境界層流れの不安定性に及ぼす流路回転と曲率の影響*

(凹面上境界層の遷移)

長谷川 豊^{*1}, 菊山 功 嗣^{*1}松本 伸^{*2}, 西川 道 夫^{*3}Wall Curvature and Spanwise Rotation Effects on Instability of
Boundary Layer Flow

(Boundary Layer Transition on Concave Wall)

Yutaka HASEGAWA^{*4}, Koji KIKUYAMA,

Noboru MATSUMOTO and Michio NISHIKAWA

^{**} Graduate of Engineering, Nagoya University, Furo-cho, Chikusa-ku, Nagoya-shi, Aichi, 464-8603 Japan

The behavior of the boundary layer flows in rotating channels such as the flow in impeller passages of turbomachinery is dominantly influenced by the centrifugal and Coriolis forces due to the wall curvature and system rotation, respectively, which predominate the boundary layer development by suppressing or promoting the turbulent motion. Though many studies have been performed about the turbulent boundary layer over a concave or convex surface in the stationary state, the resultant effects due to the Coriolis force in the rotational frame of reference have been scarcely researched. In the present study the velocity and turbulent intensity are measured near the concave surface in two different channels whose radii of center line curvature are 1 000 mm and 2 000 mm, respectively, on the rotating system. When the Coriolis force acts toward the concave wall due to the channel rotation, the transition of the boundary layer to the turbulent state is promoted because the Görtler instability is enhanced. For the prediction of the boundary layer transition, Görtler number can be an appropriate parameter because the transition occurs at the point where Görtler number exceeds 7, irrespective of the axial Reynolds number, rotation rate, or curvature radius of the wall.

Key Words: Boundary Layer, Transition, Stability, Velocity Distribution, Coriolis Force, Centrifugal Force, Görtler Number

1. 緒 論

ターボ機械の設計, 性能の評価において, 羽根車内部の流動状態を推定, 把握することが必要である。しかし, これらの流れは流路の回転および曲がりの影響下において, 羽根面や側壁上の境界層が発達するとともに, 境界層の干渉に関連して二次流れが生じるため, 非常に複雑なものとなる。したがって, これまで多くの研究者により, 流路の回転, 壁面の曲率が内部流れに及ぼす影響が調べられており, 境界層の安定性に関する研究も多く見られる。

曲面上の乱流境界層においては, 遠心力の影響により凸面上では乱れは抑制され, 凹面上では促進されることが知られており, Bradshaw⁽¹⁾ は曲率をもった流路における遠心力と回転している直線流路においてのコリオリの力が類似な関係にあることを示した。Johnston⁽²⁾ や, 児山ら⁽³⁾ はコリオリの力による乱流境界層の安定性への影響を調べた。著者ら⁽⁴⁾ は, 曲がり

流路を用いて流路の凹面側および凸面側における乱流境界層に作用する遠心力と, 曲面のスパン方向を軸として流路を回転させた場合のコリオリの力による影響を実験的に明らかにした。

一方, 層流境界層に対して, Matsson-Alfredsson⁽⁵⁾ は, 縦渦の発生と乱流境界層への遷移に及ぼす流路回転の影響を実験により調べた。松原ら⁽⁶⁾ は, 回転平板上の層流境界層に働くコリオリの力による不安定性の影響に関して実験を行っている。

著者ら⁽⁷⁾ は, Aouidefら⁽⁸⁾, Zebib-Bottaro⁽⁹⁾ と同様に, 回転曲面上における層流境界層の不安定性に関する数値解析を行い, コリオリの力がゲルトラ渦の発生に寄与することを示した。さらに, コリオリの力は正圧側において T-S 形不安定性を抑制し, 負圧側では促進することを明らかにした⁽¹⁰⁾。

ここでゲルトラ形不安定性とは, 流れ方向に増幅率をもち, スパン方向に波数をもつゲルトラ渦によって引き起こされる不安定性であり, 流れ方向およびスパン方向へ増幅率をもつ T-S 波による不安定性が T-S 形不安定性である。

本研究は, 回転流路の凹面側に沿った境界層に関して凹面曲率, 回転率, レイノルズ数を変化させて実験を行い, かく乱の成長による平均速度場の変化とそれ

* 原稿受付 2001 年 5 月 18 日。

^{*1} 正員, 名古屋大学大学院工学研究科(☎ 464-8603 名古屋市中種区不老町)。^{*2} 准員, 富士電機(株)。^{*3} 学生員, 名古屋大学大学院工学研究科。

