算 図1に対象とする軸流水車の概略を示す。ランナとともに回転する右手系円柱極座標 (z, r, θ) を定義する。軸流水車内の三次元回転定常流れにおける連続および運動量は以下のように知られている。

$$\nabla \cdot \bar{W} = 0, \quad (1)$$

$$\bar{W} \times (\nabla \times \bar{V}) = \nabla E_r, \quad (2)$$

ここで、 $E_r = (V^2/2 + p/\rho + gz) - \omega V_\theta r$ であり、 W と V はそれぞれ相対速度と絶対速度を表す。 ω はランナの回転角速度、 g は重力加速度、 z は軸方向座標

Fig. 1 Schematic diagram of Kaplan turbine

を表す。 p と ρ はそれぞれ流体の圧力と密度である。平均流面 S_{2m} 上での流れの支配方程式を導くため、周方向に平均した演算子を次ぎのように定義する。

$$\bar{f} = \frac{1}{\theta_p - \theta_s} \int_{\theta_s}^{\theta_p} f(z, r, \theta) d\theta, \quad (3)$$

ここで、 f は任意の物理量である。 θ_p と θ_s は二つの近接する翼の圧力側表面と吸込み側表面の角座標である。円周方向に平均する演算子を式(1)と(2)に適用して、平均流れの支配方程式を以下のように得た。

$$\nabla \cdot [(\theta_p - \theta_s) \bar{W}] = 0, \quad (4)$$

$$\bar{W} \times (\nabla \times \bar{V}) + \bar{R} = -\bar{F}_b + \nabla E_r, \quad (5)$$

ここで、

$$\bar{R} = \bar{W} \times (\nabla \times \bar{V}), \quad \bar{W} = \bar{W} - \bar{W}, \quad \bar{V} = \bar{V} - \bar{V}$$

$$\bar{F}_b = \bar{W} \times \frac{1}{(\theta_s - \theta_p) H_\theta n_\theta} \Delta(\bar{n} \times \bar{W}),$$

$\bar{F}_b$ は平均流面上の翼の作用力で、その方向は翼平均面の法線方向と平行である、つまり $\bar{F}_b \times \bar{n} = 0$ を示す。 $\bar{R}$ は円周方向に流れの周期性の影響を示すが、これは、翼厚みと翼数による円周方向流れ内の変動によってもたらされる高次の無限小項⁽¹¹⁾で、計算では無視する。 H は (z, r, θ) 座標系でのLame係数で、添字 θ は円周方向成分を示す。ベクトル $\bar{n}$ は円周方向に平均化された平均流面 S_{2m} の法線方向単位ベクトルを示す。これは、翼領域で翼平均面に平行と仮定する。そして法線方向単位ベクトルは、

$$\bar{n} = \frac{\nabla S}{|\nabla S|}, \quad (6)$$

で与える。ここで、 S は翼平均面の隠れ関数であり、座標系 (z, r, θ) で次ぎのように表される。

$$S(z, r, \theta) = \theta - \varphi(z, r) \\ = k \cdot \frac{2\pi}{N_b} \quad (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots), \quad (7)$$

ここで、 $\varphi(z, r)$ は翼平均面の角座標であり、 N_b はランナ翼数である。式(5)より次式を得る。

$$\vec{n} \times [\vec{W} \times (\nabla \times \vec{V})] = \vec{n} \times \nabla \bar{E}_r. \quad (8)$$

これを、再整理して、次式の偏微分方程式を得る。

$$\frac{\partial \bar{W}_z}{\partial r} - \frac{\partial \bar{W}_r}{\partial z} = \frac{\partial \varphi}{\partial r} \frac{\partial \bar{V}_\theta r}{\partial z} - \frac{\partial \varphi}{\partial z} \frac{\partial \bar{V}_\theta r}{\partial r} + \\ \frac{1}{\bar{W}^2} \left[\frac{\partial \bar{E}_r}{\partial r} \left(\bar{W}_r + \bar{W}_\theta \frac{r \partial \varphi}{\partial z} \right) - \frac{\partial \bar{E}_r}{\partial z} \left(\bar{W}_r + \bar{W}_\theta \frac{r \partial \varphi}{\partial r} \right) \right] \quad (9)$$

ここで、 $\bar{W}^2 = \bar{W}_r^2 + \bar{W}_\theta^2 + \bar{W}_z^2$ である。 $\bar{V}_\theta r$ は平均速度トルク（または平均旋回速度）と呼ばれ、平均翼まわりの循環 $\Gamma = 2\pi \bar{V}_\theta r$ と直接関係付けられる。

