極超音速反応流とくさびの干渉*

竹川 国之^{*1}, 杉村 忠良^{*2}

Interference between Wedges and Hypersonic Reacting Flows

Kuniyuki TAKEKAWA^{*3} and Tadayoshi SUGIMURA^{*3} Graduate School, Meijo University,
1-501 Shiogamaguchi, Tenpaku-ku, Nagoya-shi, Aichi, 468-8502 Japan

Purpose of this paper is numerically to make a resolution of interactions between hypersonic reacting flows and wedges. Gas utilized in this study is a stoichiometric hydrogen and oxygen gas mixture which composes 19 elementary reactions with 8 chemical species. A finite difference approximation used in the simulation consists of the MacCormack-TVD scheme and the semi-implicit scheme which treats implicitly chemical reaction terms. The flow Mach number and the half vertical angle of wedge as flow parameters were changed from $M=5$ to 10 and $\theta=15$ to 45 degree, respectively. It was shown in the inviscid flow that an oblique shock wave front and an detonation wave front coexist on the wedge surface depending on a combination of the Mach number and the wedge angle. In the viscous flow model, only the detonation wave front was observed within the content of the calculation conditions.

Key Words: Detonation, Oblique Shock Wave, Numerical Analysis, Hypersonic Reacting Flow, Wave Front Structure

1. 緒 言

極超音速流れと物体の干渉に関する現象の一つに、古くは宇宙いん石の大気への突入が挙げられる。近年の宇宙科学の発展に伴い、この問題は宇宙船の大気圏再突入問題へと置き換えられ、今なお興味深い問題を提供してきている。この種の研究は、昨今では飛しょう体のランチャとしてのラム加速器への応用や、極超音速機の推進システムとしてのスクラムジェットエンジンへの応用などに関連して、さらに発展してきている重要な問題である。従来より、流れとの干渉物体としては、くさびや円すいまたは鈍頭物体である球や円柱などが基礎研究に取り上げられてきた。なかでもくさびと非反応性超音速流れとの干渉問題は、その代表的な研究としてしばしば取り上げられ、その現象として現れる斜め衝撃波の特徴や離脱衝撃波の発生などは単純衝撃波理論によって理論的に取扱われてきた。しかしながら、そこに化学反応が導入された場合、その状況はいくらか異なってくることは容易に類推すること

ができるが、くさび状物体近傍における爆ごう波の生成条件やその安定条件などについての詳細な報告を見つけることはあまり容易ではない⁽¹⁾⁽²⁾。

そこで、本研究の目的はその基礎的データを得るために、くさびへの流入速度とくさびの半頂角との組合せによって、くさび状物体近傍でどのような流れ場が生じるかを数値計算によって明らかにすることである。特に、斜め衝撃波や、その後方における爆ごう波の発生条件、またその両者からなる複合波面構造の形成条件、そして波面の安定性等についての条件を明らかにすることを目的とする。さらに本研究は、複合波面構造を有する場合に斜め衝撃波面から爆ごう波面へと波面が変化する間に存在する遷移領域内において、どのような化学種が主たる寄与をするのかについても検討する。また、粘性効果をも考慮した結果についても、比較・検討した。

本研究では初期条件として、初期圧力と初期温度が、それぞれ 10 kPa と 298.15 K である酸素と水素からなる化学量論混合気を用いられ、数値解析のための差分近似式には MacCormack-TVD スキームが用いられた。なお、化学反応には、8 種類の化学種から構成される 19 個の素反応式が用いられた。

* 原稿受付 1999 年 10 月 20 日。

^{*1} 名城大学大学院 (〒468-8502 名古屋市天白区塩釜口 1-501)。^{*2} 正員, 名城大学理工学部。

E-mail: sugimura@meijo-u.ac.jp

2. 基礎方程式と数値計算法

2.1 基礎方程式 本研究の計算に用いられた反応性気体は、水素と酸素のモル比が2:1の化学量論混合気である。化学反応に関与する化学種としては H_2 , O_2 , H , O , OH , HO_2 , H_2O_2 , H_2O の8種類を考慮し、反応メカニズムは19個の素反応式からなっているものとする。混合気は状態方程式に従うものとし、各化学種の分子量、ガス定数は一定であるが、比熱は温度の多項式で与えられるものとする。また、輸送効果としては粘性のみを考慮するものとするれば、二次元非定常気体力学方程式は、次式のように準保存形のベクトル表示で表すことができる⁽³⁾。

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} = S \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 U は保存変数ベクトル、 E , F はそれぞれ、 x 方向、 y 方向の流束ベクトル、 S は生成項である。各項は以下のように表される。

$$U = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho e \\ \rho_i \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p - \sigma_{xx} \\ \rho uv - \tau_{xy} \\ (\rho e + p)u - u\sigma_{xx} - v\tau_{xy} \\ \rho_i u \end{bmatrix},$$

$$F = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv - \tau_{yx} \\ \rho v^2 + p - \sigma_{yy} \\ (\rho e + p)v - u\tau_{yx} - v\sigma_{yy} \\ \rho_i v \end{bmatrix}, \quad S = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dot{w}_i \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (2)$$

