キャビテーションを伴う高速水中水噴流の数値シミュレーション*

福 士 陽^{*1}, 中 森 一 郎^{*2}, 井小萩 利明^{*2}

Numerical Simulation of High-Speed Submerged Water Jet with Cavitation

Akira FUKUSHI, Ichiro NAKAMORI^{*3} and Toshiaki IKOHAGI^{*3} Institute of Fluid Science, 2-1-1 Katahira, Aoba-ku, Sendai-shi, Miyagi, 980-8577 Japan

A numerical analysis was carried out to clarify the unsteady behavior and the large-scale structure of high-speed submerged water jet with cavitation. A finite volume formulation with an upwind scheme was used to discretize the compressible Navier-Stokes equations with an assumption of locally homogeneous model of gas-liquid two-phase media. First, the validation of the present numerical method was discussed by comparing numerical results with experiments of jet flow. Further, the difference between the jet structures with and without cavitation was investigated. As a result, it is indicated that the cavitating jet flow corresponds basically to an unsteady transonic flow condition. Also, it is found that the present numerical method is available to predict the complex structure and the unsteady behavior of the cavitating jet flow.

Key Words: Cavitation, Numerical Analysis, Submerged Water Jet, Gas-Liquid Two-Phase Media, Compressible Flow, Shock Wave

1. 緒 言

近年, ウォータージェット技術の進展に伴い, 水中におけるウォータージェット技術の応用として, キャビテーションジェット (以下, 高速水中水噴流と呼ぶ) の工学的利用が注目されている. 高速水中水噴流は噴流界面の高せん断層内に生じる非定常渦の低圧部に発生する高壊食性キャビテーションを基盤に発達した高速気液二相流となっており, その衝撃作用によりジェットの激しい減衰を十分補い, 加工性能を上げることができる. また, キャビテーションの衝撃作用は比較的広い面積に様に負荷されるため⁽¹⁾, 洗浄⁽²⁾ (3)や表面改質⁽⁴⁾などにも応用されつつある.

その応用に際して, 高速水中水噴流の流動特性および壊食特性の詳細な解明が不可欠となるが, これまでに, 高速写真や高速ビデオ等を用いた可視化⁽⁶⁾ (7), 壊食試験⁽⁸⁾, キャビテーションノイズ⁽⁹⁾, 衝撃圧分布の測定⁽¹⁰⁾等による噴流まわりの外部構造の解明が試みられている. しかし, 強い壊食性キャビテーション気泡雲のため噴流内部を直接観察することは難しく, 噴

流内部構造の十分な解明に至っていない. 最近, PIV測定による噴流内部構造の解明⁽¹¹⁾が行われているが, これは初生状態に対するもので, 発達したキャビテーション状態については不明である.

一方, キャビテーション流れについてはいくつかの数値解析法が提案されてきているが, その流れの複雑さや強い非定常性のため, 信頼性の高い数値解法は未だ確立されていない. 現在, キャビテーション流れの数値解法は大別して二種類挙げられる. 1つは流れ場を気相と液相に分けて考える二流体モデルに基づく数値解法で, キャビティの境界面を考慮し, 定常的な附着キャビテーション流れを解析する界面追跡法⁽¹²⁾と, 個々の気泡の体積変動を気泡力学に基づき評価し, 気泡に働く力の釣り合いから気泡の移動速度を求め, 流れ場を表現する方法⁽¹³⁾がある. もう一つは, 流れ場を擬似的に単相として扱う二相媒体モデルに基づく数値解法⁽¹⁴⁾で, 流れを液相密度と気相密度の間で変化する擬似密度を有する二相流として扱うものである. この方法では界面追跡法のような特別な後流の扱いを必要とせず, 三次元計算への拡張も容易である.

本研究では高速水中水噴流における噴流内部構造や非定常挙動の情報を数値解析によって得ることを目的とし, 上記の二相媒体モデルに基づく数値解法⁽¹⁵⁾を用いてキャビテーションを伴う高速水中水噴流の三次

* 原稿受付 2001年10月24日.

