衝撃波管内の RAYLEIGH-TAYLOR 不安定性の実験観察*

王 曉 亮^{*1}, 伊 藤 基 之^{*2}

Experimental Observations of Rayleigh-Taylor Instability in a Shock Tube

Xiao-Liang WANG and Motoyuki ITOH^{*3}^{*3} Department of Mechanical Engineering, Nagoya Institute of Technology,
Gokiso-cho, Showa-ku, Nagoya-shi, Aichi, 466-8555 Japan

Rayleigh-Taylor instability in a shock tube has been investigated experimentally. Such instability was produced by accelerating a liquid column down a vertical circular tube employing shock wave impact. In the experiments, water, decane and glycerin solution, were used respectively as the testing fluid to study the instability at the gas/liquid interface. A combination of decane and salt solution was used to study the instability at the liquid/liquid interface. The resulting instability of the gas/liquid interface and the liquid/liquid interface was recorded and later analyzed using high-speed video images. Cavity formation was observed in the middle of the gas/liquid interface soon after the shock wave impact; bubbles and spikes then developed across the rest of the interfacial plane. Flow visualizations show that surface tension and viscosity greatly affects the instability development. Measurements show that the growth coefficient of the cavity is about twice of that of the bubbles. The growth coefficient of the bubbles is nearly independent of the Atwood number, while the growth coefficient of spikes is sensitive to the Atwood number.

Key Words: Shock Wave, Rayleigh-Taylor Instability, Turbulent Mixing, Flow Visualization, Bubble, Spike, Cavity, Growth Coefficient

1. 結 言

重力下では、重い流体が軽い流体の上にあるとき、その界面は流体力学的に不安定であることが知られている。この現象は Rayleigh-Taylor(RT)不安定性といわれ、密度勾配と圧力勾配の積が負である時 ($\nabla \rho \cdot \nabla p < 0$)、異なる密度の二流体間の界面で生じる⁽¹⁾⁽²⁾。この不安定性は浮力駆動であり、流体力学の基礎問題として、天体物理学⁽³⁾、核融合⁽⁴⁾、レーザー⁽⁵⁾、二相流⁽⁶⁾、プラズマ⁽⁷⁾など、広い分野の応用に関連する。

RT 不安定性の成長は三段階に分けることができる。第一段階は擾乱振幅が波長より十分に小さい時に、RT 不安定性の発展は線形であり、次式のように成長する⁽⁸⁾。

$$h(t) = h_0 \exp(\sqrt{Akg't}) \quad (1)$$

ここで、 $h(t)$ は時間 t での振幅、 h_0 は初期振幅である。Atwood 数は $A = (\rho_1 - \rho_2)/(\rho_1 + \rho_2)$ で、 ρ_1

と ρ_2 はそれぞれ重い流体と軽い流体の密度である。 k は波数、 g' は加速度である。

第二段階として $kh > 1$ の時、不安定性の発展は非線形になり成長率が減少する。このとき界面で初期擾乱が發展するため、重い流体は軽い流体中に spike を成長させ、軽い流体は重い流体中に bubble を成長させる。この段階で bubble は定速で成長する、その速度は次式のように表される⁽⁹⁾。

$$V_b = F\sqrt{Ag'D} \quad (2)$$

ここで V_b は bubble の速度、 F は定数、 D は bubble の直径である。

第三段階で、不安定性は乱流混合に發展する。Read らの自己相似性(self-similarity)の分析によって、混合領域の長さ h_i は t^2 に比例して成長し、次式のように表される⁽¹⁰⁾。

$$h_i = \alpha_i g' A t^2 \quad (3)$$

ここで、 α は成長係数、 $i = b, s$ はそれぞれ bubble と spike を表す。

1950 年代以来、Lewis⁽¹⁰⁾をはじめ、多くの研究者が RT 不安定性の実験を行った。これまでの実験研

* 原稿受付 2001 年 7 月 26 日。

^{*1} 名古屋工業大学大学院。^{*2} 正員、名古屋工業大学工学部(〒466-8555 名古屋市昭和区御器所町)。

E-mail: mitoh@megw.mech.nitech.ac.jp

究は界面の初期擾乱によって大きく二種類に分けられる。第一は周期的な定波長擾乱の発展であり、理論モデルの基礎としている⁽⁶⁾⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾。第二は界面に初期擾乱を与えないものである⁽⁹⁾⁽¹²⁾⁽¹³⁾。