質量保存則を考慮して、式(4)からつぎの流れ関数を定義する。

$$\frac{\partial \Psi}{\partial r} = r B_f \bar{W}_z, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial z} = -r B_f \bar{W}_r, \quad (10)$$

ここで、 $B_f = N_b(\theta_p - \theta_s)/2\pi$ 、翼による流路の阻害程度を示す係数である。流れ関数を式(9)に代入し、円周方向平均流を支配する流れ関数 ψ は次式の解として求められる。

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r B_f} \frac{\partial \Psi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r B_f} \frac{\partial \Psi}{\partial z} \right) = \frac{\partial \varphi}{\partial r} \frac{\partial \bar{V}_\theta r}{\partial z} \\ - \frac{\partial \varphi}{\partial z} \frac{\partial \bar{V}_\theta r}{\partial r} + \frac{1}{\bar{W}^2} \left[\frac{\partial \bar{E}_r}{\partial r} \left(\bar{W}_r + \bar{W}_\theta \frac{r \partial \varphi}{\partial z} \right) \right. \\ \left. - \frac{\partial \bar{E}_r}{\partial z} \left(\bar{W}_r + \bar{W}_\theta \frac{r \partial \varphi}{\partial r} \right) \right] \quad (11)$$

これは、2次元の楕円型偏微分方程式であり、上流と下流条件のほか、翼先端とハブ端での境界条件を与えれば解ける。ところが翼入口近くの上流の流れは設計されるべき翼形状に影響される。これが翼入口での条件を設定するのが困難な理由である⁽¹²⁾。逆に、流路のはるか上流では流れがほとんど一様で、境界条件を与えるのに都合が良い。系の構成上、案内羽根の後流とランナ内部流れはお互いに干渉する。そこで、案内羽根の入口からランナ翼の出口までの

流れを取り扱うのが合理的である。これにより、円周方向平均流れの計算領域は案内羽根の入口はるか上流からランナ翼出口のはるか下流側までとした。この方法を使うと翼近くの上流条件を設定する困難さを克服できる。案内羽根領域の流れの支配方程式及びランナの前後の翼無し領域における流れの支配方程式を下記に追加する。

案内羽根流域の流れに対しては、 $\omega = 0$ となる。エネルギー保存則にしたがって、流体エネルギー $E_i = V^2/2 + p/\rho + gz$ は到るところで一定でなければならない。よって、案内羽根領域の流れの支配方程式は前述と同様に式(2)から導ける。

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r B_f} \frac{\partial \Psi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r B_f} \frac{\partial \Psi}{\partial z} \right) \\ = \frac{\partial \varphi}{\partial r} \frac{\partial \bar{V}_\theta r}{\partial z} - \frac{\partial \varphi}{\partial z} \frac{\partial \bar{V}_\theta r}{\partial r} \quad (12)$$

この中で φ は案内羽根の平均面の角座標を示す。 B_f は翼による妨害係数である。

翼なし領域では、運動方程式は非圧縮、非粘性定常流の仮定から次式で書ける。

$$\vec{V} \times (\nabla \times \vec{V}) = 0 \quad (13)$$

同様に、次ぎの流れ関数の支配方程式も導ける。

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial z} \right) \\ = \frac{\bar{V}_\theta r}{\bar{V}_m^2 r^2} \left(\bar{V}_r \frac{\partial \bar{V}_\theta r}{\partial z} - \bar{V}_z \frac{\partial \bar{V}_\theta r}{\partial r} \right) \quad (14)$$

ここで $\bar{V}_m^2 = \bar{V}_r^2 + \bar{V}_z^2$ 。

式(11)の右辺は設計されるべき翼形状の未知パラメータ φ を含んでいるから、上の方程式のセットは反復で同時に解くことになる。図1の計算領域では、境界条件を次ぎのように与えた。(a) ハブ流線の端壁で $\psi = 0$ 。(b) 翼先端の端壁で $\psi = Q/2\pi$ 、ここで、 Q は流量を示す。(c) 上流で、 $\partial \psi / \partial n = 0$ 。(d) 下流で、 $\psi = \psi_o(r)$ 、ここで、 $\psi_o(r)$ は流路と翼形状によって影響される分布関数である⁽¹³⁾。ランナ出口での分布関数を直接定義するのは難しいので、 S_1 流れ表面に沿って自然な出口流を確保するという条件で反復的に修正した。

