壁近傍を上昇する水中気泡に働く低レイノルズ数域における揚力*

竹村 文男^{*1}, 高木 周^{*2}, 松本 洋一郎^{*2}

Lift Force on a Bubble Rising near a Wall in Water below Reynolds number of 20

Fumio TAKEMURA^{*3}, Shu TAKAGI and Yoichiro MATSUMOTO^{*3} Institute for Energy Utilization Research, National Institute of Advanced Industrial Science and Technology,
1-2 Namiki, Tsukuba-shi, Ibaraki, 305-8564 Japan

Lift force on a spherical gas bubble rising near a wall in water was measured experimentally below Reynolds number (Re) of 20. We developed an experimental apparatus in which a CCD camera with a microscope follows the rising bubble. We used it to precisely measure the bubble radius, the rising speed and the distance between the bubble and the wall (L) and then estimate the lift force for $Re < 20$. We also proposed the equation for estimating the lift force by modifying the analytical solution obtained under the Oseen approximation and compared with the experimental results. The results reveal that the lift force can be expressed by the analytical solution for $Re < 1$. However, in the regime of $Re > 1$, the experimental values are larger than the analytical values and the lift force should be expressed by a function of Re and L^* . We also proposed a predicting equation for the lift force as a function of Re and L/R by fitting the experimental data.

Key Words: Bubble, Multi-Phase Flow, Viscous Flow, Lift Force, Wall Effect

1. 緒 論

化学エネルギーを利用した熱エネルギー輸送システム, オゾンなどを用いた水質浄化技術において液相化学反応が重要なテーマとなっている。液相反応においては, 反応ガスの溶解過程が反応律速となることが多く, その溶解促進のために, サブミリオードの気泡直径をもつマイクロ気泡を活用することは, かくはん動力を抑えるための省エネルギー技術として大きな意味をもつ。

液相反応における総括的な反応速度を予測するうえで, 反応器内の流動解析は重要であるが, その中でも壁近傍の気泡は, 壁の存在により揚力を受けることから, 気泡の挙動を把握するために揚力を定量的に評価することは重要である。特に, 水中の気泡は水の純度により振る舞いが異なることから, その影響についての考察は重要である。

水中の気泡は超純水と呼ばれる非常にきれいな水中では, 界面で滑りのある状態, すなわち Fluid Sphere

として振る舞うが⁽¹⁾⁽²⁾, 界面活性剤など不純物が含まれる水中では, 不純物を吸着して徐々に抵抗が増大し^{(3)~(6)}, 十分不純物が吸着した後には固体球と類似した振る舞いを示す⁽⁷⁾。特に, Zhang らは⁽⁶⁾ 界面活性剤の濃度によっては固体球のように振る舞うまでの距離が数 m にまで及ぶことがあることを報告している。したがって, Fluid Sphere から固体球のように振る舞いまでの遷移過程を含めて水中において壁近傍を上昇する気泡の揚力を評価することは重要である。

壁近傍を壁面に平行に移動する粒子が受ける力に関する解析には, Vasseur ら⁽⁸⁾, Cox ら⁽⁹⁾, McLaughlin⁽¹⁰⁾, Cherukat ら⁽¹¹⁾ などがある。いずれの場合も接合漸近展開法を用いて, 壁近傍を上昇する粒子に働く揚力および抗力の Oseen 近似レベルの解を計算している。Vasseur ら⁽⁸⁾ は, 壁が十分遠くにあり, 漸近展開の外部領域に壁が存在する場合を, Cox ら⁽⁹⁾ は, 壁が内部領域にある場合を解析している。また, McLaughlin⁽¹⁰⁾, Cherukat ら⁽¹¹⁾ は, せん断のある流れに対して, Vasseur ら⁽⁸⁾ と Cox ら⁽⁹⁾ の解析をより一般化し, 解析結果の適用範囲の拡張を行っている。