^{*1} (株)日立製作所システムソリューショングループ生産技術統括センタ生産技術第2部第1グループ(☎136-8632 東京都江東区新砂1-6-27).^{*2} 正員, 東北大学流体科学研究所(☎980-8577 仙台市青葉区片平2-1-1).

E-mail: nakamori@ifs.tohoku.ac.jp

元数値解析を試みる。

2. 数 値 解 法

2.1 気液二相局所均質媒体モデル 本研究では、気液二相媒体を局所的に有限なボイドを有する均質な擬似単相媒体として取り扱う。したがって、気液二相媒体中の微小体積要素内に無数の限りなく微細な気泡粒子あるいは液滴粒子が均質に分布していると仮定する。このことは、従来のような均質流モデルを用いて気液二相流れを巨視的に近似することではなく、気液二相媒体自体をモデリングすることを意味している。気液二相局所均質媒体の状態方程式は次のように表される⁽¹⁵⁾。

$$\rho = \frac{p(p + p_c)}{K_l(1 - Y)p(T + T_0) + R_g Y(p + p_c)T} \quad (1)$$

ここで、 p , T , Y はそれぞれ圧力、温度、クオリティ (気体の質量分率) で、局所ボイド率 (体積分率) α と気液二相媒体の混合密度 ρ の間に次式が成り立つ。

$$\rho(1 - Y) = (1 - \alpha)\rho_l, \quad \rho Y = \alpha\rho_g \quad (2)$$

ここで、 $p_c = 1944.61 \text{ MPa}$, $T_0 = 3836.93 \text{ K}$ はそれぞれ液体の圧力定数、温度定数であり、 $K_l = 472.2 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$, $R_g = 287.0 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$ は液体定数、気体定数、 ρ_l , ρ_g は液体密度、気体密度である。

また、式 (1) から得られる等温音速 c は次式で表される。

$$\begin{aligned} c^2 &\equiv \frac{dp}{d\rho} = \frac{\partial p}{\partial \rho} + Y \frac{\partial p}{\partial (\rho Y)} \\ &= \frac{p(p + p_c)[Y\{R_g(p + p_c) - K_l p\} + K_l p]}{\rho[Y\{R_g(p + p_c)^2 - K_l p^2\} - \rho K_l R_g Y(1 - Y)p_c T_0 + K_l p^2]} \end{aligned} \quad (3)$$

図 1 には、 $T = 20^\circ \text{C}$ の場合におけるこの等温音速 c のボイド率 α に対する変化を示す。ボイド率の広い範囲で上式の音速 c が Karplus の実験⁽¹⁶⁾ と良く一致しており、等温音速の式 (3) は広範囲のボイド変化を伴う圧縮性気液二相媒体の非定常高速流動現象を計算する上で重要な役割を果たすと言える。

2.2 支配方程式 気液二相局所均質媒体の状態方程式 (1) を用い、等温過程を仮定した三次元圧縮性気液二相 Navier-Stokes 方程式は以下のように与えられる。

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial (E - E_v)}{\partial x} + \frac{\partial (F - F_v)}{\partial y} + \frac{\partial (G - G_v)}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

ここで、未知変数ベクトル Q , 対流項 E , F , G , 粘性項 E_v , F_v , G_v はそれぞれ次のように与えられる。

Fig. 1 Isothermal speed of sound c and void fraction α

例えば、 Q , E , E_v は下記のように表される。

$$Q = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho Y \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho uw \\ \rho uY \end{bmatrix}, \quad E_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ 0 \end{bmatrix}$$