2.2 S_1 流れ表面での支配方程式 実際の水力機械では、ランナ翼に対して S_1 流面はひねった様相をしている。円周方向のねじれは小さいので、 S_1 流面は実用上軸対称と仮定される⁽¹⁴⁾。

S_1 流面での支配方程式を導くために、図 2 で示す S_1 流面上に直交座標系 ($q_1 = m, q_2, q_3 = \theta$) を適用する。 q_1 は子午面流線方向で、 $q_3 = r_0\theta$ は円周方向である。 $\vec{q}_2 = \vec{q}_1 \times \vec{q}_3$ は S_1 流面の外向法線方向である。 r_0 は座標系の原点からの半径である。そのとき、座標系の Lamé 係数は $H_1 = 1$ として与える。また、 $H_2 = h(q_1)$ 、 $H_3 = r/r_0$ である。ここで、 $h(q_1)$ は座標原点における翼の厚さで規格化した S_1 流れ表面の無次元厚さである。円周方向入口流が一様という仮定のもとに、 S_1 流れ表面上の絶対運動の渦度は 0 であることは明白である。つまり $\text{rot}_2 \vec{V} = 0$ 。これは、以下のように書ける。

$$\frac{1}{H_1 H_3} \left(\frac{\partial(H_1 W_1)}{\partial q_3} - \frac{\partial(H_3 W_3)}{\partial q_1} \right) - 2\omega \frac{\partial r}{H_1 \partial q_1} = 0 \quad (15)$$

再整理して次式を得る。

$$\frac{\partial W_m}{\partial \theta} - \frac{\partial W_\theta}{\partial m} = 2\omega r \frac{\partial r}{\partial m} \quad (16)$$

S_1 流面に垂直な座標を q_2 として、その速度成分 W_2 は 0 である。よって、連続の式は下記のようになる。

$$\frac{\partial}{\partial q_1} (H_2 H_3 W_1) + \frac{\partial}{\partial q_3} (H_1 H_2 W_3) = 0 \quad (17)$$

これは、以下のようにも書ける。

$$\frac{\partial}{\partial m} (hr W_m) + \frac{\partial}{\partial \theta} (h W_\theta) = 0 \quad (18)$$

この連続の式を使って、 S_1 流れ表面上の流れ関数は次ぎのように定義できる。

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \theta} = hr W_m, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial m} = -h W_\theta \quad (19)$$

更に、 S_1 流れ表面上の流れを支配する一般的な流れ関数が式(16)から導ける。

Fig. 2 Curvilinear coordinates on S_1 surface

$$\frac{\partial}{\partial m} \left(\frac{r}{h} \frac{\partial \Psi}{\partial m} \right) - \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{hr} \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} \right) = 2\omega r \frac{\partial r}{\partial m} \quad (20)$$

式(20)は m と θ に関するものであり、図 3 に示す S_1 流面の展開面で解かれる。パラメータ $h(m)$ と $\partial r / \partial m$ は S_{2m} 流面の計算で定義されるものである。図 3 の計算領域の境界条件は以下のように与えられる。

(a) 上流と下流で、

$$\frac{\partial \Psi}{\partial n} \Big|_{ah} = h W_\theta \Big|_{ah}, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial n} \Big|_{de} = h W_\theta \Big|_{de}.$$

(b) 翼の上面、下面で、 $\Psi|_{bc} = 0$, $\Psi|_{fg} = dq$, ここで、 dq は流れ表面上で二つの隣接する翼間を通過する部分的流量である。

(c) 周期的境界条件:

$$\Psi|_{ef} = \Psi|_{cd} + dq, \quad \psi|_{gh} = \psi|_{ab} + dq.$$

(d) Kutta-Joukowski 条件: $W_f = W_c$

Kutta-Joukowski 条件に関して、 S_1 流面上の流れは反復で計算される。

2.3 翼形状設計の方程式 一度、流れが決定されると、非粘性スリップ境界条件を課すことで翼形状を計算することが可能になる。その条件では、局所速度ベクトルと翼が整合される。その条件は次ぎのように書ける。

$$\vec{W}_b \cdot \nabla S = 0, \quad (21)$$

ここで、 $\vec{W}_b = (\vec{W}_p + \vec{W}_s)/2$ は翼平均面での速度を表し、 $\vec{W}_p$ と $\vec{W}_s$ は翼の圧力面と吸込み面での相対的な速度ベクトルである。式(7)を代入すると、次式を得る。

$$W_{b,r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} + W_{b,z} \frac{\partial \varphi}{\partial z} = \frac{1}{r^2} (\vec{V}_\theta r - \omega r^2), \quad (22)$$