E-mail: hasegawa@mech.nagoya-u.ac.jp

に伴う乱流境界層への遷移に着目し、その過程の概略をとらえることを目的とした。

2. 記 号

d : 流路幅 mm

Ge : ゲルトラ数 $= Re_\theta \sqrt{\theta/R}$

h : 流路高さ mm

H : 境界層の形状係数

N : 回転率 [式(1)参照]

R : 測定対象曲板までの曲率半径 mm

Re : 主流レイノルズ数 $= U_m d / \nu$

Re_x : 局所レイノルズ数 $= U_m x / \nu$

Re_θ : 運動量厚に基づくレイノルズ数 $= U_m \theta / \nu$

U : 流れ方向速度の時間平均値 m/s

u' : 流れ方向速度の rms 値 m/s

U_m : O_1 断面における最大流速 m/s

U_{max} : 各断面における最大流速 m/s

x, y, z : 流路における座標系(図2, 3参照)

θ : 境界層の運動量厚さ mm

Ω : 系の回転角速度 rad/s

3. 実験装置および方法

実験装置の概要を図1に示す。本実験装置は直径約3000 mmの水平な回転盤上に曲がり流路を設置しており、異なる曲率半径 $R=1000, 2000$ mmの二つの流路を測定対象としている。流路は回転部で吸い込み、静止部で吐き出す吸込式風洞となっており、図1(b)内で示した鉛直軸まわりに回転する。作動流体である空気は絞り比が8.18の二次元ノズルにより取り込まれ、曲がり流路に導かれる。その後中空の回転軸を通して、静止系に取付けられた送風機により排出される。回転盤はスラストベアリングによって支えられており、時計方向、反時計方向へ3~24 rpmの回転が可能である。

流速の測定は、回転盤において熱線流速計および圧力トランスデューサに接続したピトー管を用いて行った。その信号は、回転盤上部に取付けられたスリップリングを介して、静止系に伝達される。AC 100 V 電源も回転盤下部に取付けられたスリップリングを介して回転部へと供給される。流量は、送風機の回転数を可変モータで制御することにより調整した。

図2は曲率半径 $R=2000$ mm にノズルを設置した場合の流路における測定断面を示している。厚さ2 mmの薄板2枚を6 mmの間隔(合計10 mm厚さ)で流路中央部に挿入し、これを測定対象曲板とすることにより、ノズルに沿って発達する境界層の影響が測

Fig. 1 Schematic outline of experimental equipment

Fig. 2 Measurement sections in curved channel

定対象曲板に及ばないようにした。曲板の前縁は、長半径50 mm、短半径5 mmの半だ円形に加工しており、一様流が凹面側に導かれていることを確認した。表1に曲板の前縁から各測定断面までの距離を $R=1000, 2000$ mmの流路についてそれぞれ示す。なお、 $R=1000$ mmの流路に設定する場合は図1(a)内のノズルと流路下流整流筒を付け替えた。

図3に測定断面の模式図を示す。上下の壁面の影響を小さくし、流路中央高さでの流れの二次元性を確保するために、アスペクト比を $h/d=8$ とした。速度測定は、熱線プローブを図3中B-Bで示される高さ中央部の断面に挿入し、 y 方向にトラバースすることに

Table 1 Longitudinal distances of measuring sections, x/d , for channels of $R=1\,000$ mm and $2\,000$ mm ($d=50$ mm)

R	O_1	O_2	O_3	O_4	O_5	O_6	O_7
1000mm	2.60	8.21	16.02	23.84	31.47	39.47	47.28
2000mm	2.80	7.73	15.56	23.40	31.23	36.16

Fig. 3 Configuration and dimensions of cross-section (A-A in Fig. 2)

より行った。

O_1 断面における最大流速 U_m と流路幅 d によって定義されたレイノルズ数は, $Re = U_m d / \nu = 1.8, 3.2 \times 10^4$ の2種類とした。流路の回転は下記の式で定義される無次元回転率 N を用い, 実験ではおもに $N = 0, \pm 0.012$ と設定した。 N はコリオリの力と慣性力の比と考えることができる。

$$N = \Omega d / U_m \quad \dots\dots\dots (1)$$

N の符号は流路回転方向の違いを示しており, 正の値はコリオリの力が凹面方向に働く回転方向を示している。なお, $N' = NR/d = \Omega R / U_m$ とするとコリオリの力と曲率による遠心力の比と考えることができる。