本実験では既報⁽¹⁴⁾に引き続き、ポイント擾乱という新しいタイプの初期擾乱の RT 不安定性発展を報告する。流体の界面で理想的なポイント擾乱を実験的に発生するのは非常に困難であるため、このようなポイント擾乱の RT 不安定性発展に関する実験は非常に少ない。Volchenko と Meshkov⁽¹⁵⁾はゼリーを用いることで、流体表面でポイント擾乱を作ることができたが、彼らの実験は火薬を用いて駆動したため、実験結果の解釈は複雑になる。

後に示すように、このようなポイント初期擾乱は、衝撃波管で、衝撃波が液面に衝突し、液柱が加速することによって、気液界面に生じることを発見した。本論文では、このポイント擾乱の不安定性発展をはじめ、気液と液液界面で生じた不安定性の挙動を高速カメラを用いて観察した結果について述べる。また、可視化結果に基づいて不安定性の成長係数の測定結果を報告する。

2. 実験装置および実験方法

実験装置の概略を図 1 に示す。衝撃波管は主にヘリウムで満たした高圧室 I と、液体を入れた低圧室 II から成り、鉛直に立てられた。高圧室 I と低圧室 II を分離する隔膜にはマイラフィルムを用いた。本実験では、隔膜の破断圧力は約 0.25MPa である。また、液柱全体を管内で加速するために、低圧室 II の下に下端開口の延長パイプ III を設けた。低圧室とパイプ III を分離する隔膜には、アルミ箔を用いた。また、液柱の底が平面を保つようにするため、液柱とアルミ箔の間にテフロンディスクを置いた。

実験するとき、高圧室の入り口直前に設けたバルブにより、高圧室内の圧力を調整し、マイラ隔膜の破断圧力を超えた後、マイラフィルムが破断することで液柱に衝撃波が衝突し、アルミ膜を破断させてテフロンディスクごと液柱が加速する。

作動流体と物性は表 I に示す。Case A, B, C はそれぞれ水、デカン、グリセリン水溶液(70wt%)を使用して、気液界面を形成する。水より、デカンの表面張力は小さく、グリセリンの粘度は高いので、Case B と Case C はそれぞれ表面張力と粘度の影響を調べることができる。Case D はデカンと食塩水を用いた。デカンの密度が食塩水に比べて小さいの

で、デカンが上、食塩水が下という配置にした。また、デカンと食塩水は混和しないため、はっきり液液界面が形成される。このようにして、液柱を下に加速させるとき、気液(Case A, B, C)と液液界面(Case D)での密度勾配は下向き、圧力勾配は上向きで、 $\nabla p \cdot \nabla \rho < 0$ となり、界面の RT 不安定性の発展を観測することができる。

Fig. 1 Schematic of the experimental facility.

Table I Fluid combinations and physical properties

(ρ : density, σ : surface tension, μ : dynamic viscosity)

Case	Fluid 1/Fluid 2	ρ_1/ρ_2 (g/cm ³)	σ (mN/m)	μ_1 (mPa · s)
A	Water/Air	1/0.00012	73.6	1.005
B	Decane/Air	0.73/0.0012	23.9	0.84
C	Glycerine Solution/Air	1.18/0.0012	63.4	22.5
D	Salt Solution/Decane	1.14/0.73	23	—

現象の観察方法としては、高速カメラ(Phantom V4.1, Vision Research Inc., USA)と一眼レフカメラ(Nikon F3)の二種類を使用した。撮影のトリガーは、マイラフィルムと液面の間の直径方向に設置した直径 0.3 mm のシャープ芯が衝撃波によって折れ、その時発生するパルス信号によって入る。

3. 可視化結果および考察

3.1 加速度 水柱の加速度を求めるために、まず時間によるテフロンディスクの変位を測定した。縦軸を変位の平方根とし、横軸を時間としてグラフにプロットして、最小二乗法により直線を求めた。

加速度一定であれば、変位の平方根は時間に比例し、加速度は直線勾配の二乗の 2 倍になる。図 2 は典型的なデータを示し(時刻 0 はトリガーが入った時を示す)、この場合の加速度は約 260 m/s^2 となっている。

Fig. 2 Typical plot of the square root of disk displacement Z versus time t .