Equation of State;

$$p = \rho \sum_{i=1}^8 Y_i R_i T \quad \dots\dots\dots (3)$$

Total Energy;

$$e = h - p/\rho + \frac{1}{2}(u^2 + v^2) \quad \dots\dots\dots (4)$$

Reaction Rate;

$$\dot{w}_i = W_i \sum_{k=1}^{19} \left\{ (\nu''_{ik} - \nu'_{ik}) \cdot \left[k_{f,k} \prod_{i=1}^8 (C_{Xi})^{\nu'_{ik}} - k_{b,k} \prod_{i=1}^8 (C_{Xi})^{\nu''_{ik}} \right] \right\} \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$k_{f,k} = A_k T^{n_k} \exp\left(\frac{-E_{ak}}{R_0 T}\right) \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここで、 ρ , u , v , p , T , e および h は、それぞれ混合気密度、 x 方向および y 方向の速度成分、圧力、温度、単位質量当たりの全エネルギーおよび全エンタルピーである。また、 ρ_i , W_i , Y_i , R_i および $\dot{w}_i$ は、それぞれ化学種 i の密度、分子量、質量分率、ガス定数および反応生成率を示す。ここで、式(5)に示される反応生

Table 1 Elementary reactions and parameters

	Elementary reactions	A_k	n_k	E_{ak}
(1)	$H+O_2=O+OH$	6.00E14	0.00	16.790
(2)	$O+H_2=H+OH$	1.07E4	2.80	5.921
(3)	$OH+H_2=H+H_2O$	7.00E12	0.00	4.400
(4)	$O+H_2O=OH+OH$	1.50E10	1.14	17.190
(5)	$H_2+M=H+H+M$	2.90E18	-1.00	104.330
(6)	$O+O+M=O_2+M$	6.17E15	-0.50	0.0
(7)	$O+H+M=OH+M$	1.00E15	0.00	-0.497
(8)	$H+OH+M=H_2O+M$	8.80E21	-2.00	0.0
(9)	$H+O_2+M=HO_2+M$	6.76E19	-1.42	0.0
(10)	$HO_2+H=H_2+O_2$	2.5E13	0.00	0.693
(11)	$HO_2+H=OH+OH$	2.51E13	0.00	1.910
(12)	$HO_2+O=OH+O_2$	2.00E13	0.00	0.0
(13)	$HO_2+OH=H_2O+O_2$	1.20E13	0.00	0.0
(14)	$HO_2+HO_2=H_2O_2+O_2$	1.82E12	0.00	0.0
(15)	$H_2O_2+M=OH+OH+M$	3.19E17	0.00	47.100
(16)	$H_2O_2+H=H_2O+OH$	3.20E14	0.00	9.000
(17)	$H_2O_2+H=H_2+HO_2$	4.79E13	0.00	7.950
(18)	$H_2O_2+O=OH+HO_2$	9.54E6	2.00	3.970
(19)	$H_2O_2+OH=H_2O+HO_2$	1.00E13	0.00	1.800

(unit: $cm^3 - mole - sec - kcal$)

Table 2 Parameters for coefficients of viscosity

	$\sigma_i (\text{\AA})$	$T_{\epsilon i} (K)$
H_2	2.920	38.000
O_2	3.458	107.400
O	2.750	80.000
H	2.050	145.000
OH	2.750	80.000
HO_2	3.458	107.400
H_2O_2	3.458	107.400
H_2O	2.605	572.400

成率の式中には反応物質および反応生成物の化学量論係数 ν'_{ik} , ν''_{ik} そして k 番めの素反応式における前進および後退反応に対する速度定数 $k_{f,k}$, $k_{b,k}$ が含まれている。 $k_{f,k}$ は式(6)のように修正アレニウス形で示され、 A_k , n_k , E_{ak} は表1に与えられている。表1は、菱田・林ら⁽⁴⁾によって得られた反応機構であり、衝撃波管による着火遅れ時間や燃焼速度の実験結果とよい一致を与える。

一方、せん断応力項に含まれる粘性係数は、各化学種の組成から次式(7)で算出される⁽⁴⁾⁽⁵⁾。

$$\mu_{\text{mix}} = \frac{\sum_{i=1}^8 X_i \mu_i}{\sum_{j=1}^8 X_j \phi_{ij}} \quad (7)$$

