HGA 法を用いた複雑形状周りの衝撃波解析*

神保智彦^{*1}, 棚橋隆彦^{*2}Shock Wave Analysis around Complex Objects
Using HGA MethodTomohiko JIMBO and Takahiko TANAHASHI^{*3}^{*3} Department of Mechanical Engineering, Keio University,
3-4-1 Hiyoshi, Kohoku-ku, Yokohama-shi, Kanagawa, 223-8522 Japan

In the present paper, we propose a new method which is called HGA (Hybrid Grid Adaptation) method. It is very important to generate grids easily around complex objects in recent numerical simulations, in order to use limited computer resources efficiently. In the present paper, the kinds of grid, which have great effect on analysis accuracy and efficiency, are paid attention to. In twodimensional problems, we usually use only triangular and quadrilateral grid. The former, which has an advantage of freedom, can apply to complex objects better than the latter. The latter can analyze flow problems more efficiently than the former. So we used hybrid grids to take the advantage of both freedom and efficiency. And we tried to analyze them more efficiently, using HGA method included AGR (Adaptive Grid Refinement) method, which obtains higher resolutions by collecting fine grids only in the location where the change of the physical quantity is intense, based on Hybrid Grid.

Key Words: Computational Fluid Dynamics, HGA Method, AGR Method, FVM, Shock Wave

1. 緒言

近年の数値解析では、解析対象の複雑化に伴う格子生成作業の効率化、及び限りある計算資源の有効活用が重要な課題となっている。格子生成に関しては、格子を任意に生成可能な非構造格子による手法が注目されており、解析手法もそれに対応することが望まれている。一方、計算資源を有効に使用するためには、物理量の変化の激しい箇所のみ格子を集め、解像度を上げる解適合格子 (Adaptive Grid Refinement, AGR) 法¹⁾が必要不可欠である。

本論文では、非構造格子、解適合格子法だけでなく格子生成の容易さ及び計算効率性に大きな影響を及ぼす、解析格子の形状に着目した。二次元では主に三角形格子と四角形格子が挙げられるが、格子形状自由度では三角形格子が、計算効率では四角形格子の方が優れている。つまり、複雑形状問題では、解析領域を可能な限り四角形格子を用い、格子生成が困難な箇所のみを三角形格子を用いて解析を行うことが最も効率が

よい。そこで、格子形状自由度の高い三角形格子と計算効率性の高い四角形格子を混合することにより、格子形状自由度・計算効率性を両立した手法を構築する。さらに、Hybrid Grid に対応した解適合格子 (Hybrid Grid Adaptation, HGA) 法により、更なる効率化を図る。また、Cell-Centered 有限体積法を用いることで、分割された格子とそれに隣接する格子との間に生じる中間節点を残した状態でも、セル境界数を調節することにより流束を評価し計算を行うことができるため、中間節点を一時的に埋める形状の歪みやすい遷移格子が必要なく、計算が不安定になったり、アルゴリズムが複雑になるといった問題が解消される。

圧縮性流体の場合、物理量が不連続である衝撃波等が生じるため、解適合格子法が作用しやすく手法の検証を行いやすい。そこで本論文では、HGA 法を用いた圧縮性流体解析手法を構築し、ベンチマーク問題と複雑形状周りの非定常衝撃波解析を行うことにより、本手法の有効性を検証した。また、三次元解析において格子を一樣に埋めた場合格子数が莫大になってしまうことを考慮すれば、解適合格子法の恩恵を得られるのは二次元よりも三次元の場合の方が大きい。三次元での格子形状は Tetrahedron, Pyramid, Prism,

* 原稿受付 2001年7月6日。

^{*1} 慶應義塾大学大学院(〒223-8522 横浜市港北区日吉 3-14-1)。^{*2} 正員, 慶應義塾大学理工学部。
E-mail: taka@mech.keio.ac.jp

Hexahedron が考えられ、形状適合性では Tetrahedron が、計算効率性では Hexahedron が優れている。しかし、HGA 法の三次元化が行われている例⁹⁾は少なく、本手法は HGA 法の三次元化への指針として行った。