ここで、 u , v , w は速度成分、 τ_{xx} 等は粘性応力成分である。また、気液二相局所均質媒体の粘性係数 μ は次式で定義される⁽¹⁷⁾。

$$\mu = (1 - \alpha)(1 + 2.5\alpha)\mu_l + \alpha\mu_g \quad (5)$$

2.3 計算手順 本計算では空間の離散化にセル中心型有限体積法を用い、粘性項に必要な諸量の 1 階微係数はセル境界面を囲む体積平均値で評価した。時間進行は 2 次精度有理 Runge-Kutta 積分法で行ない、クーラン数は 0.5 ($\Delta t = 8 \times 10^{-8} \text{ s}$) とした。対流項に関しては、セル境界での $Q_{i+\frac{1}{2}}^L$, $Q_{i-\frac{1}{2}}^R$ を求める外挿法として 2 次精度 MUSCL-TVD 法を用いた。流束制限関数には、van Albada⁽¹⁸⁾ によって提案された形式を用い、セル境界値 $Q_{i+\frac{1}{2}}^L$, $Q_{i-\frac{1}{2}}^R$ は次のように外挿で求められる。

$$Q_{i+\frac{1}{2}}^L = \begin{cases} Q_i + \frac{\Delta_+ - \Delta_+^2 + \Delta_+ \Delta_-^2}{2(\Delta_+^2 + \Delta_-^2)} & \text{if } (\Delta_+^2 + \Delta_-^2 \neq 0) \\ Q_i & \text{if } (\Delta_+^2 + \Delta_-^2 = 0) \end{cases} \quad (6)$$

$$Q_{i-\frac{1}{2}}^R = \begin{cases} Q_i - \frac{\Delta_- - \Delta_-^2 + \Delta_- \Delta_+^2}{2(\Delta_+^2 + \Delta_-^2)} & \text{if } (\Delta_+^2 + \Delta_-^2 \neq 0) \\ Q_i & \text{if } (\Delta_+^2 + \Delta_-^2 = 0) \end{cases} \quad (7)$$

ここに、 $\Delta_+ = Q_{i+1} - Q_i$, $\Delta_- = Q_i - Q_{i-1}$ である。セル境界における数値流束 $\bar{f}$ は、これらセル境界値の

Fig. 2 Computational domain (free jet)

Fig. 3 Computational domain (impinging jet)

関数, すなわち,

$$\tilde{f} = \tilde{f}(Q_{i+1/2}^R, Q_{i+1/2}^L) \quad (8)$$

とし, セル境界値から $\text{Roe}^{(19)(20)}$ の風上化を用いて数値流束を決定した (付録参照)。

2.4 蒸気圧近傍での状態量の取り扱い 高速水中水噴流においては, 圧力が減少し液相の蒸気圧まで低下する部分がしばしば現れる. 水を考えると, 密度が十分に小さければ水蒸気が発生していることになり, 蒸気発生量を考慮した気相の連続の式を解いて気相の質量分率を変化させなければならない. しかし, 本計算では等温過程を仮定し, 相変化を陽に考慮していないため, 近似的に水蒸気を空気と同一の気相と見なし, 気相の質量分率を変化させて修正する. すなわち, あるセル内で $p < p_v$ (蒸気圧) となった場合, ρ はそのままにして p を p_v に修正し, 状態方程式 (1) を満足するように Y を決定する. この修正により気相の生成項が陰的に考慮される. つまり, 蒸気圧下において密度が十分大きい場合は二相媒体の飽和液に, 十分に小さい場合は飽和蒸気に近い状態に対応している.

2.5 計算条件 本計算では三次元自由噴流および衝突噴流を対象にしており, 自由噴流における計算領域は, 図2に示すようなノズル部を持つ流れ場を考える. ノズル部の形状は祖山ら⁽¹⁾の実験に用いられている供試ノズル (円錐ノズル) を採用した. 計算格子は2つの領域 (ノズル内部と噴流場中央部, 噴流場外周部) に分割した接合格子を用い, 格子点数はそれぞれ軸, 半径, 円周方向に $301 \times 21 \times 37$, $235 \times 61 \times 37$ とした. 本計算では, 発達したキャビテーション状態を伴う場合である吐出し圧力 $p_1 = 5\text{MPa}$, 周囲圧力 $p_2 = 0.1\text{MPa}$ でキャビテーション係数 $\sigma (= (p_2 - p_v) / (p_1 - p_2)) = 0.02$ の場合について計算を行った. このとき, ノズル幅 D は 1mm で, ノズル出口部平均流速の計算値は $U_0 \approx 85\text{m/s}$ となり, 代表長さをノズル幅で定義したレイノルズ数 Re は 8.5×10^4 である. 境界条件はノズル内の流入条件として全圧一定, 壁面は滑りなし条件とし, 噴流場においては噴流と平行な境界では全圧一定, 流入・流出境界は自由流入出条件とした.