3.2 気液界面での cavity の可視化(case A) 図 3 は、作動流体が水の場合で、液柱加速中の気液界面の様子である。最初に、液面の中心に cavity と呼ばれるくぼみが観測された。この cavity は、液面が下降するにつれ、次第に大きくなる。また、図 3(f)以降では cavity は黒く写っており、これは水が cavity 中に入ったためと考えられる。この水が入った cavity の形状は不規則に変化している(図 3(g)-(n))。なお、図 3(i)-(m)では、cavity は液面から分離しているのが観測される。

図 4 は気液界面における不安定性の発展初期の拡大写真である。図 4(b) からポイント擾乱が見られる。このポイント擾乱は縦横に拡大し、cavity を形成する。そして、この cavity は半球状から楕円形に変形して、図 4 (g) で水滴が cavity 中に落ち込んで楕円形を崩すことがわかる。

Fig.4 A sequence of high-speed video images showing the development of RT instability at the water/gas interface. Time interval between the frames is 2 ms. For scale, the outside diameter of the tube is 45 mm.

図 5 に、一眼レフカメラによって上部から撮影した液面の様子を示す。矢印で示すようにポイント擾乱が界面の中心に発生することが確認できる。このポイント擾乱は次第に大きくなり、cavity に成長する。写真から、この cavity のふちが円形であることがわかるが、これが後に初期界面に対して上向きに運動して、spike に発展することが観測された。

Fig. 3 A sequence of high-speed video images showing the development of RT instability at the water/gas interface. Time interval between the frames is 2 ms. For scale, the outside diameter of the tube is 45 mm.

Fig. 5 Front view of the point perturbation and the cavity formation at the water/gas interface using open shutter camera. Times relative to the shock arrival at the interface for each photograph are (a) 3 ms, (b) 5 ms, (c) 7 ms, (d) 9 ms.

前報⁽¹⁴⁾で衝撃波を与えていない場合、このようなポイント擾乱の発生と cavity の形成は観測されることがなかった。しかし、今回行った実験では、この現象は非常に再現性が良いことがわかった。ポイント擾乱の発生の原因は次のように考えられる。すなわち、気体と液体の音響インピーダンス比は非常に小さいため、液中の反射衝撃波は気液界面でほとんど全部膨張波の形で反射する。そして、この膨張波によってポイント擾乱が発生したと考えられる。

3.3 気液界面での bubble と spike の可視化(case A)

Fig. 6 A sequence of high-speed video images showing the development of RT instability at the decane/gas interface. Time interval between the frames is 2 ms. For scale, the outside diameter of the tube is 45 mm.

Fig. 7 A sequence of high-speed video images showing the development of RT instability at the glycerin/gas interface. Time interval between the frames is 2 ms. For scale, the outside diameter of the tube is 45 mm.

図 3 に示すように、液面の下降速度は徐々に速くなっていく。中心部以外の液面も不安定性が発展し、気体が液体中に貫入して、bubble と呼ばれる気泡、spike と呼ばれるスプラッシュがみられ(それぞれ図 3 の矢印で示す)、両方とも時間とともに発達していき、最終的に乱流混合に発展する。

bubble は三次元的で、人の指を突っ込んだような形となっており、RT 不安定性の別の名称である fingering 不安定性⁽¹⁶⁾が見られたともいえる。さらに、bubble のサイズは異なっており、パイプの断面でランダムに分布する。大きい bubble は小さいものより速く伸びていき、その先端と小さい bubble との距離は次第に広がっていく。この現象は bubble competition⁽¹⁷⁾と呼ばれる。また、大きい bubble は自己相似性(self-similarity)⁽¹⁸⁾を保ってさらに大きくなっていく。spike は質量保存により bubble に比べて細長く発展することが観測された。

bubble の形成については以下のように考えられる。初期の平坦界面は独立な無数の Fourier モードの波の重ね合わせであると考えられる。Taylor⁽²⁾の線形理論によると、この無数の波の中に最も成長し

やすい波長が存在する。つまり、この波長より短い波は表面張力により抑えられ、一方この波長より長い波は成長速度が遅いために追従できない。この波長 λ_{FG} は表面張力、加速度、密度差によって決定され、次のように与えられる⁽¹⁸⁾。

$$\lambda_{FG} = 2\pi\sqrt{3\sigma/g'(\rho_1 - \rho_2)} \quad (4)$$

本実験で、式(4)で与えられる各 case の λ_{FG} の値を表 II に示す。

Table II The fastest growing wavelength λ_{FG}

Case	A	B	C	D
λ_{FG} (mm)	5.8	3.9	4.9	1.6

一方、spike の形成は次のように考えられる。管壁で、表面張力により初期擾乱と見なされるメニスカスが存在する。不安定性は最初に管壁のメニスカスのところから発展し、bubble に成長する。そして、管壁付近の bubble の成長によって、気体が液体中に貫入し、中心部の液体は押し出されて、最終的に spike を形成するのである。