2. おもな記号

a	: 音速
E	: 直交座標系における x 方向の流束ベクトル
e	: 単位領域 (面積) あたりの全エネルギー
F	: 直交座標系における y 方向の流束ベクトル
M	: マッハ数
N_Ω	: セル境界の数
n_x	: セル境界単位法線ベクトル x 方向成分
n_y	: セル境界単位法線ベクトル y 方向成分
p	: 圧力
Q	: 直交座標系における保存量の流束ベクトル
q	: 物理量
s	: セル境界に沿った距離
t	: 時間
u, v	: 速度成分
x, y	: 直交座標
γ	: 比熱比 (=1.4)
ρ	: 密度
Ω	: セル領域
$\partial \Omega$	: セル境界

3. 支配方程式及びその離散化

3.1 支配方程式

流れの支配方程式には二次元圧縮性流体の連続の式、Euler 方程式、エネルギー方程式を用い、これらをまとめてベクトル表示すると、

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

と表される。ただし、

$$Q = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ u(e+p) \end{pmatrix}, F = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ v(e+p) \end{pmatrix} \quad (2)$$

である。系を閉じるために、気体の状態方程式を導入し、圧力は、

$$p = (\gamma - 1) \left\{ e - \frac{\rho}{2} (u^2 + v^2) \right\} \quad (3)$$

と表される。

3.2 有限体積法による定式化

物理量をセル中心で定義する Cell-Centered 有限体積法を用いる。支配方程式(1)をセル領域 Ω にわたって積分すると、

$$\iint_{\Omega} \frac{\partial Q}{\partial t} d\Omega + \iint_{\partial \Omega} \left(\frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} \right) d\Omega = 0 \quad (4)$$

となる。さらに Gauss の発散定理を適用すると、

$$\iint_{\Omega} \frac{\partial Q}{\partial t} d\Omega + \oint_{\partial \Omega} (n_x E + n_y F) ds = 0 \quad (5)$$

と書ける。ここで ds はセル境界に沿った距離である。これより、式(1)は、

$$\frac{\partial}{\partial t} \iint_{\Omega} Q d\Omega + \oint_{\partial \Omega} (H) ds = 0 \quad (6)$$

$$H = n_x E + n_y F \quad (7)$$

と変換される。また、式(6)の非構造格子表示は、

$$\Omega_i \frac{\partial Q_i}{\partial t} + \sum_{l=1}^{N_\Omega} H_l s_l = 0 \quad (8)$$

$$H_l = (n_x)_l E_l + (n_y)_l F_l \quad (9)$$

となる。ただし、添え字 i は格子番号、 l は i の隣接格子の境界の番号を示す。

3.3 流束分離法

流束分離法には SHUS⁴⁾を用いる。数値流束、質量流束はそれぞれ、

$$\hat{F} = \frac{m+|m|}{2} \Phi_L + \frac{m-|m|}{2} \Phi_R + P \quad (10)$$

$$\Phi = \begin{pmatrix} 1 \\ u \\ v \\ H \end{pmatrix}, P = \begin{pmatrix} 0 \\ n_x \bar{p} \\ n_y \bar{p} \\ 0 \end{pmatrix}, \bar{p} = p^+ + p^-$$

$$m = \frac{1}{2} \{ \rho_L U_L + \rho_R U_R - |\bar{U}| \Delta \rho - \frac{|\bar{M}+1| - |\bar{M}-1|}{2} \bar{\rho} \Delta U - \frac{|\bar{M}+1| - |\bar{M}-1| - 2|\bar{M}|}{2} \frac{\Delta p}{\bar{a}} \} \quad (11)$$

と表される。ただし、

$$\bar{M} = \frac{\bar{U}}{\bar{a}}, \bar{\rho} = \frac{\rho_L + \rho_R}{2} \quad (12)$$

$$\bar{U} = \frac{U_L + U_R}{2}, \bar{a} = \sqrt{\gamma \frac{p_L + p_R}{\rho_L + \rho_R}}$$