三次元衝突噴流における計算領域を図3に示す. ノズル出口端を原点として, 軸方向は壊食の第1ピーク領域で代表的な衝突スタンドオフ距離 $X/D = 15$ に衝突壁面を設けている. 計算格子は自由噴流と同様に2つの領域に分割した接合格子を用い, 格子点数はそれぞれ軸, 半径, 円周方向に $191 \times 21 \times 37$, $125 \times 61 \times 37$ とした. キャビテーション係数などの計算条件や境界条件は自由噴流と同様である. なお, 本計算は ORIGIN2000 を用い, 計算メモリーに 1GB , 計算時間に1ケースにつき2ヶ月程度を要し, 計算ステップ数は最大 10^7 回を費やした. この計算は, 著者らの現状の計算機環境では最大規模のものである. このため, 完全には格子収束性を確認できていない.

3. 計算結果

3.1 自由噴流 まず, 図4には主要領域の各スタンドオフ距離における断面内の平均速度分布を示す. 理論曲線および実験値⁽⁵⁾と比較している. ここで, U_m は各断面における噴流中心軸上の速度, b は半値幅で速度 U が $1/2U_m$ の値となる点の噴流中心軸からの距離である. 横軸は半値幅 b で, 縦軸は U_m で無次元化している. 液単相噴流の場合 (図4(a)) においては, 各断面の速度分布は相似な分布を示し, 噴流外部領域では Tollmien の理論曲線や Reichardt の実験値と差異が認められるものの, Goertler の理論曲線と良く一致し, 非圧縮単相噴流における速度分布の相似性が捕えられている. 一方, キャビテーション噴流の場合 (図4(b)) は, 各断面の速度分布はほぼ相似である

(a) Liquid jet

(b) Cavitating jet

Fig. 4 Velocity distributions in cross section at each standoff distance of the main region

(a) Experimental result⁽²¹⁾

(b) Computational result

Fig. 5 Comparison of cavitation aspect between experimental and computational results

Fig. 6 Periodic behavior of cavitation cloud

ものの、噴流外部領域のみならず、噴流中心軸の近くでも理論曲線や実験値に比べやや膨らみの大きい分布となっており、気液二相の非定常渦による混合作用の影響と思われる。

次に、本計算における瞬時のキャビテーション様相を同じ条件下で行われた実験結果⁽²¹⁾と比較したものを図5に示す。図のスケールは両者とも一致させている。キャビテーション気泡雲の長さは刻々と変化するため一概に比較はできないが、流れ場全体の様相では、キャビテーション噴流がノズルから噴出後、両者とも比較的滑らかな界面を持ったキャビテーション気泡雲が成長し、スタンドオフ距離 $5 \leq X/D \leq 10$ 付近におけるキャビテーション気泡雲の幅 b_c は約 $b_c/D = 3$ 程度の広がりを見せて一致している。このため、本計算における流れ場の様相は定性的に妥当であると言え

る。なお、計算結果において噴流内部が空白なのは、計算結果が噴流中心軸上を通る $X-Y$ 平面の断面図を載せているためであり、必ずしも中心軸近傍まで気泡雲が発達していないことを示している。