上述の方程式を円周方向に平均し、それらの式を再整理すると翼平均面計算の方程式として次式を得る。

Fig. 3 Expansion of S_1 stream surface

$$\bar{W}_m r^2 \frac{d\varphi}{dm} = \bar{V}_\theta r - \omega r^2 \quad (23)$$

上の微分方程式は容易に解ける。他の初期値問題と同様に、積分は初期条件を必要とするが、その条件は、それは翼設計のスタッキング条件と呼ばれており、次式で与えられる。

$$\varphi(z = z_s, r, \theta) = \varphi_0 \quad (24)$$

ここで、 z_s と φ_0 はスタッキング軸の座標を示す。式(23)により翼平均面の形状を計算できる。しかし、 S_{2m} 流面の計算は三次元流れを円周方向に一樣と仮定している。これは、多くの薄翼を有するランナには妥当な仮定であるが、一般的に S_{2m} 流面上で設計された翼は速度トルクの変動が保証できない。特に、数枚の翼を有する軸流水車ランナでは、円周方向流れの変動を考慮して、 S_1 流面での翼形状を修正する必要がある。よって、平均翼面の次ぎの緩和反復式を式(24)から導入する。

$$\varphi^{(n+1)} = \varphi^{(n)} + \lambda \int \frac{(\bar{V}_\theta r)^{(n)} - (\bar{V}_\theta r)^{(n)}}{W_m r^2} dm \quad (25)$$

ここで、添字 $n+1$ は新ステップの計算結果を示し、 n は前のステップの値を示す。 $(\bar{V}_\theta r)^{(n)}$ は設計仕様での既知の速度トルク分布である。新翼平均面を得たあと、新翼上下面を円周方向の翼厚みに沿って計算する。翼の円周方向肉厚は次式を用いて計算する⁽¹⁵⁾。

$$t_\theta(z, r) = t_n(z, r) \left[1 + r^2 \left(\frac{\partial \varphi}{\partial r} \right)^2 + r^2 \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (26)$$

ここで、 $t_n(z, r)$ は法線方向肉厚分布を示し、設計仕様で与える。

本提案のモデルは、まず、計算が収束するまで平均 S_{2m} 流面の逆問題解析をして初期翼を設計する。次に、 S_1 流面上の逆問題と S_{2m} 流面の直接問題の反復計算をして翼形状を修正する。軸流水車ランナ設計の従来の Q3D 法では、子午面流れの計算に基づいて S_1 流面上で翼形状を直接計算するが、それと比べ、本改良解法では S_1 と S_{2m} 流面の反復回数は大きく減った。これは、 S_{2m} 流面に基づいて合理的な初期翼形状が計算されるのと、初期 S_1 流面が S_{2m} 流面上で初期翼形状の影響を考慮して定義されているので、最終流面に近いことがあげられる。

3. 結 果

3.1 案内羽根領域流れを同時に扱う妥当性の実験検証 数値計算例として、本提案のモデルを有限要素法を用いてカプラン水車ランナの設計に応用した。

Fig. 4 Validations with experimental results

Fig. 5 Velocity torque distribution along streamlines

ランナの基礎設計パラメータは以下の通りである。

比速度 $n_s=440 \text{ m/s}$, ランナ回転数 $n_{10}=115 \text{ min}^{-1}$, 流量 $Q_{10}=1.250 \text{ m}^3/\text{min}$, ランナ直径 $D_1=1.0 \text{ m}$, ヘッド $H_g=1.0 \text{ m}$, 翼数 $N_b=6$, 案内羽根のピッチ円直径 $D_0=1.16 D_1$, 案内羽根高さ $B_0=0.375 D_1$ 。

案内羽根は標準の対称羽根を選び、流路と計算領域は図1に示す。本手法の妥当性を検証するため、案内羽根後縁からランナ翼前縁までの翼無し領域での速度分布を計算と実験で求めた。図4に図1の断面1-1と2-2上での速度分布の計算結果を実線で示している。同断面での実験結果は破線で示す。図によると計算結果と実験結果の両者は良く一致している。これは、複数の流れ領域を同時に計算した結果の妥当性を示している。このように、同時に複数の流れを計算することによってランナ翼入口での流れの境界条件を定義する本方法の妥当性が確認できた。