実験による固体球の壁近傍の揚力測定は Vasseur ら⁽⁸⁾ が, Re 数が 0.1 程度の低い領域において行っている。彼らは, 2 枚の鉛直平板間を沈降する粒子に働

* 原稿受付 2001 年 9 月 17 日。

^{*1} 正員, 産業技術総合研究所(〒305-8564 つくば市並木 1-2)。^{*2} 正員, 東京大学大学院工学系研究科。

E-mail: takemura.f@aist.go.jp

く揚力を、平板に垂直な方向の速度から求めており、彼らの導いた理論解と良好な一致を示している。

著者の一人⁽³⁾は、顕微鏡付きのカメラを移動させながら、静止流体中を上昇する気泡の上昇速度と気泡径を同時に測定する装置を考案し、水中を上昇するガス気泡の抵抗係数を測定し、抵抗係数を5%以内の精度で評価している。また、著者ら⁽¹²⁾⁽¹³⁾はこの装置を応用し、シリコンオイル中、すなわち気液界面が滑り条件となる場合の球形ガス気泡の壁近傍の上昇速度および揚力を測定した。さらに、壁近傍を上昇する気泡に働く抵抗力と揚力を求めるために、Vasseur ら⁽⁸⁾の結果を応用した式を提案し、実験結果との比較から提案式の適用性について論じている。

本研究では、この装置を用いて水中における球形気泡の壁近傍の揚力を低・中レイノルズ領域 ($Re < 20$) において測定した。特に界面活性剤を十分加えることにより、固体球として振る舞う気泡について検討した。実験では、水中に板を挿入し壁を作り、その近傍を上昇するガス気泡に顕微鏡付きのカメラを追従させながら撮影した。そして、その画像から測定した気泡径、上昇速度、気泡と壁面距離の結果から、気泡に働く揚力を評価した。また、Vasseur ら⁽⁸⁾が求めた揚力と比較するとともに、 $Re < 20$ において適用可能な揚力に対する簡便な相関式を提案した。

2. おもな記号

F_D : 抵抗力 N

F_L : 揚力 N

L : 気泡中心・壁面間距離 mm

L^* : 無次元気泡中心・壁面間距離 $= LU/\nu$

R : 気泡半径 mm

Re : レイノルズ数 $= 2RU/\nu$

U : 気泡の鉛直方向速度 mm/s

W : 気泡の水平方向速度 mm/s

μ : 液体の粘性係数 mPa·s

ν : 液体の動粘性係数 mm²/s

添字など

x : x 方向

z : z 方向

3. 揚力測定実験

図1に揚力測定実験装置を示す。本実験装置は、テストセクション、気泡発生部、ステンレスプレートと、顕微鏡、640×480ピクセルの画素をもつCCDカメラ、ビデオ装置などの測定系、光学用 z 軸ステージ、ステージコントローラ、ビデオ入出力用ボードおよびそれ

Fig. 1 Schematic of the experimental apparatus

らを制御するパーソナルコンピュータなどの制御系からなる。実験装置、実験方法、実験データ整理方法についての詳細は文献(12)、(13)に詳しく記載されていることから、ここでは省略するが、本実験では気泡径が0.2 mm以下と小さいことから、視野が約1.6 mm×1.2 mmの高倍率のレンズを用い、気泡径と気泡中心・壁面間距離の測定精度向上を図った。

実験温度は25.0°Cである。水は固体球と同様の振る舞いをする気泡の揚力を測定するために、超純水(比抵抗値: 18.2 MΩ)に約0.1 mol/m³のペンタノールを溶解させた水を用いた。ここで、0.1 mol/m³という濃度について触れておく、Zhang ら⁽⁶⁾は、約0.75×10⁻³ mol/m³ Triton X-100溶液を用いて気泡の上昇速度変化を測定する実験を行い、気泡が固体球として振る舞うようになるまでの距離が約10 cmである結果を得ている。本実験の界面活性剤の濃度は、彼らの実験における濃度の100倍以上であること、およびペンタノールの分子量がTriton X-100に比べて十分小さいことから、本実験での気泡が固体球へ遷移するまでの距離は10 cmより十分小さいことが予想できる。実際の測定においても固体球と同様の抵抗係数となることを確認した。