キャビテーション気泡雲の周期的挙動を明らかにするために、圧力分布の経時変化を図6に示す。主流方向に十分発達したキャビテーション気泡雲が中央で破断した直後の噴流出口近傍では、まだ発達過程にあったキャビテーション気泡雲がノズル内のチョーキング時に発生する衝撃波によって破断している(図6(a))。その後は新たに生成される渦輪キャビテーションや移動速度の大きい後続のキャビテーション気泡雲が互いに融合し、次第にその長さを増大させていく(図6(b))。この時、チョーキングによる衝撃波が発生しても、既に放出された下流側のキャビテーション気泡雲との間(ここでは $X/D = 15$ 付近)では破断した際の急激な減速による圧力上昇により高圧となっているために、このキャビテーション気泡雲は急速に下流に流されることはなく、上流のものと融合してその長さを増大させる。そして、破断時にできた高圧部が緩和されて圧力が低下すると、上流側のキャビテーション気泡雲の移動速度が大きくなるために主流方向に引き伸ばされる形となり、キャビテーション気泡雲の幅が最も小さい噴流出口近傍では噴流剪断層に存在する高ボイド領域が引き伸ばされて薄くなる。そのため、噴流せん断層では低ボイド領域になる時ボイド率の低下による音速の急激な増加により局所的に超音速状態から亜音速状態に移行し衝撃波が発生してキャビテーション気泡雲が破断する。発生した衝撃波は高圧部と干渉して圧力波や衝撃波が多数発生し、キャビテーション気泡雲の崩壊やリバウンド現象が起こる(図6(c))。このように、三次元キャビテーション噴流は複雑な非定常挙動を周期的に繰り返す。

図7は各スタンドオフ距離における噴流中心軸上の圧力の時間変化に対する周波数スペクトラムを示したものである。高周波数領域では、いずれもキャビテーション気泡雲の崩壊に伴う衝撃波に起因するとされる f^{-2} のスペクトル特性⁽²²⁾を持っている。図8はノズル出口近傍から発生する第1キャビテーション気泡雲長さ L_c の時間変化を示したものである。縦軸はノズル幅 D で無次元化している。キャビテーション気泡雲はスタンドオフ距離で $X/D \approx 18$ 付近までリニアに成長した後破断し、以後同様な変動を周期的に繰り返している様子が分かる。キャビテーション気泡雲の周期的挙動は図6に示したとおりであるが、変動の周期は約 3.3kHz となっており、実験⁽⁷⁾における変動周

Fig. 7 Frequency spectrum of pressure fluctuation on the jet central axis

Fig. 8 Time variation of the primary cavitation bubble cloud length

期は吐出し圧力 5MPa の場合で約 3kHz であるので、本計算における変動周期の値は妥当と言える。

3.2 衝突噴流 まず、図9には多角形状キャビテーション気泡雲の衝突壁面近傍における圧力およびボイド率分布の経時変化を示す。図9(a)では、連続的

Fig. 9 Distributions of pressure(left) and void fraction(right) in a polygonal cavitation bubble cloud impinging to the wall

な液柱衝突を示すかのように、キャビテーション気泡雲の中心部にボイドを伴わない噴流コア部が存在し、衝突後の流れ方向の急変のため高圧場が形成されている。噴流コア部の周りでは円環状に発達した高ボイド領域が存在し、さらにその周りを多角形状に発達した低ボイド領域が取り囲んでいる。また、壁面上では噴流コア部が薄い液膜を形成して半径方向に流出してお

Fig. 10 Pressure distributions in the streamwise direction(left) and in the wall vicinity(right) generated by water hammer of liquid column

り、主流方向渦度も小さいためにボイド率は小さい円環状の分布となっている。図 9(b) では、エントレイメント作用から自己誘発される主流方向渦度によって噴流コア部周りに発達する円環状の高ボイド領域の一部が増速あるいは減速することにより円環状の構造が崩れている。このような位置では高ボイド領域から低

Fig. 11 Pressure distributions with time along Y -axis on the wall

ボイド領域になり、ボイド率の低下による局所音速の増加のために超音速状態から亜音速状態に移行し、その際に衝撃波を発生させていることが分かる。発生した衝撃波は周辺のキャビテーション気泡雲を圧壊させながら伝播し、圧壊したキャビテーション気泡雲からは新たな衝撃波や圧力波が発生する。しかし、これらの波が周辺に伝播する時、噴流コア部は高圧で音響インピーダンスが大きいため、発生した衝撃波は噴流コア部周辺で回折している様子が分かる(図9(c))。回折した衝撃波は、噴流コア部を挟んで反対側にて再び衝突して一つの高圧部を形成している。また、ボイド率の分布では、多角形状キャビテーション気泡雲がほとんど消滅しており、気泡雲の名残が辛うじて存在している(図9(d))。このような多角形状キャビテーション気泡雲の崩壊挙動は、壁面近傍の噴流コア部の周りにおいて常に起こる。壊食試験⁽¹⁾においても、噴流コア部の周りに微小な塑性凹みが多環状に分布する壊食痕が示されており、噴流コア部より高速で飛散するキャビテーション気泡雲が要因と推測されているが、本計算結果はその可能性を示唆している。