3.4 作動流体の影響(Case A, B, C の比較) 図 6 はデカン/空気界面の不安定性の発展を示す。図 3 に比べて、二つの主な特徴がある。まず、デカンは水に比べて表面張力が小さいため、 λ_{FG} が小さくなり(表 II を参照)、これによってデカンに形成される finger 状の bubble は水の場合より細くなる。また、図 6(i)以降に見られるように、spike の先端は roll up し、きのこ形状を呈することが観測された。デカンは表面張力が低いため、Kelvin-Helmholtz (KH) 不安定性が发展しやすく、このきのこ形状は KH 不安定性によるものと考えられる。また、きのこ形状の先端が噴霧化することも観測された。

図 7 はグリセリン/空気界面の不安定性発展を示す。グリセリン水溶液の粘性は水に比べて高いため、cavity 形成過程に二次不安定性は発生しにくく、cavity はより大きく成長することができる。図 7 では、水に比べてより大きな cavity が形成されていることが観測できる。

また、図(h)から(i)の間では spike の上縁は急速に収縮している。この収縮による流体の衝突により、上側に糸状のスプラッシュを形成し、また同時に下側に液体ジェットが発生する。下へのジェットは cavity 壁を貫き、これによりまた新しい cavity を形

成することが観測された。この新しい cavity は液柱の加速に伴い膨張してゆく。

図 7 のような下方向へのジェットは図 3 に示す液体が水の場合にも発生するものと推測できる。よって、図 3 の cavity が液面から分離するのは、この下方向へのジェットによるものと考えられる。しかし、図 7(i)のようにジェット発生時に cavity が十分大きい場合、図 3 のような cavity の液面からの分離は見られなかった。

Fig. 8 A sequence of high-speed video images showing the development of RT instability at the salt water/decanol interface. Time interval between the frames is 2 ms. For scale, the outside diameter of the tube is 45 mm.

3.5 液液界面での不安定性の可視化 図 8 は液液界面での不安定性の発展を示す。不安定性はほとんどパイプの全断面で一様に軸方向に発展することが観察された。この時、上下 mixing front はそれぞれ spike と bubble を呼ばれる⁽⁹⁾。また、気液界面のような中心部から生じる cavity が見られなかった。これは、液体と液体の音響インピーダンスは近くて、界面で反射した膨張波は弱いいため、液液界面でポイント擾乱が発生しなかったためと考えられる。

4. 成長係数の測定

4.1 成長係数測定方法 RT 不安定性の成長係数 α は、テフロンディスクの変位 Z に対する bubble 長さ h_b と spike 長さ h_s の最小二乗法による直線近似で得られ(各部分の長さを図 9 に示す)、次の式で定義される。

$$h_i = h_{i0} + \alpha_i 2A \left(\frac{1}{2} g' t^2 \right) = h_{i0} + 2\alpha_i AZ \quad (5)$$

式(5)は式(3)と一致し、成長係数 α_i は直線の勾配 $2\alpha_i A$ 割る $2A$ になる。本実験では、気液界面での $A \approx 1$ で、液液界面では $A \approx 0.22$ である。また、式(3)は乱流混合段階でのみ有効なので、式(5)中の h_{i0} は初期(乱流混合段階に至らない時)の不安定性の成長を調節するために用いた。

Fig. 9 Schematic and nomenclature used for data analysis.

4.2 成長係数測定結果 図 10, 11, 12 はそれぞれ気液界面の cavity, 気液界面の bubble と spike, 液液界面の bubble と spike の成長係数の測定結果を示す。得られた成長係数を表 III にまとめて示す。図 10 で示したように、cavity に対して、

$$dD/dZ = 0.43, \quad dH/dZ = 0.24 \quad (6)$$

となる。ここで、 D は cavity の横方向直径、 H は縦方向の長さである。また、式(6)より $dD/dH=1.8$ が得られ、cavity は自己相似性(self-similarity)を保て縦横同時に広がることがわかる。また、cavity の成長係数は気液界面の bubble の成長係数 $\alpha_b=0.061$ の二倍に近い。

気液と液液界面の bubble の成長係数はほとんど変わらない。よって、bubble の成長係数は Atwood 数にほとんど影響されないことがわかる。また、気液界面の spike 成長係数 0.32 は液液界面の spike 成長係数 0.0702 より非常に大きいので、spike の成長係数は Atwood 数に影響されやすいことがわかる。

Fig. 10 Diameter D and height H of the cavity as a function of the water column displacement Z .