また、水の粘性係数および動粘度は、ペンタノールの影響はまったくなく、それぞれ0.9 mPa·s、0.9 mm²/sであった。測定した気泡径の範囲は約50~200 μm、 Re 数は約1~20、壁からの無次元距離 L/R は2.5~10であり、この範囲では気泡は球形を保つことを画像から確認した。

4. 揚力の評価

本実験のように定常状態が仮定できる場合⁽¹³⁾には、力の釣合いは模式的に図2のように表せる。浮力は、鉛直方向から少し傾いた方向に上昇する気泡に働く抵抗力と揚力の合力と釣り合う。特に、揚力は抵抗力の z 方向成分とほぼ釣り合う。したがって、実験的に求まる z 方向速度 W から気泡の抵抗力が求まれば、それが求める揚力となる。

しかしながら、壁から遠ざかる気泡に働く抵抗力を評価するためには、壁の影響を考慮する必要がある。著者ら⁽¹²⁾⁽¹³⁾は、壁近傍を上昇する滑り気泡に働く x 、 z 方向の抵抗力を、Vasseur ら⁽⁸⁾の結果を応用した式、すなわち壁からの影響を Oseen 近似、それ以外の抵抗を無限流体中での以下の Mei らの式⁽¹⁴⁾で評価したモデルによって、低・中 Re 数域においても十分評価できることを示している。

$$F_D = 4\pi\mu RU h(Re) \quad \dots\dots\dots (1)$$

ただし、

$$h(Re) = 1 + \left\{ \frac{8}{Re} + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{3.315}{Re^{0.5}} \right) \right\}^{-1}$$

ここでも、その手法を用いて z 方向の抵抗力を評価する。ただし、本実験では固体球のように振る舞う気泡を取扱っていることから、無限流体中の抵抗力は滑り気泡の場合の式と異なり、固体球に適用可能な式を用いる必要がある。ここでは、無限流体中の抵抗力を、 Re 数が 0.01~20 の範囲で適用可能である以下の式で評価した⁽⁷⁾。

$$F_{D\infty,z} = 6\pi\mu RU a f(Re) \quad \dots\dots\dots (2)$$

ただし、

Fig. 2 Schematic of the force balance among buoyancy force, drag force and lift force

$$f(Re) = 1 + 0.1315 Re^{(0.82 - 0.05 \log_{10} Re)} \\ (0.01 < Re \leq 20)$$

である。また、 $\alpha = W/U$ である。

壁面に平行に移動する粒子に働く力を求める際に Vasseur ら⁽⁸⁾が用いた Oseen 近似では、慣性項は x 方向速度で定義される Re 数で展開している。本実験では、粒子は壁に平行ではなく、角度 α をもちながら移動する。したがって、Vasseur ら⁽⁸⁾の場合と異なり、 z 方向の慣性力も考慮する必要がある。しかし、 z 方向と x 方向の速度比が実験結果において最大 0.01 であることから、 z 方向の慣性力は x 方向の慣性力に比較して小さいとして、 z 方向に対して Stokes 近似を行った。

以上から得られた式を用いて Vasseur ら⁽⁸⁾と同様に解を求めると、以下の z 方向の力の釣合式が得られる。ただし、解の導出については文献(8)あるいは文献(13)に詳しく記載してあることから、ここでは省略する。

$$3\pi\mu RU Re I_L = F_{D\infty,z} + 3\pi\mu RU a Re I_{D,z} \quad \dots\dots (3)$$