次に、図10にはキャビテーション噴流の断続的な液柱塊の衝突による水撃作用に起因した衝撃圧の発生時における主流方向 $X-Y$ 平面と衝突壁面近傍のスタンドオフ距離 $X/D = 14.7$ における $Y-Z$ 平面の圧力分布の経時変化を、図11には壁面上の Y 軸に沿う圧力分布の経時変化を示す。図10(a)から、自由噴流領域において $X/D = 5$ 付近よりキャビテーション気泡雲が破断して発生した衝撃波が周囲に伝播している様子が分かる。ノズルスロット部で高圧となっているのはチョーキングの際にキャビテーション崩壊が起きたためである。衝突噴流領域においては、噴流界面

に発達したキャビテーション気泡雲が混合作用により噴流中心部にまで及んでおり($X/D = 14$ 付近)、このため噴流コア部の液柱が分裂していることが分かる。 $Y-Z$ 平面では、噴流界面のキャビテーション気泡雲がヘアピン状に発達しているが、これは円環状キャビテーション気泡雲の一部が切れたことによるものではなく、螺旋状に発達したキャビテーション気泡雲が衝突しているために断面がヘアピン状に見える。噴流中心部にまで及んだキャビテーション気泡雲は衝突壁面に達すると、上流側の液柱塊により圧壊されて非常に高い衝撃圧を発生させ、最大衝撃圧(P_w)_{max}は岐点圧を大幅に超える16MPaまで上昇する(図11)。その際、円筒状の液柱塊に平面的に押し潰されるため、発生した衝撃圧は噴流コア部に集中し、壁面に対して垂直に反射するので、壁面近傍に発達した円環状キャビテーション気泡雲を瞬間的に崩壊させることはない(図10(b))。壁面上の圧力分布をみても、液柱塊が衝突壁面に平面的に作用するため、衝撃圧の及ぶ領域は比較的広く(図11)、 $X-Y$ 平面における圧力勾配が壁面に対して比較的垂直に切り立っており、反射した衝撃圧は球状ではなく円筒状に近い形で上流側に伝播して、他のキャビテーション気泡雲を圧壊させ、衝撃波や圧力波を多数発生させることになる(図10(c))。圧壊したキャビテーション気泡雲はリバウンド現象により、再びボイド率を増加させるが、壁面近傍に発達した円環状キャビテーション気泡雲は多数の衝撃波や圧力波に潰されて円環形状が崩れ、半径方向に流出し始めている(図10(d))。図10(e)では、壁面近傍の円環状キャビテーション気泡雲は完全に崩壊している様子が分かる。また、 $10 \leq X/D \leq 14$ 付近では発達したキャビテーション気泡雲が噴流中心軸まで及んでおり、再び液柱を分裂させている。壊食試験⁽¹⁾によると、第1ピーク領域では噴流コア部の領域に衝撃圧が集中して円筒状の壊食痕が発生しており、断続的な液柱塊の水撃作用が要因と推測されているが、本計算結果はその可能性を示唆している。

4. 結 言

高速水中水噴流の噴流内部構造や非定常流動機構と衝突壁面における衝撃圧発生機構の解明を目的として、気液二相局所均質媒体モデルと圧縮性解析手法を用いて、キャビテーションを伴う自由水噴流および衝突水噴流の三次元数値解析を行なった。本研究で得られた主な結果は、以下のようにまとめることができる。