ここで,

$$\phi_{ij} = \frac{[1 + (\mu_i/\mu_j)^{1/2} (W_j/W_i)^{1/4}]^2}{2\sqrt{2}[1 + (W_i/W_j)]^{1/2}} \quad (8)$$

$$\Omega_v = 1.147 \left(\frac{T}{T_{ei}} \right)^{-0.147} + \left(\frac{T}{T_{ei}} + 0.5 \right)^{-2.0} \quad (9)$$

$$\mu_i = 2.6693 \times 10^{-6} \frac{\sqrt{W_i T}}{\sigma_i^2 \Omega_v} \quad (10)$$

上式中の X_i は化学種 i のモル分率で, σ_i , T_{ei} は表 2 で与えられる定数である。

2.2 計算スキーム 本研究で用いられた差分近似法は基本的には MacCormack 法であるが, 数値計算上の硬直性を回避するために, 化学反応項のみを陰的に取扱う半陰解法であり, 以下のように表される⁽⁶⁾。

$$D_{i,j}^n \Delta U_{i,j}^{(1)} = - \left\{ \frac{\Delta t}{\Delta x} (E_{i+1,j}^n - E_{i,j}^n) + \frac{\Delta t}{\Delta y} (F_{i,j+1}^n - F_{i,j}^n) \right\} + \Delta t S_{i,j}^n \quad (11)$$

$$U_{i,j}^{(1)} = U_{i,j}^n + \Delta U_{i,j}^{(1)} \quad (12)$$

$$D_{i,j}^{(1)} \Delta U_{i,j}^{(2)} = \frac{1}{2} \left\{ -\Delta U_{i,j}^{(1)} - \frac{\Delta t}{\Delta x} (E_{i,j}^{(1)} - E_{i-1,j}^{(1)}) - \frac{\Delta t}{\Delta y} (F_{i,j}^{(1)} - F_{i,j-1}^{(1)}) + \Delta t S_{i,j}^{(1)} \right\} \quad (13)$$

$$U_{i,j}^{(2)} = U_{i,j}^{(1)} + \Delta U_{i,j}^{(2)} \quad (14)$$

$$D_{i,j}^n = \left\{ I - \Delta t \cdot \left(\frac{\partial S}{\partial U} \right)_{i,j}^n \right\},$$

$$D_{i,j}^{(1)} = \left\{ I - \frac{\Delta t}{2} \cdot \left(\frac{\partial S}{\partial U} \right)_{i,j}^{(1)} \right\} \quad (15)$$

ここで, 肩付き文字 n はタイムステップ数を表し, 添字 i と j は x 方向と y 方向における格子点座標を表す。上式中の U , E , F および S はそれぞれ保存変数, x と y 方向の流束ベクトルおよび生成項を示す。 D は preconditioning matrix と呼ばれている。また, 人工粘性項としては Harten-Yee 形の TVD スキームを用いて不連続面での安定化をはかった⁽⁴⁾⁽⁷⁾。

Fig. 1 Computational domain and coordinates

2.3 計算領域 図 1 は, 半頂角 θ をもつくさびに相対的な計算領域の配置を座標軸とともに示したものである。すなわち, x 軸はくさび表面に平行にとられ, y 軸はくさび表面に垂直方向にとられた⁽⁸⁾。

ここで用いられたグリッドシステムは計算領域全体にわたって一様な正方形グリッドシステムであり, 格子点間隔は 5×10^{-4} m である。格子点数は 200×62 である。境界条件として, 計算領域左端にはつねに一樣流の初期値が与えられ, 流出条件には各変数の二次の外挿値が用いられた。また, 壁面上においては速度成分が零で, 速度以外の変数に対しては, 壁面を通しての流束がないとする鏡面反射条件が用いられた。初期条件としては, 計算領域全体に一樣流領域の値を用い, 数値計算の開始は, Impulsive start で行われた。

流入速度とくさびの半頂角 θ とのいくつかの組合せに対して, 数値計算が実行された。

3. 数値計算結果と考察

3.1 化学反応機構と計算スキームの検証 本研究で用いられる化学反応機構と計算スキームが, 強い衝撃波の後方で達成されるような高温・高圧領域や複雑な不連続面同士の干渉にも比較的安定な解を与えることができるかどうかを検証するために, チャンネル内を伝ばする二次元非定常爆ごう波の数値解析を行った。図 2 は, その数値計算結果の一部を圧力分布図で表示したものである。これは, 初期圧力 10 kPa の酸素・水素の化学量論混合気中を伝ばする爆ごう波の代表的な挙動を示すものであるが, 二つのとがった部分が衝撃波三重点に対応する圧力分布である。計算領域は 111×69 の格子点数で分割し, 要素の一边が 9×10^{-3} cm の正方一様メッシュで構成された。この条件下では, 二つの三重点が存在し, それらは波面の進捗とともに壁面にはほぼ垂直方向に行ったり来たりする。すなわち, 衝撃波三重点は互いに衝突したり, 壁面に衝突したりして波面上を往復する。爆ごう波の伝ば挙