ここで、

$$I_L = \frac{3}{4\pi L^{*2}} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \frac{\chi + \rho}{\chi - \rho} (e^{-\rho} - e^{-\chi})^2 \rho d\rho d\phi \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$a I_{D,z} = \frac{3a}{4\pi L^{*2}} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \frac{\rho^2}{i \cos \phi} \left\{ \left(\frac{e^{-2\rho}}{\rho} - \frac{e^{-2\chi}}{\chi} \right) + \frac{2(e^{-\rho} - e^{-\chi})^2}{(\chi - \rho)} \right\} d\rho d\phi \quad \dots\dots\dots (5)$$

ただし、 $\chi^2 = \rho^2 + i\rho L^* \cos \phi$ であり、 I_L は Vasseur ら⁽⁸⁾の結果と同一であり、 $I_{D,z}$ は著者らが Vasseur ら⁽⁸⁾の方法を用いて得た滑り気泡に対する解と同様にして求めたものである⁽¹³⁾。

$Re \rightarrow 0$, $L^* \rightarrow 0$ の極限で I_L , $I_{D,z}$ の値および力の釣合いはそれぞれ、

$$I_L = \frac{3}{32}, \quad I_{D,z} = \frac{9}{8L^*}, \quad F_L = 6\pi\mu RW \left(1 + \frac{9}{8} \frac{R}{L} \right) \quad \dots\dots\dots (6)$$

となり、抵抗力については Stokes 近似に対する解となる⁽¹⁵⁾。

一方、 L^* が大きくなると、 I_L および $L^* I_{D,z}$ の値は漸近解と異なり、式(4)および式(5)を数値的に積分して求める必要がある。図3に L^* に対する I_L および $L^* I_{D,z}$ の値を示す。図3中、実線は式(4)を数値積分した値、破線は式(5)を数値積分した値を表す。図3より、 L^* が大きくなるにしたがい、 I_L と $L^* I_{D,z}$ の値がどちらも小さくなることがわかる。特に、 L^* が1前後においてその変化が大きい。また、 L^* が10

を超えたあたりで壁の影響がほとんどなくなることがわかる。つまり、 Re 数が小さくても距離が十分離れれば、壁の影響を受けず、あるいは、距離が近くても Re 数が大きければ壁の影響を受けにくいのは共通した傾向である。実際 x 方向については、本実験の条件 $Re > 0.9$ かつ $L^* > 3$ において、無限流体中の上昇速度に対する減少は 3% 以下であり、壁の影響は軽微であった。

実験結果からは、気泡径、上昇速度、気泡・壁面間距離が測定され、 Re 数、 L^* 、気泡・壁面間距離の時間変化から計算される z 方向速度 W が評価される。したがって、式(5)で $I_{D,z}$ を計算すれば、式(3)より近似的に揚力が計算できる⁽¹³⁾。実際、Vasseur ら⁽⁸⁾の低 Re 数領域における実験によれば、 L^* が 1 以上の領域、つまり十分壁から離れた領域において測定した垂直方向の速度 W は、 $UReL/2$ とよく一致している。この結果を式(3)に代入し、 Re が小さいことを考慮すれば右辺第 2 項は零となる。すなわち、 L^* が 1 以上の領域では壁から離れる際の抵抗力 $I_{D,z}$ は相対的に小さいことがわかり、近似式として十分であることが確かめられる。

ここでは、理論解と比較を容易にするために I_L で比較を行った。このとき、 I_L は以下のように計算される。

$$I_L = \frac{2W}{URe} \left[f(Re) + \frac{R}{L} L^* I_{D,z} \right] \dots \dots \dots (7)$$

ここで、 I_L の不確かさについて触れておく。 I_L は W 、 Re および L/R の関数であり、それらの不確かさは気泡径、上昇速度の測定値、気泡・壁面間距離およびその時間変化に起因する。この中で、最も不確かさの大きいものは W であり、これは気泡・壁面間距離の時間変化を三次関数でフィティングした後、その時間微分で評価しているからである。相関式に対する