4. 実験結果および考察

4.1 入口流れ ノズル出口直後の O_0 断面における速度分布の回転率による変化を図4に示す。ここでノズルは $R=1\,000$ mm と $2\,000$ mm の曲がり流路に対して共通のものを使用し, 流路上流に接続される。断面の中央付近の領域における時間平均速度分布のくぼみは, 挿入する熱線プローブの支柱による排除効果の影響であると考えられる。そこで, 断面を貫通

Fig. 4 Distributions of time-mean and fluctuating components of velocity in section O_0 , at the exit of nozzle

する円筒形ピトー管にて平均速度を測定したところ, 壁面の極近傍を除いてほぼ均一の分布 ($|dV/V| \leq 0.01$ for $0.05 \leq y \leq 0.95$) が得られた。回転率ならびにレイノルズ数の違いにより, 速度のわずかな差異が見られる。

しかし, この断面の下流にて, 流路中央部に挿入された薄い板によって分けられた O_1 断面において, 約1%の乱れ強さ $u'/U_{\max}$ をもった一様流が測定部に導かれており, 回転率, レイノルズ数の影響が極めて小さいことを確認した(図7, 8参照)。

4.2 曲率による影響 凹面上での層流境界層の不安定性ならびに乱流への遷移に及ぼす, 流線の曲がりによる遠心力の影響を調べるために, $Re = 1.8 \times 10^4$ における時間平均速度分布および, 乱れ強さ分布の下流方向変化を, 曲率半径 $R=1\,000, 2\,000$ mm の凹面に対して図5(a), (b)に示す。

時間平均速度分布および乱れ強さ分布より, $R=1\,000$ mm では O_3 断面, $R=2\,000$ mm では O_4 断面において境界層が遷移過程にあることがわかる。一般的に凹面上は流路の曲がりによる遠心力により高压側となり, ゲルトラ形不安定性が生じる面である。また, 曲率の大きい $R=1\,000$ mm のほうが $R=2\,000$ mm に比べて曲面に垂直方向の圧力こう配が大きくなり, その結果不安定性が強くなるため, より上流の断面で遷移することとなる。

遷移過程にあるそれぞれの断面の速度分布形状は異なるが, とともに凹形の分布領域が確認できる。 $R=1\,000$ mm の O_3 断面では, 壁面から $y/d=0.2$ 付近にかけて凹形の速度分布形状を示すとともに, 大きな乱れ強さが見られる。 $R=2\,000$ mm の O_4 断面では, $y/d=0.05$ の位置において時間平均速度にわずかな分布のくぼみが現れ, 広い範囲にわたって不規則な乱れ

Fig. 5 Downstream change in time-mean and fluctuating components profile for $Re=1.8 \times 10^4$ in the stationary state

Fig. 6 Lateral distributions of time-mean and fluctuating components of streamwise velocity at section O_4 for $R=2000$ mm in the stationary state

強さ分布となる。これらの時間平均速度と乱れ強さ分布のひずみはゲルトラ渦によりもたらされている可能性があり $R=2000$ mm の O_4 断面で、壁面からの距離 $y/d=0.1$ の位置において、壁面のスパン方向 (z 方向) の時間平均速度分布および乱れ強さを測定した。

測定結果を図 6 に示す。流路高さ中央付近の $-0.2 \leq z/h \leq 0.2$ の範囲において、時間平均速度の正弦波状の空間的変動が 5 サイクル分見られ、乱れ強さの分布もこれにほぼ対応して変化する。これはスパン方向に配置された複数の縦渦の存在を示唆しており、渦対が五つ存在することになる。図 6 における、時間平均速度と乱れ強さの z 方向変化は、渦による主流部の大きな速度と小さな乱れをもった流体の巻込みと、境界層内の小さな速度と大きな乱れをもった流体の巻上げが

生じているためであると考えられる。

4.3 主流レイノルズ数による影響 曲率半径 $R=2000$ mm の流路において、 $Re=1.8 \times 10^4$, 3.6×10^4 に対する凹面上の時間平均速度および乱れ強さの分布を図 7(a), (b) にそれぞれ示す。両レイノルズ数において O_2 断面までは層流境界層を示しているが、 $Re=3.6 \times 10^4$ の条件下で壁面近傍において乱れ強さがわずかに増加していることが確認できる。 $Re=1.8 \times 10^4$ においては、 O_4 断面で凹形速度分布形状を示し、 $Re=3.6 \times 10^4$ においては、 O_3 断面で示している。それらの断面の下流では、両レイノルズ数において乱流境界層が発達し、チャネル流れに近い分布形状になっている。主流レイノルズ数の違いが、境界層の遷移に及ぼす影響については 4.5 節において、詳しく調べる。