また、圧力の分離は、

$$p^* = \begin{cases} \frac{1}{4} \left(\frac{U}{\bar{a}} \pm 1 \right)^2 \left(2 \mp \frac{U}{\bar{a}} \right) p & |U| \leq a \\ \frac{U \pm |U|}{2U} p & |U| > a \end{cases} \quad (13)$$

となる。

また, Wada は風上法に対するいくつかのテスト問題を示しているが, それらのいくつかに対して SHUS は十分ではなかった. そのいくつかは次に示す修正を加えることによって改善できた⁽⁴⁾.

圧力補正

$$p' = -\frac{1}{2} [\min(1, \bar{M}) - 1]^2 \bar{\rho} \bar{a} \min(\Delta U, 0) \quad (14)$$

CFL 制限に対する対処

$$\Delta U' = \frac{(\Delta U)^3}{(\Delta U)^2 + \varepsilon \bar{a}^2} \quad (15)$$

3.4 高次精度化

高次精度化には MUSCL 法を用いる. セル i の高次精度化した保存量は Fig.1 のように定義され, 次式を用いて高次精度化される.

$$Q_i^+ = Q_i + \Phi \nabla Q_i \cdot (r_j - r_k) \quad (16)$$

$$Q_i^- = Q_i + \Phi \nabla Q_i \cdot (r_j - r_i) \quad (17)$$

Fig.1: Reconstruction

3.4.1 セル内の勾配 ∇Q の勾配の評価

セル内の保存量の勾配は, 積分経路をセル境界とし, 積分を実行して求める方法を用い, 次式で表される.

$$\nabla Q_i = \frac{1}{\Omega_i} \sum_{j=1}^{N_b} \frac{1}{2} (Q_i + Q_k) n_j s_j \quad (18)$$

Fig.2: Gradient

Fig.3: Limiter (Karman)

3.4.2 流束制限関数 Φ の評価 (Karman の手法⁽⁵⁾)

境界面 l に対して隣り合う要素 j を用いて保存量の単調性を保持する手法であり, 次式で表される.

$$\bar{\Phi}_j = \frac{\min \text{mod}((\nabla Q_i)^2, \beta \nabla Q_i \cdot \nabla Q_k) + \varepsilon}{\nabla Q_i^2 + \varepsilon} \quad (19)$$

$$\min \text{mod}(x, y) = \text{sgn}(x) \cdot \max[0, \min\{x, y \cdot \text{sgn}(x)\}] \quad (20)$$

$$\Phi_i = \min(\bar{\Phi}_1, \bar{\Phi}_2, \dots, \bar{\Phi}_{N_a}) \quad (21)$$

ここで, β は圧縮パラメータであり 1~2 の間をとる. 本研究では, $\beta=1.0$ とした. ε は流れのノイズレベルの値をフィルタリングするパラメータであり, その値は 1.0×10^{-6} である.

4. Hybrid Grid Adaptation Method

4.1 概要

差分法, 有限体積法, 有限要素法に限らず解析格子の大きさは計算の精度に大きく影響する. 解析格子が細かければ細かいほど解像度が向上するのは当然である. しかしながら, 流れの全体的な特徴を正確にモデル化し, かつ局所的な現象 (境界層, 渦, 剥離等) を的確に表現するような格子を生成するのは非常に困難であり, 不可能な場合もある. 多くの場合, 格子モデルは計算に先立ってあらかじめ設定されたものであり, また利用者が経験に基づき計算結果を評価しながら流れ場を精度良く捉えることができるようにモデルを少しずつ変えていくのが一般的である.

これに対し, 解適合格子法は計算を実施しながら変化の激しい箇所に自動的に解析格子を集中させ最適化していく手法で, 利用者による格子の修正が一切必要がないこと, 少ないコストで高解像度の結果が得られるのが特徴である.