誤差解析⁽¹⁶⁾より、 W には 5~15% 程度の不確かさが含まれている。

気泡径の測定値の不確かさは、測定における人為的な誤差としての画像 1 ピクセル分(約 25 μm)の不確かさを含む。壁からの距離については、壁の面が多少ぼけていることから、5 ピクセル程度の不確かさを含む。上昇速度の不確かさでは、気泡の重心位置測定での人為的な誤差に起因するものが大きい。これは、気泡とカメラの相対速度の誤差となることから、気泡の上昇速度が小さいほど上昇速度の不確かさが相対的に大きくなる。相対速度の不確かさは移動速度に関係なく約 0.2 mm/s と評価できる。したがって、10 mm/s で上昇する場合には 2%、100 mm/s で上昇する場合には 0.2% が不確かさとなる。これらに動粘度の不確かさを加えて誤差の伝ば⁽¹⁶⁾を考慮して誤差解析を行った。

5. 結果と考察

5.1 $1 < Re < 5$ の場合における壁の影響 図 4 に $Re = 0.9, 2.5, 5.0$ の場合における L^* に対する I_L を示す。図 4 中、記号は実験結果で、実線は式(4)を数値的に積分して求めた $I_{L,analytical}$ (以下 $I_{L,a}$)である。

図 4 より、 $Re = 0.9$ の結果はほぼ理論解と一致している。このことから、 Re が小さい領域では Vasseur ら⁽⁸⁾の解と一致することがわかる。 $Re = 2.5$ の場合には理論解よりも高い値となっている。滑り気泡の場合においても、 $Re = 0.8$ の場合には理論解とほぼ一致するが、 $Re = 2.1$ では理論解よりも高い値となることから、滑り気泡と同様の傾向を示す⁽¹³⁾。

ところで、本実験における気泡の抵抗係数は固体球のものと一致しているが、Cuenot ら⁽⁴⁾によれば、気泡周りの近傍の流れ場は厳密には固体球周りの流れ場とは異なるという結果を得ている。しかしながら、本実験結果が示すとおりその影響は小さく、固体球と同

Fig. 3 $L^* I_{D,z}$ and $I_{L,z}$ as a function of L^*

Fig. 4 I_L as a function of L^*

様に振る舞う水中の気泡が壁から受ける揚力は、固体球が受ける揚力と同じと考えてよい。

一方、 Re が大きくなるにしたがい、理論解と実験値は定性的には一致しているが、揚力の値としては実験値のほうが理論解よりも大きくなる。この傾向は、滑り気泡と同様の結果である⁽¹³⁾。Vasseur ら⁽⁸⁾の解である式(4)は、 Re 数が十分小さいことを仮定し、 $O(Re)$ で求められた解である。したがって、 $Re > 1$ では解の適用外であり、本実験結果との差として反映されている。一方、 L^* が一定の場合において比較すると、 Re 数が小さいほうが理論解に近いことがわかる。これは、 Re 数が小さくなるにしたがい、Vasseur ら⁽⁸⁾の解を導くための仮定である低 Re 数という仮定より厳密に満たすからである。

しかしながら、 $Re > 2$ において理論解から揚力を推測すること、すなわち揚力を L^* の関数として記述することは難しい。つまり、揚力は Re 数と L^* の関数として記述しなくてはならない。 x 方向の抵抗力に関しても同様のことがいえるが、 $Re > 1$ では無限流体中での抵抗力に比較して壁の影響が相対的に小さい(本実験条件では3%以内)ことから、理論解が定性的に壁の影響を評価できていれば、実験値と理論解には大きな差が生じない⁽¹²⁾。しかし、揚力の場合には理論解が定量的に揚力を評価できなければ、実験値と理論解の差が気泡の z 方向の運動に直接的に影響を与え、実験値と理論解から計算される軌跡に大きな狂いが生じる。したがって、揚力を Re 数と L^* の関数として厳密に記述する必要がある。しかしながら、この結果を得ることは容易でなく、直接数値計算などと比較する必要がある。