Fig. 2 Pressure profile of 2-D nonsteady detonation

Fig. 3 Density profiles of H_2 near a wedge surface for various Mach numbers

動を特徴づける安定な波面速度の変動や、衝撃波三重線の運動軌跡から求められる規則的なセル模様は、以前の研究結果⁽⁹⁾とよい一致を示すことがわかった。

3・2 くさびとの干渉 境界層の影響なしに、くさびと超音速流れとの干渉のもとに化学反応がどのようなメカニズムで進行するのかを明らかにするために、第1ステップとして非粘性流について数値計算を実行した。図3は左前方からの流入マッハ数 M による効果を調べるために、くさびの半頂角を $\theta=23^\circ$ に固定し、 $M=5\sim 10$ まで変化させたときのくさび表面上で得られる H_2 密度分布をもって波面形状を表示したものである。ここで、 H_2 の密度分布を選んだのは、一様流領域にもともとあった H_2 が衝撃波圧縮を受け

Table 3 Comparison of wave angles

M	5	7.5	8	8.5	10
β	33.325	30.530	30.243	30.005	29.487
β_{cal}	33.000	30.500	30.000	29.600	29.000
p_2/p_1	8.636	16.760	18.775	20.913	28.099
ρ_2/ρ_1	3.609	4.463	4.587	4.6995	4.974

Fig. 4 Temperature profiles

た後、化学反応によってどのように変化していくかを追跡することが可能だからである。なお、図3のどのグラフも波面上流の一樣流領域は、つねに初期圧力 10 kPa、初期温度 298.15 K の酸素・水素の化学量論混合気で占められているものとしており、グラフ間によっては濃淡の差異が見られるが、皆同一状態である。なお、黒化度が強い所ほど、 H_2 濃度が高いことを意味する。以後、密度分布および温度分布に対する指標の単位はそれぞれ kg/m^3 , K である。

各図の底辺は水平に対して $\theta=23^\circ$ 傾いたくさびの表面を表す。この表面上にある黒い領域は、斜め衝撃波によって圧縮を受けたほとんど H_2 だけの高密度領域である。この斜め衝撃波面の傾きに関して、単純衝撃波理論によって得られた値 β と本計算によって得られた値 β_{cal} とを比較したものが表3である。 β の算出にあたっては、半頂角 $\theta=23^\circ$ と比熱比 $\gamma=1.4$ を用いたが、 β と β_{cal} の値の間にはよい一致がみられた。

なお、表3には単純衝撃波理論によって得られた圧力比 (P_2/P_1) および密度比 (ρ_2/ρ_1) も示されている。図3(a)は斜め衝撃波だけであるが、図3(b)~(e)に示されるように、 $M=7.5\sim 10$ においては波面角度が異なる二つの波面が生じる。このうち、斜め衝撃波面の角度の変化 $|\Delta\beta|$ は 1° 程度とそれほど大きくはないが、圧力比の変化は最大 1.65 倍に達する(表3, Appendix 参照)。

一方、図3(c)に見られるように、この高密度領域

Fig. 5 Induction length against Mach number

(a) Density profiles of H₂ and HO₂

(b) Density profiles of HO₂ and H₂O₂

(c) Density profiles of OH and HO₂

Fig. 6 Density profiles along the wedge surface of $\theta = 23^\circ$ at Mach number 8

Fig. 7 Density profiles of H₂ near wedge surfaces

の下流領域には、波面の傾きがより大きくなった白地の領域(BDEC)が続いている。この領域は、化学反応によってH₂が消費され、H₂Oが多く生成されている領域である。また、図3(c)は、傾きの異なる二つの波面からなっているが、波面の傾きの小さいほうが衝撃波面、傾きの大きいほうが爆ごう波面に対応する。図3(c)の領域ABCと領域BDECの差異を温度分布で明確にしたのが図4である。図4(a)は黒化度で、(b)は等高線で表示したものである。図4は、滑り面を明確に示すため、空間分解能を2.5倍に上げてある。

領域BDECの温度は斜め衝撃波後方領域ABCにおける温度よりもはるかに高く、圧力も同様に高くなる。この高温は化学反応によって達成されるものである。この領域の圧力、温度、密度はいずれも斜め衝撃波後方領域における値よりも高く、初気圧力10 kPa、初期温度298.15 Kにおける2H₂+O₂混合気に対するC-J値($T_{c-J}=3276$ K, $P_{c-J}=175.6$ kPa)よりも大きいので、傾きの大きいほうの波面は一次元的な爆ごう波面であると考えられることができる。

波面が屈曲する点を遷移点、くさび先端からくさび表面上でH₂密度が急激に減少する点までの距離(AC間)を誘起反応距離と名付けるとすると、図5にも示されるようにマッハ数Mが増加するにつれて、誘起反応距離Lは流入マッハ数Mに逆比例して減少していくことがわかる。図5中のLに関する式は、●印の計算点を通る曲線の方方程式である。