4.2 分割・削除の指針値

解析格子の分割・削除では, 物理量の変化の激しい箇所に解析格子を集中させることが目的となる. 圧縮性流体の場合, それらは衝撃波や接触不連続面にあたる. これらを探知するために, 通常, 密度や圧力勾配, もしくは二階微分を組み合わせたものを分割・削除の指針 (Error indicator) として用いる. この指針値の決定方法はいくつか提案されており, 圧縮性流体解析では Löhner⁽⁶⁾ による指針値がよく用いられている. しかし, Löhner は有限要素法解析でこの指針値を提案したもので, 本研究ではセル中心で計算を行う Cell-Centered 有限体積法を用いるため, それに対応した M.Delanaye⁽⁷⁾ が提案したものを採用する. この指針値は以下のように表される.

$$E_i = \frac{\sum_{j=1}^{N_a} |s_j (\nabla_i \rho - \nabla_j \rho)|}{\sum_{j=1}^{N_a} (|s_j \nabla_i \rho| + |s_j \nabla_j \rho| + \gamma (|\rho_i| + |\rho_j|))} \quad (22)$$

$$\gamma = \alpha \left\{ \sum_{j=1}^{N_a} |s_j (\nabla_i \rho - \nabla_j \rho)| + (|s_j \nabla_i \rho| + |s_j \nabla_j \rho|) + (|\rho_i| + |\rho_j|) \right\}^{-1} \quad (23)$$

ただし, $\alpha=0.5$, s_i は隣接セルとのセル中心間距離, 添え字 i は隣接セル, i は着目セルを表す. また, E_i は 0 から 1 の間に必ずおさまる, 分割のめやすになる値を E_{refine} , 削除のめやすとなる値を E_{coarse} とした時に, $E_i > E_{refine}$ なら分割を行い, $E_i < E_{coarse}$ なら削除を行う. これらの値は,

$$E_{refine} \sim 0.15, E_{coarse} \sim 0.05$$

とした. これらの値を変化させることにより, 解析格子の分割・削除される度合いを変えることができる.

4.3 格子の分割・削除

Fig.4: Refining and coarsening of grid

解析格子の分割・削除は初期格子の形状によって異なる. Fig4 のように, 初期格子の形状が三角形の場合 4 つの三角形格子に, 初期格子が四角形の場合 4 つの四角形格子に分割される. そのとき, お互いの格子の間で親子関係 (Fig5 参照) が作られると同時に分割レベル (分割回数) が 1 上がる. 分割レベルに関してはあらかじめ最大値 (max grid level) を設定しておき, 分割レベルが最大の場合分割は行われない. さらに, 必要に応じて格子の面積で分割の制御を行うこともできる. これは, 格子の面積があらかじめ設定しておいた最小面積 (minimum area) よりも小さい場合は, 分割を行わないということである. これは, 分割レベルが最大でなくても, 格子面積が最小面積よりも小さければこちらを優先させる.

逆に格子が削除される場合は, 分割の順番を逆にたどる. つまり, 三角形格子の場合は三角形格子に削除され, 四角形格子の場合は四角形格子に削除される. その際親子の関係は失われ, 子供の格子は削除されメモリが開放される. また, 分割レベルは 1 下がる. 分割レベルが 0 (初期格子) の場合削除は行われない.

Fig.5: Relationship between parent grid and child grids

4.4 分割・削除の判別

分割の判別は以下の手順に従う. 式(22), (23)を用いて格子に分割マークをつける. さらに注目格子と隣接する格子の情報により, 隣接する格子を分割するかどうかを決定する. この作業は隣接する格子との分割レベルの差が 1 以内に抑えられるようになるまで再帰的に繰り返される. このようにすることにより, 物理量の変化の激しい箇所の格子の周辺が余分に分割されているため, クーラン数が 0.10~0.20 程度の計算においては分割を 10 ステップごとに行うだけで十分である.

削除の判別も同様に式(22), (23)を用いて格子に削除のマークをつける. 分割と削除では分割を優先させるため, 分割と削除が重なった場合, 分割マークをつけることにする.