Fig. 11 Bubble and spike amplitudes versus the displacement Z of the Teflon disk for the water/gas interface. Lines are least squares fits for growth coefficients α_b and α_s .

Fig. 12 Bubble and spike amplitudes versus the displacement Z of the Teflon disk for the salt water/decane interface. Lines are least squares fits for growth coefficients α_b and α_s .

Table III Growth Coefficient

	α_b	α_s
Cavity	0.12	-
Gas/Liquid	0.0610	0.32
Liquid/Liquid	0.0614	0.0702

また、気液と液液とも最小二乗法で得られた直線を見ると、 $Z=0$ のとき、 h_b の値は正であることがわかる。これは初期段階の bubble の成長係数が乱流混合段階の成長係数より大きいためであると考えられる⁽²⁾⁽⁸⁾⁽⁹⁾。

5. 結言

衝撃波管内の液柱を衝撃波によって加速することで、気液と液液界面で生じた不安定性の挙動について、高速カメラと一眼レフカメラで観察した結果、以下の結論が得られた。

- (1) 衝撃波と液面が衝突した後すぐに、気液界面の中心にポイント擾乱が発生し、cavity に成長して液中に閉じ込められることが観察された。また、中心以外の界面に bubble と spike の発展も観察された。
- (2) 液液界面の不安定性はほとんどパイプの全断面で一様に軸方向に発展することが観測された。
- (3) 表面張力と粘性は RT 不安定性の発展に大きな影響を及ぼす。
- (4) 気液界面で形成された cavity の縦方向成長係数は 0.12 で、bubble の成長係数 0.0610 の二倍に近い。
- (5) bubble の成長係数は Atwood 数にほとんど影響されないが、spike の成長係数は Atwood 数によって大きく変化する。

また、本実験のようなポイント擾乱の RT 不安定性の発展を理論的に解明するために、今は CIP アルゴリズムを用いて数値シミュレーションを行っている。

終わりに、本研究に関して貴重な文献を送っていただいた Russia Federal Nuclear Center, Institute of Experimental Physics の E.E. Meshkov 博士に、深

く感謝の意を表す。また、名古屋工業大学学生で本研究に精力的に携わってくれた岸本薫実君と吉田充徳君に感謝する。

文 献

- (1) Rayleigh, Lord, *Scientific papers*, **2**(1990), 100.
- (2) Taylor, G.I., *Proc. R. Soc. London, Ser. A*, **201**(1950), 192-196.
- (3) Kane, J., ほか 7 名, *Astrophys. J.*, **528**(2000), 989-994.
- (4) Lindl, J.D., *Inertial Confinement Fusion* (Springer, New York, 1998).
- (5) Hecht, J., ほか 5 名, *Laser Part. Beams*, **13**(1995), 423.
- (6) Jacobs, J.W., Catton, I., *J. Fluid Mech.*, **187**(1988), 353-371.
- (7) Piriz, A.R., *Phys. Plasmas*, **8**(2001), 997-1002.
- (8) Davies, R.M., Taylor, G.I., *Proc. R. Soc. London, Ser. A*, **200**(1950), 375-390.
- (9) Read, K.I., *Physica D*, **12**(1984), 45-58.
- (10) Lewis, D.J., *Proc. R. Soc. London, Ser. A*, **202**(1950), 81-86.
- (11) Waddell, J.T., Niederhaus, C.E., Jacobs, J.W., *Phys. Fluids*, **13**(2001), 1263-1273.
- (12) Hosseini, S.H.R., Ogawa, T. and Takayama, K., *J. Visual.*, **2**(2000), 371-380.
- (13) Schneider, M., Dimonte, G., and Remington, B., *Phys. Rev. Lett.*, **88**(1998), 3507-3510.
- (14) Wang, X.-L., Itoh, M., Shi, H.-H., Kishimoto, M., *Jpn. J. Appl. Phys.*, **40**(2001), 6668-6674.
- (15) Volchenko, O.I., ほか 3 名, *Sov. Tech. Phys. Lett.*, **15**(1989), 19-21.
- (16) 太田隆夫著, 界面の不安定性とパターン形成, 共立出版, 1985.
- (17) Layzer, D., *Astrophys. J.*, **122**(1955), 1.
- (18) Bellman, R., Pennington, R.H., *Q. Appl. Math.*, **12**(1954), 151.