さらに、衝撃波圧縮領域と爆ごう領域との間には、反応が急速に進行する遷移領域が存在する [例えば、図 3(c) や図 4(b) の BC 近傍領域参照]。この領域の特徴は、圧力や温度などの値が爆ごう波面後方の値に達していないことや、化学種の分布状態が上記の二つの領域のものと異なっている点である。特に、中間生成物である HO_2 と H_2O_2 の分布に特徴がある。図 3(c) と同じ計算条件のもとに、これらの化学種に対するくさび表面に沿っての密度分布を、図 6(a) ~ (c) に示す。衝撃波圧縮領域から遷移領域へ入る所で、図 6(a) に見られるように、 H_2 が急速に減少しはじめると同時に、その直前で HO_2 が生成される。

また、図 6(b) のように、 HO_2 の発生に遅れて H_2O_2 が生成される。図 6(c) では、その位置での OH の急激な生成が観察されている。特に、 HO_2 のピーク値の所で OH は急速に生成されていることがわかる。なお、 HO_2 と H_2O_2 については分布を見やすくするために、適宜倍率を上げて示してある。以上のことから化学反応として、 HO_2 から直接 OH が生成される場合と、いったん H_2O_2 が生成されてから OH が生成される場合の二つのルートが考えられる。そしてその後、 H_2O が生成されるものと考えることができる。

図 7 は、二つの波面が共存する図 3(c) と同じ流入マッハ数 $M=8$ を用いて、くさびの半頂角 θ の変化による波面形状の依存性を H_2 密度分布で示したもの

Fig. 8 Density profiles of H_2 in a viscous flow

Fig. 9 Density profile in a viscous flow

である。図 3 と同様に、黒化度の強い所ほど H_2 の濃度が高い領域である。

くさびの半頂角は、 $15 \sim 45^\circ$ の範囲で変化させた。図 7(a) の $\theta = 15^\circ$ の場合は、斜め衝撃波による圧縮効果のみが H_2 の密度分布に表れている。波面の角度はくさび表面から約 6° で、単純衝撃波理論から得られる値によく一致している。半頂角が $\theta = 30^\circ$ になると図 7(b) に示されるように、斜め衝撃波部分はくさび先端部分だけにとどまり、波面の大部分は図 3(e) と類似して、爆ごう波面になっている。図 3(c) と比較して、斜面の角度がわずか 7° 大きくなっただけでもかかわらず、波面の遷移点位置は大きく変わることがわかる。また、くさび表面に対する爆ごう波面の傾き角度は 18° で、図 3(c) における角度 26° と比べて 8° も小さくなるが、爆ごう波面の流れに対する角度はそれぞれ 48° と 49° となり、ほとんど同じである。したがって、そこでの圧力もあり大きくは異ならない。図 7(b) における色の濃淡は H_2 密度の大小を示すものであるが、爆ごう波面後方では温度・圧力が高いにもかかわらず一様領域よりも低い密度であるのは、図 3 の場合と同様に H_2 が化学反応により、他の化学種に変化してしまっているからである。爆ごう波面を通過すると、ただちにほぼ一様な密度分布状態になっているのに対し、図 7(c) のように $\theta = 45^\circ$ になると、波面の形状が一変するだけでなく、波面とくさび壁面で囲まれる内部領域における H_2 密度分布も大きく変化することがわかる。すなわち、下流にむけて分布にグラデーションを生じる。この領域内の圧力および温度は、斜め衝撃波と仮定して得られる圧力および温度よりも大きな値を示す。さらに、この条件下では、もはや波面はくさび先端にとどまることなく離脱し、ゆるやかな湾曲面を示す爆ごう波面になる。 θ が大きくなるにつれて、爆ごう波面の後方の圧力、温度が高くなる。また、図 7(b) のような、斜め爆ごう波面 (O. D. W.) 後方では温度と圧力の分布もほぼ一様であるが、図 7(c) のような離脱爆ごう波後方では温度はほぼ一様であっても、圧力分布は密度分布のように下流に行くにつれて低くなる。

図 8 は、超音速化学反応流に粘性を考慮し、 $M=8$ でくさびの半頂角を 23° と 45° とした場合の数値結果を示す。図 3(c) と図 8(a) とは同じマッハ数と半頂角に対して得られたものである。図 3(c) では斜め衝撃波面と爆ごう波面とからなっているが、図 8(a) はくさびの先端に付着した斜め爆ごう波面のみである。 H_2 の密度分布は波面前面で顕著であるだけで、波面後方ではただちに他の化学種へと変化している。壁面

Fig. 10 Wave configurations

境界条件の差異が原因で、壁面上で粘性による高温領域の存在がより速い反応を生じさせることによるものである。さらに、図8(b)は、前出の図7(c)と同じくさびの半頂角とマッハ数で、いずれも離脱した爆ごう波面を示しているが、粘性が含まれると、いくらか異なった挙動を示すことがわかった。下流に進むにつれて、 H_2 の濃度が低くなっているのは同様であるが、波面形状の広がりには差異がでてくる。くさび先端近傍ではほとんど同形であるが、遠ざかるにつれて非粘性の場合と比べると、粘性流の場合のほうが広がり方が小さくなる。これも、壁面近くの境界層による高温分布層の存在による影響であると考えられる。