4.5 中間節点の取り扱い

解適合格子法においては格子の分割によって, それに隣接する格子との間に中間節点が生成される. 一般にこの点が生成されたままであると, 計算がうまく行われない. そこで, この点を埋める一時的な格子が必要となり, この格子を遷移格子と呼ぶことにする. この遷移格子には二次元 Hybrid Grid の場合, 三角形格子のものと四角形格子のものの 4 種類の形のものがあ, それぞれの方向に必要なため, 全部で 13 種類必要である. しかし, これを三次元に拡張しようとすると, この遷移格子はさらに増加するため, アルゴリズムがさらに複雑になり, 三次元化は困難になると思われる. 本研究ではセル中心で計算を行う Cell-Centered 有限体積法を用いており, この手法の場合中間節点があってもセル境界数 N_0 を変えるだけで計算を行うことができる.

5. 解析対象

5.1 衝撃波管検証問題

本手法の検証として Fig.6 に示すような衝撃波管検証問題を行う. Hybrid Grid を用い, HGA 法を適用した場合としない場合について厳密解と比較し検討を行う. 計算時間は無次元時間 $t=0.28$ まで計算し, HGA 法は 10 ステップおきに実行する.

Fig.6: Shock tube problem

Table 1: Analysis condition for shock tube problem

	without HGA	with HGA
Grid type
Initial grid number	3000 (1000×2×1.5)	600 (200×2×1.5)
Initial node number	3003	603
Courant number	0.2	
E_{refine}	—	0.05
E_{coarse}	—	0.03
Max grid level	—	4

5.2 円柱周りの非定常衝撃波解析

二次元現象の解析として、円柱周りの非定常衝撃波解析を行う。本解析結果を、実験結果や数値解析結果と比較し検討を行う。

初期格子には Fig.8 に示すような、形状適合性と計算効率を考慮して、円柱近傍に三角形格子を、残りの領域には四角形格子の Hybrid Grid を用い、HGA 法を適用する。HGA 法は 10 ステップおきに実行する。

Fig.7: Analysis domain

Fig.8: Initial grids around cylinder

5.3 CFD 周りの非定常衝撃波解析

本手法の複雑形状への適用性が高いことを示すため、「CFD」周りの非定常衝撃波解析を行う。

「CFD」という形状に特別物理的な意味はないが、曲線や直線が混ざり合っており単純に解析格子を形成することは困難であり、現象としても衝撃波が複雑に干渉しあい、どこに解析格子を集中させるかを判断するのは困難な問題といえ、計算効率、形状適合性共に

Fig.9: Initial grids for CFD shape

優れた HGA 法の検証に適した問題であると言える。本研究では Fig.9 に示すようにまず四角形格子で解析領域を埋め、「C」の前部や内部、「D」の後部など四角形格子では分割しにくい箇所に三角形格子を用いて格子分割する。初期条件は、「C」の手前 0.02 の位置に $M=2.81$ の衝撃波を立てる。

Table 2: Flow conditions around Cylinder and CFD shapes

	Cylinder shape	CFD shape
Initial grid number	2816	1018
Initial node number	2755	944
Courant number	0.2	0.2
Mach number	2.81	2.81
E_{refine}	0.15	0.15
E_{coarse}	0.05	0.05
Max grid level	4	4
Minimum area	—	3.0×10^{-5}

6. 衝撃波管検証問題

6.1 解析結果

Fig.10: Density distribution (with HGA 1494 grids, 1325 nodes)

Fig.11: Pressure distribution

6.2 検討

初期格子に Hybrid Grid を用い、HGA 法を適用しない場合とした場合の比較を行った。

Fig.10, Fig.11 より、密度分布及び圧力分布は、HGA 法を適用した場合、しなかった場合ともに厳

密解に良好に一致している。しかし、HGA 法を適用した場合の方が、格子数が 1/2 以下であるにもかかわらず、しなかった場合よりも接触不連続面などをよく捉えており、解適合格子法のメモリの有効利用に果たす役割が大きいと言える。