3.2 逆問題計算 平均速度トルクの分布 $\bar{V}_\theta r$ はランナ翼形状を決定し、設計されたランナ性能に大きな影響をもたらす。軸流水車ランナにとっては、翼前縁での速度トルクの値は、案内羽根上流の入口

流によって決定される。後縁での速度トルクの値は、エネルギー保存則によって規定される。また、Kutta-Joukowski 条件を満足させるために、流線方向の速度トルクの勾配は翼後縁で 0 とする。従って、翼前縁から後縁までの速度トルク分布は、本論文では流線方向に 4 次多項式の分布関数を用いて与えられた。流線方向に沿った規定した速度トルク分布は図 5 に○印で示してある。流線方向に沿って翼法線方向肉厚分布は RAF-6 翼のものを与えた。図 1 の子午面流路に基づいて本逆問題解法を用いてカプランランナを設計した。図 6 に、ハブから翼端まで円柱展開面上で設計した翼を示す。その結果より設計翼は滑らかで合理的な形状を示している。図 7 はランナ領域での速度トルク分布の等値線を示す。図から半径方向の速度トルク分布の勾配は翼端で大きいことがわかる。そして、カプランランナの流れは大きな渦があり回転流れであることがわかる。これは、

軸流水車ランナの流の特徴であり、他のターボ機械とは違う点である。

本計算は S_{2m} と S_1 流面の反復計算回数が 3~5 回であり、 S_{2m} 流面での初期翼設計を行わない場合の約 1/3 になった。Pentium 200MHz のパソコンで計算時間は約 5 分である。図 8 は S_1 流面での翼設計収束履歴である。 S_{2m} 流面での初期翼の設計で平均流れに対する翼形状の影響を考慮するのが本手方の一番目のキーポイントである。このことで、 S_{2m} 流面の計算を通して定義した初期 S_1 流面が最終流面にはるかに近く、 S_{2m} 流面と S_1 流面の反復計算回数を大きく減らすことができた。

逆問題計算の妥当性を検証するために、設計されたランナを通過する流れを直接流れ解析によって調べた。図 9 に●と○印はそれぞれ、直接解法による翼のハブと先端での吸込み側（実線）と圧力側（破線）表面上の相対速度分布の計算結果を示す。結果によ

Fig. 6 Designed blade shape on cylindrical sections

Fig. 7 Contours of velocity torque on blade

Fig. 8 Convergence history of blade geometry

Fig. 9 Relative velocity distribution

Fig. 10 Effect of B_0 on velocity torque distribution

Fig. 11 Effect of D_0 on velocity torque distribution

れば、設計されたランナ翼形状は合理的であることがわかる。図 5 の△印は流れ解析によって得られた速度トルク分布を示し、規定した速度トルク分布の○印にほとんど重なり合っている。よって、設計されたランナの速度トルク分布は設計仕様とよく一致していることがわかった。これは、設計されたランナ翼は出力の設計要求を満たすことを意味している。 S_1 流面上の翼形状を修正することによって、円周方向流れの変動を考慮するのが本モデルの二番目のキーポイントである。その結果、設計されたランナの水力性能が良くなり、出力の要求を満たすことができる。本提案の改良準三次元逆問題モデルは、簡易であるが、実用的に有効な逆設計問題解法であるといえよう。

3.3 翼設計に対する流路パラメータの影響 案内羽根の高さ B_0 と案内羽根のピッチ円直径 D_0 が重要な流路パラメータである。上述した逆問題計算によって、これらの二つのパラメータはランナ翼の逆問題設計に影響する。その影響を逆問題計算により調べた。 B_0 が $0.425D_1$, $0.4D_1$ と $0.375D_1$ のとき、案内羽根後縁のスパン方向ハブ側からの無次元距離 l に沿う速度トルク分布をそれぞれ図 10 に○, □, △印で示しているが、分布はほとんど同じである。これは、 B_0 の値がランナ翼設計にほとんど影響しないことを意味する。図 11 では D_0 が $1.25D_1$, $1.2D_1$ と $1.16D_1$ のとき、速度トルク分布を○, □, △印によってそれぞれ示している。このように、翼領域での半径方向の速度トルクの勾配はお互いに違った値を示す。半径方向の速度トルクの勾配は翼先端近くの流れに大きな影響をもたらすので、案内羽根のピッチ円直径 D_0 の適切な拡大がランナ翼ひねりを改善する意味で有効であろう。また、翼後縁渦糸を取り除くことも有益である。よって、設計されたランナ内でエネルギー損失を減らすことができる。