5.2 $5 < Re < 20$ の場合における壁の影響 図5に $Re = 7.7, 14.2, 17.7$ の場合における L^* に対する I_L を示す。図5中、記号は実験結果で、実線は $I_{L,a}$ で

Fig. 5 I_L as a function of L^*

ある。

図5より、 $Re < 20$ において、揚力の値は実験値のほうが理論解よりも大きいこと、 L^* が一定の場合においては、 Re 数が小さいほうが理論解に近いことは、 $Re > 1$ の場合と同様であるが、 Re 数が大きくなるにしたがいその違いは大きくなっている。したがって、この範囲の Re 数の揚力の評価も、直接数値計算などにより求める必要がある。

すでに述べたように揚力係数 I_L は $Re < 1$ の範囲では L^* の関数として表せるが、 $Re > 1$ では Re 数と L^* あるいは、 Re 数と L/R で表す必要がある。図6に $Re = 0.9, 2.5, 6.1, 14.2, 17.7$ の場合について、 L/R 数に対する $I_L/I_{L,a}$ を示す。

図6より Re 数が大きくなるにしたがい、比が大きくなることを確認できる。滑り気泡の場合と比較すると、 $Re < 20$ において、理論解との比が2~3倍程度であったが⁽¹³⁾、固体球の場合には6倍程度まで大きくなっている。 $Re < 1$ ではともに理論解に一致することから、この違いは Re 数が大きくなることで顕在化してきたものである。Vasseur ら⁽⁸⁾の解の導出過程によれば、気泡や粒子に働く力を、Oseen 近似を用いて外部領域の流れ場から求める場合には、気泡および粒子から受ける力の力点として取扱うことが可能である。つまり、この導出法では、Stokes 抵抗力の違い $4\pi\mu UR$ と $6\pi\mu UR$ に反映される以外に界面の境界条件や粒子サイズを考慮する必要がない⁽¹⁷⁾。

しかし、 $Re > 1$ における理論解との比は、同じ Re 数で比較すると、固体球の場合のほうが大きくなっている。これは、Stokes 抵抗力で規格化した滑り気泡と固体球の無限流体中での抵抗力[それぞれ $h(Re)$ と $f(Re)$]を比較すると、固体球のほうが大きいことが一つの理由としてあげられるが、実際の値はその比以上に異なっている。このことは、もはやこの領域では

Fig. 6 Normalized I_L as a function of L/R

粒子を力点とみなせず、界面の境界条件や粒子サイズの影響を考慮する必要があることを示している。

そして、この影響により水中の気泡は壁の影響をより高い Re 数まで受けることとなっている。このことは、流れ場全体で考えると、水中気泡のほうが界面で滑り条件となる気泡に比べて、壁に寄りにくいという結果につながる。

一方、 $I_L/I_{L,a}$ に対する L/R の依存性について考えると、本実験範囲では $I_L/I_{L,a}$ の値は L/R の単調減少となっており、 Re 数が大きくなるにしたがいそのこう配が急になっている。これは、界面近傍の渦度と壁との干渉が、壁に近づくにしたがって強くなり、粒子から受ける力を力点としてみなすことができなくなることが一つの理由として考えられる。また、別の理由として Re 数が大きくなるにしたがい、慣性の効果がより強く表れてくるとも考えられる。ポテンシャル理論で考えると、流路が狭くなる壁側の圧力が下がり、壁側に引っ張られる力が生じる。境界条件は異なるが、二つの粒子が並んで上昇する場合においては $Re=50$ において引力が働くという数値計算結果もある⁽¹⁸⁾。ただし、本実験で引力が観察されたことはなかったから、複合的な要因であると考えるが、前者の影響が大きいため壁面近傍の壁面近傍で $I_L/I_{L,a}$ の値が大きくなったと考えられる。