7. 円柱周りの非定常衝撃波解析

7.1 解析結果

Fig. 12: Comparison between the present and experimental result ⁶⁾

Fig. 13: Comparison between the present and experimental result ⁶⁾

Fig. 14: Comparison between the present and experiment ⁶⁾ for the triple point path

Fig. 15: Comparison between the present and others' analysis ^{(a),(b)} for pressure distribution shown at several locations on the cylinder

Fig. 16: Comparison between with HGA and without HGA for density contours

7.2 検討

Fig.12, Fig.13 を見ると入射衝撃波, 反射衝撃波, マッハシステム, 及び三重点を高解像度に捉えられており, 実験のシュリーレン写真と定性的に一致している。

Fig.14 は, 三重点の軌跡を示している。本解析は第1三重点, 第2三重点ともに Bryson.A.E らが行った実験結果に良好に一致している。また, Fig.15 は円柱表面の 30° おきの位置での圧力分布を示しており, 本解析結果は J.Y.Yang ら, J.Zoltak らの数値解析結果と良好に一致している。

Fig.16 を見ると, HGA 法を用いずに解析を行った方は, 衝撃波が厚くなり, また三重点も鮮明に捉えられていない。もし, HGA 法を用いた場合の最小格子を全領域に配置したとすると, 約 72 万もの格子数を必要とし, HGA 法を用いた場合の約 10 倍となり, 計算に必要なメモリがさらに必要である。このことから, 解適合格子法が計算メモリの低減化に絶大な効果を発揮することが分かる。

8. CFD 周りの非定常衝撃波解析

8.1 解析結果

Fig.17: Density contours

Fig.18: Analysis grids

8.2 検討

Fig.17(a)では「C」の上下の曲線部分はちょうど半円のようにになっているため, この現象は円柱周りの衝撃波と同じ形になる。ここまでは上下対称になっていることが分かる。Fig.17(b)では「F」の下の方で衝撃波の回折現象が起こり, 衝撃波が曲がり, 渦が生じている。Fig.17(c)では複雑な反射が至るところで生じているが, 入射・反射衝撃波などをシャープに捉えており高解像度の結果を得ていることが確認できる。また, Fig.18 の解析格子図を見ると, 入射衝撃波や反射衝撃波などの物理量の変化の激しい箇所の格子が分割されている。しかし, 所々に格子が無駄に分割されている箇所があり, 今後指針値等の改善が必要である。

非定常衝撃波解析の場合, 衝撃波等の干渉の仕方が複雑であり, 高解像度の解を得るためには予め解析

格子を全解析領域に集中させておく必要がある。もし, そのようなことを行おうと思えば, 計算に莫大なメモリが必要になる。しかし, 本手法は物理量の変化の激しい箇所の格子が自動的に分割される解適合格子法を用いているため, 多少の敷居値の設定などを調節する必要があるが, パラメータを変えるだけで必要な部分にのみ格子を集中させることができ最小限の計算メモリで高精度な解析が行えるため, 非定常衝撃波解析に非常に有効である。また, 解適合格子法を用いない場合ではある程度の解像度を得るためにはかなりの格子数が必要であり, その分, 格子生成においても時間を費やしてしまう。この点においても, 本手法は初期格子数を少なく設定できるため格子生成に時間がかからない。さらに, 本手法は単純な解析領域に四角形格子を, 複雑な箇所 triangular 格子を用いることにより, あ

る程度高品質な格子で解析を行うことが可能であり、複雑形状問題に対して格子生成の容易さと計算効率性の両面において有効であると言える。

さらに、本手法では、解適合格子法を適用することにより、分割された格子とそれに隣接する格子との間に生じる中間節点を残した状態でも、セル境界数を調整することにより流束を評価し計算が行えるため、中間節点を一時的に埋める格子（遷移格子）が必要ない。形状が歪みやすい遷移格子を用いると、計算が不安定になったり、アルゴリズムが複雑なため三次元化が難しいといった問題が生じる。しかし、本手法では遷移格子を必要としないため、そのような問題は解消される。そのため本手法は、遷移格子が必要な手法に比べて三次元化がそれほど困難ではないと思われる。