4.4 系の回転および曲率による影響 流路が凹面壁のスパン方向と平行な軸まわりに回転する場合、境界層には回転の方向により壁面に向かう方向 ($N > 0$)、もしくは壁面から離れる方向 ($N < 0$) にコリオリの力が働く。本節では凹面上の境界層流れの不安定性、遷移に及ぼすコリオリの力の影響について調べる。

図 8(a), (b) に $Re=1.8 \times 10^4$, $R=1000$ mm において、回転率を $N=0, \pm 0.012$ と変化させた場合の時間平均速度分布および乱れ強さの分布を示す。いずれの回転率の場合においても O_2 断面までは層流状態であるが、 O_3 断面において、系の回転による影響が顕著に現れることがわかる。この断面は回転率 $N=0$ の場合にはゲルトラ渦に起因してくぼんだ速度分布を示す断面であり、遷移過程にある。回転率が $N=0.012$ の場合、コリオリの力が流線の曲がりによる遠心力と

Fig. 7 Longitudinal change in time-mean and fluctuating profile for $R=2\,000$ mm, $N=0$ at different Reynolds number

Fig. 8 Longitudinal change in time-mean and fluctuating profile for $R=1\,000$ mm, $Re=1.8 \times 10^4$ at different rotation rates

Fig. 9 Distributions of time-mean and fluctuating component at section O_3 for $R=1\,000$ mm, $Re=1.8 \times 10^4$

同じ壁面方向に作用し、より不安定側となるため O_3 断面において時間平均速度分布も乱れ強さ分布も乱流境界層の特徴を示していることが確認できる。一方、 $N = -0.012$ の場合はコリオリの力が遠心力の作用を軽減する方向に働くために層流境界層が保たれている。

その下流の断面 ($O_4 \sim O_7$) においてはいずれの回転率に対しても乱流境界層を示している。 $N = 0.012$ においては、乱れ強さが境界層内で小さく、 $N = 0$ では乱れ強さ $u'/U_{\max}$ が大きく時間平均速度 $U/U_{\max}$ が小さくなっていることが確認できる。これは、壁面近傍には図 6 で示されるような縦渦が存在し、 $N = 0$ の場合には、凹面側壁面近傍における大きな変動をもつ低速流れが図 8 の測定断面である $z/d = 0$ へ輸送されるためであると考えられる。

回転率の影響が最も大きく現れた O_3 断面において、系の回転の影響をさらに詳しく調べるために、主流方向の時間平均速度分布および乱れ強さ分布を回転率 $N = 0.012, 0, -0.006, -0.012, -0.018$ に対して図 9 に示す。回転率を $N = 0$ から増加させるとコリオリの力により不安定性が増すために、乱流境界層へと遷移しており、チャンネル流れと同様の乱れ強さ分布を示す。逆に回転率を $N = 0$ から減少させていくと、 $N = -0.012$ までは乱れ強さが次第に減少し時間平均速度分布も層流状態に近づいていく。しかし、さらに減少させた $N = -0.018$ においては再び乱れが増大し、波打った時間平均速度と乱れ強さの分布形状を示す。

この不安定性の性質を解析するために、各回転率に

Fig. 10 Velocity signal of fluctuating component at $y/d = 0.1$ of section O_3 for $R = 1000$ mm, $Re = 1.8 \times 10^4$

おいて $y/d = 0.1$ の位置での変動速度波形を図 10 に示す。これより回転率を $N = 0$ から $N = -0.012$ まで減少させると乱れが減少し、 $N = -0.018$ では再び変動振幅が増大することがわかる。この変化をさらに詳細に調べるために、 $N = 0.012, 0, -0.018$ におけるパワースペクトルを図 11 に示す。この波形およびパワースペクトルより、 $N = 0.012, 0$ の場合は一般的な乱流の特性に近いものを示しているのに対して、 $N = -0.018$ の場合には、20 Hz をピークとする低周波数のかく乱成分を含んでいることがわかる。このことより $N = -0.018$ における不安定性は $N = 0, 0.012$ とは異なる性質をもつことがわかる。

4.5 境界層遷移の条件 4.4 節までの結果を用いて、 $R = 2000$ mm における局所レイノルズ数 $Re_x = U_m x / \nu$ に対する形状係数 H の変化を図 12 に示した。静止平板上の境界層における乱流への遷移レイノルズ数はおよそ $Re_{xcr} = 10^6$ であるが、凹面上境界層において遷移はすべての条件に対して促進されていることが図 12 よりわかる。また、 $N = -0.012$ の場合には