5.3 $Re < 20$ に対する揚力の推算式 これまでの議論から $Re < 1$ では Vasseur ら⁽⁸⁾ の解が適用できるが、 $Re > 1$ における厳密解は直接数値計算などから求める必要があることがわかった。しかしながら、抗力に比較して揚力は小さいことから、直接数値計算を行うことも決して容易ではない。ここでは、厳密性はやや落ちるが、実用性を重視することを考え、実験結果を利用して簡便な推算式を求めることを試みる。

図6の結果および考察から、界面近傍の渦度の干渉が大きな理由として挙げられるとすると、 $L/R \rightarrow \infty$ での $I_L/I_{L,a}$ の漸近値は力点として求めた $f(Re)$ に近づくというのが比較的合理的な考え方である。これを考慮に入れ、 $I_L/I_{L,a}$ を Re 数と L/R の関数として相関式にすると以下ようになる。

$$g(Re) = \frac{I_L}{I_{L,a}f(Re)} = 1 + 0.05Re^{1.5} \left(\frac{R}{L} \right)^{0.1Re^{0.63}} \quad \dots\dots\dots (8)$$

この式は $Re \rightarrow 0$ で、1に漸近することから、低 Re 数領域でも用いることができ、相関式と実験値の相対的な違いの最大値は約15%である。また、この式の適用範囲は $3 < L/R < 6$ であるが、 $I_L/I_{L,a}$ の値は滑らかに変化することから、 L/R が10程度まで使用しても軌

Fig. 7 Trajectory of bubbles

跡の計算において大きな狂いは生じないを考える。

この式を使うことにより、式(7)を変形して以下のように W を求めることができる。

$$W = \frac{1}{2} \frac{URe}{f(Re) + \frac{R}{L} L^* I_{D,z}} g(Re) f(Re) I_{L,a} \quad \dots\dots\dots (9)$$

したがって、 $I_{L,a}$ を多項式などで近似すれば、気泡径および L の情報だけで、簡便に揚力および W を求めることができる。図3に示される $I_{L,a}$ をフィティングすると、

$$\begin{aligned} I_{L,a} &= 0.0947 - 0.00147L^* \\ &\quad - 0.0239L^{*2} + 0.00932L^{*3} \quad (0 < L^* < 1) \\ I_{L,a} &= 0.109 - 0.0345L^* \\ &\quad + 0.00470L^{*2} - 3.05 \times 10^{-4}L^{*3} \\ &\quad + 7.66 \times 10^{-6}L^{*4} \quad (1 \leq L^* < 10) \\ I_{L,a} &= 0.83286L^{*-2.1254} \quad (10 \leq L^* < 100) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (10)$$

となり、式(8)と式(9)を合せて得られた z 方向速度を時間で積分することにより、気泡の履歴を計算することができる。図7に壁近傍を上昇する気泡の軌跡を示す。シンボルは実験値を示し、実線、破線および一点鎖線は推算式を積分して得られた結果である。ここで、推算式の積分では気泡径と壁からの初期位置のみを与えて計算した。また、 x 方向の速度は壁の影響がないものとして式(2)から計算を行い、 z 方向の壁の影響は無視した。図7よりどの場合においても十分精度よく気泡の軌跡を計算でき、推算式を用いた簡便な方法が十分適用可能であることがわかる。

6. 結 論

壁近傍を上昇する水中球形気泡の揚力を実験的に測

定し, Vasseur ら⁽⁸⁾の結果を応用した揚力を評価する式と比較した。その結果として以下の結論が得られた。

(1) $L^* > 3$ の条件においては, 気泡の x 方向上昇速度の減少は 3% 以下であることから, 壁の影響を考慮しなくてもよい。一方, z 方向では壁の存在による揚力が発生し, 壁から遠ざかる方向に移動する。

(2) $Re < 1$ の条件では, 理論解とよく一致し, 固体球のように振る舞う気泡は粒子と同様の揚力を得ることが確認できた。 $Re > 1$ では, 理論解と実験値は定性的には一致するが, 揚力の値は実験値のほうが理論解よりも大きくなる。また, Re 数が高くなるにしたがい, 理論解との比は大きくなることから, 水中の気泡の場合には壁の影響をより高い Re 数まで受ける。