なお、本論文の計算法で粘性を考慮した場合でも、くさびの半頂角と流入速度の組合せによっては、複合波面形状を得ることができることを図9に示す。図9は、混合気密度の最大値(0.374)と最小値(0.049)の間

Fig. 11 Induction length against half vertical angle

を100等分にした等高線で示してある。

3・3 波面形状の分類 流入速度およびくさびの半頂角を変えた場合、大きく分けて五つのパターンに分類できることがわかった。図10は、その模式図である。図10中U, Dはそれぞれ、気体の一様流入速度と爆ごう波の伝ば速度を意味し、いずれも静止座標に対するものである。また、 P_d および T_d は、初期条件として与えられる混合気から求めたChapman-Jouguet爆ごう波の圧力および温度である。

本研究では、それぞれ、 $P_d=175.6$ kPa, $T_d=3276$ Kであり、これらの値は図3, 7, 8で爆ごう波であるかどうかの判定を行うのに用いられている。

斜め衝撃波が存在する場合は図10(a), (c)である。両者の違いは、くさび表面上で化学反応が急激に発生する領域が存在するかどうかである。急激な反応が起きるためには着火条件を満たすだけの温度や圧力が必要となる。くさびの半頂角と流入速度によって運動エネルギーが熱エネルギーへと変換される量や圧力が決まる。図10(a)は斜め衝撃波によるわずかな反応は起こっているものの、圧縮領域のみが存在する場合で、図3(a)のマッハ数5の場合がこれに対応する。実際、図3(a)の条件の下に、計算領域を壁面に沿って4倍以上に増やしても、遷移領域および爆ごう領域を確認することができなかった。

図10(b)は、波面後方の圧力 P と温度 T がそれぞれ P_0 と T_d を上まわり、かつ、それらから計算される波面速度 D が流入速度 U を超える場合に相当する。したがって、この場合波面は計算領域の上流側へと伝ばしていき、ついには計算領域外へと伝ばしていく。例えばマッハ数5で、粘性流の場合と衝撃波面が離脱を起こす半頂角($\theta > 41.5^\circ$)の場合がこれに当てはまる。図10(e)もほぼ同じ条件だが、この場合は流速が爆ごう波の伝ば速度以上であるので、波面はくさび近傍に定在する。図7(c)と図8(b)がこれに対応する。

Fig. 12 Configuration of detonation in M - θ plane (Inviscid)

Fig. 13 Explosion curve and computational points

図10(c)は、斜め衝撃波下流に遷移領域をとおして斜め爆ごう波が生じる場合で、図3(b)～(e)に対応する。図3(b)～(e)ではくさびの半頂角を一定にして、流入速度 M のみを変化させることによって、誘起反応距離 L がどのように変化するかを観察した。その結果、図5に示したように L は M に逆比例することがわかった。一方、図7(a), (b)と図3(c)からは、同じ流入速度であっても、くさびの半頂角 θ によ

って誘起反応距離 L が変化することが理解できる。

本研究の数値計算から得られた θ と L の関係をグラフに示したものが、図11である。図5と同様に、 L は θ の逆数に比例することがわかる。図5, 11より、 θ および M が大きいほど L が小さくなることがわかる。

計算によって得られた誘起反応距離と着火遅れ時間 t_d との関連についても検討を行った。

Scott らは、以下の実験式を提唱している⁽¹⁰⁾。

$$\log_{10}([O_2]t_i) = -10.647 + (3\,966 \pm 625)/T \quad \dots\dots\dots (16)$$

一方、Strehlow らは次式を提唱している⁽¹¹⁾。

$$\log_{10}([O_2]t_i) = -10.162 + 16\,328/(4.58 \times T) \quad \dots\dots\dots (17)$$

これらの式に、初期条件 $M=8$, $\theta=23^\circ$, $P_0=10$ kPa, $T_0=298.15$ K と、計算値 $T=1\,210$ K, 酸素のモル濃度 $[O_2]=6.38 \times 10^{-3}$ mol/l を代入すると、式(16)から $t_i=2.02 \sim 21.7$ μ s, 式(17)から $t_i=9.47$ μ s と求まる。

一方、数値計算から得られた誘起反応距離 $l=24.3$ mm ($L=48.6$) と流速 $u=3\,750$ m/s から t_i を求めると、 $t_i=6.47$ μ s が得られる。この値は Strehlow らの値と比べると若干小さな値となっているが、Scott らによって得られた範囲内にあることがわかる。よって、本研究は妥当な解を与えているものと考えられる。