4. 結 論

改良 Q3D 逆問題解法を実用的見地から水車ランナに対して提案した。逆問題の計算領域を案内羽根の上流からランナ翼出口の下流側までとし、関連する流れ場もランナ内の流れと同時に解いた。ランナ設計に案内羽根と子午面流路形状の影響を考慮し、ランナ入口での流入条件設定の困難さを克服した。

回転流れの支配方程式と翼形状設計の方程式のセットを導いた。 S_{2n} 流面に基づいた初期翼設計の予備計算を採用した結果、 S_1 と S_{2n} 流面の反復計算は減

少し、計算の収束性を改善した。本逆問題モデルは設計仕様の速度トルク分布を調節することで、設計されたランナの性能を制御するのが便利である。この逆問題解法は最適性能を求める軸流水車ランナの最適化設計に応用することができる。

実験結果と有限要素法による直接流れ解析によって、本逆問題モデルの妥当性を検証した。数値結果により、案内羽根のピッチ円直径の適切な拡大が設計された軸流水車ランナの性能改善に有効であることがわかった。

文 献

- (1) Schachenmann, A., et al., Comparison of Three-Dimensional Navier-Stokes Codes with LDA-Measurements on an Industrial Radial Pump Impeller, in: *Pump Machinery*, ASME FED-154, (1993), 231-236.
- (2) Schilling R. and Ritzinger, S., Numerical and Experiment Flow Analysis in Centrifugal Pump Impellers, *Proc. JSME Int. Conf. Fluid Eng.*, (Tokyo), (1997), 207-212.
- (3) Tan, C.S. et al., Theory of Blade Design for Large Deflection: Part II- Annular Cascades, *Trans. ASME J. Eng. Gas Turbine Power*, 106, (1984), 354-365.
- (4) Borges, J.E., A Three-Dimensional Inverse Method for Turbomachinery, *Trans. ASME J. of Turbomachinery*, 112, (1994), 346-354.
- (5) Xu, J.Z., and Gu, C.W., A Numerical Procedure of Three-Dimensional Design Problem in Turbomachinery, *Trans. ASME Journal of Turbomachinery*, 114, (1992), 548-582.
- (6) Zanetti, L., et al., Euler Solver for 3D Inverse Problems, *Proc. Adv. Appl. Comp. Fluid Dynamics*, ASME FED-166, (1988), 71-79.
- (7) Zangeneh, M., et al., Suppression of Secondary Flows in a Mixed-Flow Pump Impeller by Application of Three-Dimensional Inverse Design Method: Part 1- Design and Numerical Validation, *Trans. ASME J. Turbomachinery*, 118 (1996), 536-543.
- (8) Peng, G. and Lin, R., A Three-Dimensional Inverse Method for the Design of Hydraulic Runner with Rotational Coming Flow, in: *Fluid Machinery*, ASME FED-222, (1995), 161-166.
- (9) Wang, Q.H., Zhu, G. X., and Wu, C. H., Quasi-Three Dimensional and Fully Three-Dimensional Rotational Flow Calculation in Turbomachines, *Trans. ASME J. Eng. For Gas Turbine Power*, 107, (1985), 227-285.
- (10) Lin, R. and Peng, G., An Advanced Numerical Simulation Method for Rotational Flow in Hydraulic Turbomachinery, in: *Fluid Machinery*, ASME FED-222, (1995), 173-176.
- (11) Lin, R., Flow Dynamics Theory of Hydraulic Machinery (in Chinese), Beijing: Mech. Ind. Press, (1996), 43-56.
- (12) Peng, G., et al., An Advanced Three-Dimensional Inverse Model for the Design of Hydraulic Machinery Runner, *Proc. Fluid Eng. Conf.*, ASME FED-245, (1998), FEDSM98-4867.
- (13) Peng, G. and Lin, R., Numerical Simulation for the Inflow Field of Hydraulic Turbine Runner, *J. Hydraulic Eng. Suppl.* (1997), 1-7.
- (14) McFarland, E.R., A Rapid Blade-to-Blade Solution for Use in Turbomachinery Design, *Trans. ASME J. Eng. Power*, 110, (1985), 376-382.
- (15) Zangeneh, M., A Compressible Three-Dimensional Design Method for Mixed and Radial Flow Turbomachinery Blades, *Int. J. Num. Methods Fluids*, 13, (1991), 599-624.