また、粘性を考慮し Navier-Stokes 方程式を用いた場合、物体近傍に境界層が現れる。境界層内を精度よく解析するには、物体形状に沿って格子を分割する必要がある。そのため、物体形状に沿って格子を分割できる四角形格子を用いなければならない。三角形格子では物体に沿って格子を分割することができず、流束の保存性が悪くなってしまう。さらに、物体形状に直交するように格子を分割した方が精度よく解析でき、三角形格子では、このように格子を分割することができない。しかし、解析対象が複雑な形状をしている場合、四角形格子のみで解析領域を分割しようとすると格子が歪んでしまうし、不可能な場合もある。しかし、格子形状の自由度に優れている三角形格子を物体から離れた箇所に用いることにより、格子の歪みをある程度解消することができる。このことより、Hybrid Grid は、Navier-Stokes 方程式を用いた解析の時に、より威力を発揮できると思われる。

9. 結 言

本論文では、HGA 法を提案し、その有効性を検証し、つぎの結論を得た。

- 1) 衝撃波管問題による検証より、解適合格子法を適用することにより、適用しない場合に比べて格子数が $1/2$ 以下にもかかわらず、より厳密解に近い結果を得ることができ、解適合格子法が計算効率性の向上に大きな役割を果たすことが分かった。
- 2) 形状適合性、計算効率性を考慮し、初期格子として円柱近傍に三角形格子、残りの領域に四角形格子を用い、HGA 法を適用して円柱周りの非定常衝撃波解析を行い、BrysonAE らの実験結果、

J.Y.Yang らや J.Zoltak らの数値解析結果と定性的、定量的に良好に一致する結果を得ることができた。

- 3) 形状適合性、計算効率性を考慮し、初期格子として単純な解析領域に四角形格子を、複雑な箇所三角形格子を用い、HGA 法を適用して複雑形状周り（CFD 周り）の非定常衝撃波解析を行い、最小限の計算メモリで高い解像度の結果を得た。これにより、複雑形状への形状適合性及び高い計算効率性を両立することのできる手法であることが確認できた。

10. 参 考 文 献

- (1) 数値流体力学委員会編、格子形成法とコンピュータグラフィックス、東京大学出版会、1995。
- (2) V.Parthasarathy, Y.Kallinderis and K.Nakajima, A Navier-Stokes Method with Adaptive Hybrid Prismatic/Tetrahedral Grids, AIAA Paper 95-0670, (1995)
- (3) 藤井、流体力学の数値計算法、東京大学出版会、1994。
- (4) 嶋、城之内、設計における数値解析の活用について(その12)―粒子法について―、航空宇宙技術研究所特別資料 (1994), 255-260。
- (5) Karman, S.L. and Spragle, G.S., Development of an Unstructured CFD Method, AIAA Paper, 91-0019, (1991)。
- (6) R.Löhner, An Adaptive Finite Element Scheme for Transient Problem in CFD, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 61, (1987), 323-338。
- (7) M.Delanaye and J.A.Essers, Quadratic-Reconstruction Finite Volume Scheme for Compressible Flows on Unstructured Adaptive Grid, AIAA Journal (1997), vol.35, No.4 631-639。
- (8) Bryson, A.E. and Gross, R.W.F., Diffraction of strong shock by cones, cylinder, and spheres, Journal of Fluid Mechanics, 10(1961), 1-16。
- (9) J.Zoltak and D.Drikakis, Hybrid upwind methods for the simulation of unsteady shock-wave diffraction over a cylinder, Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering, 162(1998), 165-185。
- (10) J.Y.Yang, Yen Liu, and Harvard Lomax, Computation of shock wave reflection by circular cylinders, AIAA Journal, 25-5(1987), 683-689。
- (11) 吉田、HGA 法を用いた複雑形状まわりの非定常衝撃波解析、慶應義塾大学修士論文(1999 年度)。