図 10(d) はくさび先端部からただちに斜め爆ごう波が形成される場合である。粘性流に対しての計算結果である図 8(a) がこの場合に対応する。流入マッハ数 $M=8$ に対して、衝撃波が離脱するくさびの半頂角は $\theta=43.3^\circ$ である。したがって、図 8(a) の衝撃波面はくさびから離脱することなく付着している。また、粘性効果によりくさび先端部分はよどみ点となっており、高温・高圧が達成される。これが爆ごう波の発生を促すが、流入マッハ数のほうが爆ごう波の伝ばマッハ数よりも大きいと定在する斜め爆ごう波を形成している。

3.4 「マッハ数-偏向角」平面における波面の分類
非粘性流中のくさび周りにおいて得られる波面構造の特徴を「マッハ数-偏向角」平面で表したのが図 12 である。ここで M と θ は、それぞれ流入マッハ数とくさびの半頂角である。曲線 AB は、非反応性気体の場合の衝撃波付着限界曲線に対応する。すなわち、この曲線を越える θ の範囲では、衝撃波はくさびより離れて形成されることを意味する。一方、曲線 CD は、くさびに対して斜め衝撃波を維持できる上限曲線を示している。この曲線より上では、もはや波面は斜め衝撃波だけの形態にとどまることができず、反応による爆ごう波面をも伴った複合波面構造もしくは爆ごう波面だけの単一波面構造となる。図 12 中にプロットされている○印は、本研究で得られた結果で、複合波面構造をもって、なおかつ波面が定在する場合である。□印は、斜め衝撃波面だけが存在する場合を示す。曲線 CD よりも θ の値が少し上昇するだけで斜め衝撃波面

後方の温度は増加し、化学反応が活発となる。その結果、爆ごう波面が形成される。したがって、曲線 CD 以下の状態は、爆発限界曲線の第 3 限界曲線の下方に位置する状態に対応している。

$M=8$ の場合を例にとれば、曲線 CD より上方へ θ を増加させていくにつれて、複合波面構造のうちの斜め衝撃波部分が小さくなっていき、 $\theta=35^\circ$ になるとほとんど斜め爆ごう波面で占められてしまう。図 12 中の●印はこの場合に対応する。なお、○印から●印へと遷移する角度 θ の値は、流入マッハ数 M によって異なる。さらに、曲線 AB を超した+印の所では、波面はくさびの先端から離脱するとともに、波面は曲面となるが、一定の位置に定在する。このことから、反応の有無にかかわらず、曲線 AB は衝撃波面の離脱限界曲線の役割を依然として果たしていることがわかる。ところが、 $M=6$ 以下では、 θ が曲線 AB と CD の間にあっても定在する複合波面構造ではなく、上流へ進行する複合波面構造(△印)が得られる。さらに $M=5$ における*印は離脱爆ごう波面を形成し、時間とともに波面は上流に進行していく場合がある。

一方、粘性を考慮した場合では同じマッハ数 8 であっても曲線 AB 以下の θ では定在する斜め爆ごう波面だけで、曲線 AB を超える場合には曲面で形成された爆ごう波面がくさび先端から離脱した状態で定在する。

図 13 は実験によって得られている爆発限界曲線と数値計算によって得られた斜め衝撃波後方の P と T を $\log P$ - T 平面にプロットしたものである。「マッハ数-偏向角」平面において分布していた計算点は、第 3 限界曲線を横切ってほぼ一つの曲線上に存在することがわかった。第 3 限界曲線の左側のプロット点は、図 12 の曲線 CD より下方にあるプロット点に対応している。また、第 3 限界曲線の近傍領域は HO_2 や H_2O_2 の効果が顕著な所で、次式で表される反応メカニズムを通して OH の発生が促進される。

その結果、反応が活発になり、温度上昇をもたらす。このような反応メカニズムにおける各化学種の反応挙動は、図 6(a)～(c) に示される化学種の挙動とよい対応関係を示している。

4. ま と め

本研究の数値解析により得られた結果を要約すると、以下のようになる。

(1) 非粘性計算においては、くさびの半頂角と流

入マッハ数の組合せによって、波面形状に5とおりのパターンが存在することがわかった。

(2) くさび面上での反応の有無は、斜め衝撃波の下流領域での状態が爆発限界曲線のどちら側に位置するかによって推測することができる。

(3) 本研究において取扱われたくさびの半頂角と流入マッハ数との数々の組合せは、 $\log P-T$ 平面上では第3限界曲線を横切るような曲線上にあることがわかった。

(4) 反応が起き、複合波面構造を有する場合には、斜め衝撃波と爆ごう波の間には遷移領域として爆燃領域が存在する。この領域内での化学種の分布はその前後の二つの領域とは異なり、中間生成物である HO_2 , H_2O_2 , OH の分布割合が大きくなっている。