Fig. 11 Power spectrum of fluctuating component at $y/d = 0.1$ of section O_3 for $R = 1000$ mm, $Re = 1.8 \times 10^4$

Fig. 12 Changes in shape factor along the concave wall of $R = 2000$ mm

Fig. 13 Relation between Re_θ and H for $R=2000$ mm Fig. 14 Relation between Ge and H

遷移が遅れ、 $N=0.012$ の場合には早められていることから、回転凹面上において、 Re_x が境界層の遷移を予測できるパラメータではないことがわかる。

図 12 の結果を用いて、曲率半径 $R=2000$ mm での形状係数 H の運動量厚さに基づくレイノルズ数 $Re_\theta = U_m \theta / \nu$ に対する変化を図 13 に示した。これによると、遷移は主流レイノルズ数 Re と回転率 N にかかわらず、 Re_θ が 400 を超える付近において生じていることが確認できる。この臨界レイノルズ数は、図 13 中に併記した静止平板において得られる臨界レイノルズ数 ($Re_\theta=376 \sim 664$) とほぼ一致している。

また、 $R=2000$ mm、 $Re=1.8 \times 10^4$ において得られた結果を加えて、ゲルトラ数 $Ge = Re_\theta \sqrt{\theta/R}$ に対する形状係数 H の変化を図 14 に示した。図 14 より、遷移は主流レイノルズ数 Re 、回転率 N 、および曲率半径 R にかかわらず、 $Ge=6 \sim 9$ 付近で生じているこ

とが確認でき、静止凹面上での境界層遷移を調べた Liepmann⁽¹¹⁾⁽¹²⁾ や Dryden⁽¹³⁾ による結果と一致している。したがって、本実験条件の範囲内では系の回転による乱流遷移への影響は、運動量厚さ θ の変化を通して現れることがわかる。

5. 結 論

凹面壁上に発達する境界層における速度および、乱れ強さを異なった曲率、レイノルズ数、回転率に対して測定をすることにより、コリオリの力および、曲がりによる遠心力が境界層の不安定性・遷移に及ぼす影響を実験的に調べた。以下に、本研究で得られた結論をまとめる。

(1) 壁面方向に向かってコリオリの力が作用する場合、ゲルトラ不安定性が増加し、また、層流状態から乱流状態への境界層の遷移が促進される。

(2) 系の回転によりコリオリの力が壁面から離れる方向に作用する場合には、乱れ強さが抑制され、遷移が遅れ、さらにコリオリの力が増すと、ゲルトラ不安定性とは異なる境界層流れの不安定性が生じる。

(3) 系の回転、主流レイノルズ数および、壁面の曲率にかかわらず、ゲルトラ数によって凹面上境界層の遷移の条件を整理することができる。

文 献

- (1) Bradshaw, P., *J. Fluid Mech.*, **36**-1 (1969), 177-191.
- (2) Johnston, J. P., *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, **95**-1 (1973), 229-239.
- (3) Koyama, H., ほか 3 名, *Trans. ASME, J. Eng. Power*, **101** (1979), 23-31.
- (4) Kikuyama, K., ほか 2 名, *Proc. 6th Symp. Turbulent Shear Flows*, (1987), 1.4.1-1.4.6.
- (5) Matsson, O. J. E. and Alfredsson, P. H., *J. Fluid Mech.*, **210** (1990), 537-548.
- (6) Matsubara, M. and Masuda, S., *FED-114, Boundary Layer Stability and Transition to Turbulence*, ASME, (1991), 103-107.
- (7) 菊山功嗣・ほか 3 名, 機論, **62**-593, B(1996), 49-56.
- (8) Aouidef, A., *AIAA J.*, **30**-11 (1992), 2779-2782.
- (9) Zebib, A. and Bottaro, A., *Linear Theory, Phys. Fluids*, **5**-5 (1993), 1206-1210.
- (10) Kikuyama, K., ほか 2 名, *Proc. 3rd Int. Symp. Turbulent, Heat Mass Transf.*, (2000), 669-676.
- (11) Liepmann, H. W., *ARCEM*, **7802**, (1943).
- (12) Liepmann, H. W., *NACA Wartime Rep.*, **W-87** (1945).
- (13) Dryden, H. L., *Adv. Appl. Mech.*, **1** (1948), 1-40.