(3) 実験値と理論解の比を Re 数と L/R の関数で表し, $Re < 20$ かつ $3 < L/R < 6$ で適用可能な簡便な揚力の評価式を提案し, その適用性を確認できた。

文 献

- (1) Duineveld, P. C., The Rise Velocity and Shape of Bubbles in Pure Water at High Reynolds Number, *J. Fluid Mech.*, **292**(1995), 325-332.
- (2) 寺門秀一・竹村文男・矢部彰, 水中の微小気泡の上昇挙動に及ぼす汚れの影響, 機論, **67**-656, B(2001), 955-960.
- (3) Takemura, F. and Yabe, A., Rising Speed and Dissolution Rate of a Carbon Dioxide Bubble in Slightly Contaminated Water, *J. Fluid Mech.*, **378**(1999), 319-334.
- (4) Cuenot, B., Magnaudet, J. and Spennato, B., The Effect of Slightly Soluble Surfactants on the Flow around a Spherical Bubble, *J. Fluid Mech.*, **339**(1997), 25-53.
- (5) Liao, Y. and McLaughlin, J. B., Bubble Motion in Aqueous Surfactant Solutions, *J. Colloid Interface Sci.*, **224**(2000), 297-310.
- (6) Zhang, Y. and Finch, J. A., A Note on Single Bubble Motion in Surfactant Solutions, *J. Fluid Mech.*, **429**(2001), 63-66.
- (7) Clift, R., Grace, J. R. and Weber, M. E., *Bubbles, Drops and Particles*, (1978), 30-141, Academic Press.
- (8) Vasseur, P. and Cox, R. G., The Lateral Migration of Spherical Particles Sedimenting in a Stagnant Bounded Fluid, *J. Fluid Mech.*, **80**(1977), 561-591.
- (9) Cox, R. G. and Hsu, S. K., The Lateral Migration of Solid Particles in a Laminar Flow Near a Plate, *Int. J. Multiphase Flow*, **3**(1977), 201-222.
- (10) McLaughlin, J. B., The Lift on a Small Sphere in Wall-Bounded Linear Shear Flows, *J. Fluid Mech.*, **246**(1993), 249-265.
- (11) Cherukat, P. and McLaughlin, J., The Inertial Lift on a Rigid Sphere in a Linear Shear Flow Field Near a Flat wall, *J. Fluid Mech.*, **263**(1994), 1-18.
- (12) 竹村文男・高木周・松本洋一郎, 壁面近傍における球形ガス気泡の上昇速度, 機論, **66**-648, B(2000), 2087-2094.
- (13) 竹村文男・高木周・松本洋一郎, 壁面近傍を上昇する球形ガス気泡に働く揚力, 機論, **66**-649, B(2000), 2320-2326.
- (14) Mei, R., Klausner, J. F. and Lawrence, C. J., A Note on the History Force on a Spherical Bubble at Finite Reynolds Number, *Phys. Fluids*, **6**(1994), 418-420.
- (15) Happel, J. and Brenner, H., *Low Reynolds Number Hydrodynamics*, (1963), 58-95, 286-331, Martinus Nijhoff Publishers.
- (16) Benedict, R. P., ほか 5 名, Measurement Uncertainty, ANSI/ASMEPTC 19-1(1985), 1-55.
- (17) Legendre, D. and Magnaudet, J., A Note on the Lift Force on a Spherical Bubble or Drop in a Low-Reynolds-Number Shear Flow, *Phys. Fluids*, **9**(1997), 3572-3574.
- (18) Kim, I., Elghobashi, S. and Sirignano, W. A., Three-Dimensional Flow over Two Spheres Placed Side by Side, *J. Fluid Mech.*, **246**(1993), 465-488.