(5) 酸素・水素の化学量論混合気からなる静止気体中を伝ばする爆ごう波の伝ばマッハ数は約5であるが、流入マッハ数が6の場合でも上流へさかのぼって伝ばする。このときには、過駆動爆ごう波が生じていると考えられる。

(6) 粘性を考慮した場合には、くさびと流れが干渉した時点で温度上昇が大きくなり、そのため非粘性では反応が起きにくくなる場合でも反応し得る。

(7) 爆ごう波面後方の状態には、 H_2 が単純に消費される場合と、波面直後でいったん減少した後、再び増大する場合とが存在する。後者は波面後方の温度が高温になる、つまり、高い流速に対して大きな半頂角をとったり、粘性を考慮したときに起きる。しかしながら、 O_2 についてはこのような現象は見られなかった。

なお、本研究は基礎的データを得ることが第1の目的であった。今後、粘性効果を始めとする輸送効果や、より低い流入マッハ数などを考慮した広い範囲でのさらに詳細な計算を実施することが望まれる。

[付 録]

斜め衝撃波後方の圧力 P_2 は以下のように示される。

$$\frac{P_2}{P_1} = 1 + \frac{2\gamma}{\gamma+1} (M_s^2 \sin^2 \beta - 1) \quad \dots\dots\dots (19)$$

上式から、変化分をとると、

$$\Delta\left(\frac{P_2}{P_1}\right) = \frac{2\gamma}{\gamma+1} (2M_s \sin^2 \beta \cdot \Delta M_s + 2M_s^2 \sin \beta \cos \beta \cdot \Delta \beta) \quad \dots\dots\dots (20)$$

ここで、表3の値を代入してみると、

$$\Delta M_s = (M_{s2} - M_{s1}) = 10 - 7.5 = 2.5 \quad \dots\dots\dots (21)$$

$$\Delta \beta = (\beta_2 - \beta_1) = 29.487 - 30.53 = -1.043$$

$$\Rightarrow -1.043 \times \frac{\pi}{180} (\text{rad}) \quad \dots\dots\dots (22)$$

$$\Delta\left(\frac{P_2}{P_1}\right) = 10.24 \quad \dots\dots\dots (23)$$

である。一方、

$$\Delta\left(\frac{P_2}{P_1}\right) = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)_{M=10} - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)_{M=7.5} \\ \Rightarrow \frac{(P_2/P_1)_{M=10}}{(P_2/P_1)_{M=7.5}} = 1 + \frac{\Delta(P_2/P_1)}{(P_2/P_1)_{M=7.5}} \quad \dots\dots\dots (24)$$

$M=7.5$ における圧力比に対する $M=10$ での圧力比は、各値を代入して約1.65倍になる。このことから、 M による効果が大きいとわかる。

文 献

- (1) Li, C., Kailasanath, K. and Oran, E. S., Detonation behind Oblique Shocks, *Phys. Fluids*, 6-4(1994), 1600-1611.
- (2) Viguier, C., Figueira da Silva, L. F., Desbordes, D. and Deshaies, B., Onset of Oblique Detonation Waves: Comparison between Experimental and Numerical Results for Hydrogen-Air Mixtures, *Proc. 26th Symp. Combust.*, The Combustion Institute, (1996), 3023-3031.
- (3) Kuo, K. K., *PRINCIPLES OF COMBUSTION*, (1986), 161-230, JOHN WILEY & SONS.
- (4) 菱田学・藤原俊隆・林光一, バルスジェット燃焼における火炎構造とその挙動, 燃焼の科学と技術, 3-2(1995), 111-120, サイエンス・コミュニケーションズ・インターナショナル.
- (5) Bird, R. B., Stewart, W. E. and Lightfoot, E. N., *TRANSPORT PHENOMENA*, (1960), 24, JOHN WILEY & SONS.
- (6) Bussing, T. R. A. and Murman, E. M., Finite-Volume Method for the Calculation of Compressible Chemically Reacting Flows, *AIAA J.*, 26-9(1988), 1070-1078.
- (7) 棚橋隆彦, CFD 数値流体力学, (1993), 921, アイピーシー.
- (8) 竹川国之・杉村忠良, 超音速反応流と楔の干渉, 日本機械学会東海支部第48期総会講演会講演論文集, No. 993-1, (1999-3), 293-294.
- (9) Sugimura, T., Takegawa, K. and Yamaguchi, S., Numerical Analysis of a Cellular Detonation, *PROC. 5TH ASIAN SYMP. VISUALIZ.*, (1999-3), 164-169.
- (10) Scott, G. L. and Kinsey, J. L., Kinetic Studies of Hydroxyl Radicals in Shock Waves. II. Induction Times in the Hydrogen-Oxygen Reaction, *J. Chem. Phys.*, 29-5(1958), 1177-1182.
- (11) Strehlow, R. A., Maurer, R. E. and Rajan, S., Transverse Waves in Detonations: I. Spacing in the Hydrogen-Oxygen System, *AIAA J.*, 7-2(1969), 323-328.