- (1) 圧縮性を考慮した気液二相局所均質媒体モデルに基づく本解析手法により、キャビテーションを

伴う高速水中水噴流の噴流内部構造やキャビテーション気泡雲破断のような非定常高速流動現象を数値的に模擬でき、またキャビテーション気泡雲の変動周期は実験とも良く一致することから、巨視的なキャビテーション流れ場に対する数値予測に関して本手法は妥当性があると考えられる。

- (2) キャビテーション気泡雲を伴う高速水中自由水噴流の遷音速状態の周期的挙動を明らかにし、噴流剪断層の高ボイド領域における局所的なボイド率の低下に起因する音速の急激な増加によって発生する衝撃波がキャビテーション気泡雲破断の原因であることを示した。
- (3) 高速水中衝突水噴流では、第1ピーク壊食の生成に関わる二種類の衝撃圧発生機構の可能性を示した。一つは、噴流コア部に衝撃圧が集中して円筒状壊食痕を発生させる要因が断続的な液柱塊の水撃作用に起因するという機構と、もう一つは噴流コア部のまわりに微小な円環状塑性凹みを発生させる要因が噴流コア部の周りに発生する多角形状キャビテーション気泡雲の崩壊に起因するという機構である。

本論文の数値計算は、東北大学流体科学研究所未来流体力学情報創造センターのORIGIN 2000を用いて行った。

[付録 ヤコビアン行列, 固有値, 固有値行列]

例えば, x 方向の流束ヤコビアン行列は

$$\frac{\partial E}{\partial Q} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -u^2 + \frac{\partial p}{\partial \rho} & 2u & 0 & 0 & \frac{\partial p}{\partial \rho Y} \\ -uv & v & u & 0 & 0 \\ -uw & w & 0 & u & 0 \\ -uY & Y & 0 & 0 & u \end{bmatrix}$$

固有値行列は $\Lambda = [u, u, u, u+c, u-c]^T$ で、右固有ベクトルからなる行列 R およびその逆行列 R^{-1} は

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ u & 0 & 0 & u+c & u-c \\ v & 0 & c & v & v \\ w & -c & 0 & w & w \\ \beta & 0 & 0 & Y & Y \end{bmatrix}$$

$$R^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{Y}{Y-\beta} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{Y-\beta} \\ \frac{w}{c} & 0 & 0 & -\frac{1}{c} & 0 \\ -\frac{v}{c} & 0 & \frac{1}{c} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} \left(\frac{u}{c} + \frac{\beta}{Y-\beta} \right) & \frac{1}{2c} & 0 & 0 & \frac{1}{2(Y-\beta)} \\ \frac{1}{2} \left(\frac{u}{c} - \frac{\beta}{Y-\beta} \right) & -\frac{1}{2c} & 0 & 0 & \frac{1}{2(Y-\beta)} \end{bmatrix}$$

ここで, β は次式で表わされる。

$$\begin{aligned} \beta &= -\frac{\partial p}{\partial \rho} / \frac{\partial p}{\partial \rho Y} \\ &= \frac{K_l(p + \rho R_g Y T_0)}{K_l p - R_g(p + p_c) + \rho K_l R_g T_0} \end{aligned}$$

文 献

- (1) 山内, ほか 7 名, 機論, **59**-557, B(1993), 16-22.
- (2) 辻村, 噴流工学, **14**-2, (1997), 21-25.
- (3) 横田, ほか 4 名, 噴流工学, **16**-1, (1999), 17-22.
- (4) 祖山, ほか 6 名, 噴流工学, **13**-1, (1996), 25-32.
- (5) N. Rajaratnam, 噴流, 野村安正訳, 森北出版, (1981).
- (6) K. K. Ooi, *J. Fluid Mech.*, **151**(1985), 367-390.
- (7) 祖山, ほか 5 名, 機論, **59**-562, B, (1993), 1919-1924.
- (8) 村井, ほか 3 名, 機論, No.930-63 C(1993), 116-118.
- (9) 山内, ほか 4 名, 機論, No.930-63 C(1993), 128-130.
- (10) 山内, ほか 4 名, 機論, **60**-576, B(1994), 2671-2677.
- (11) S. Gopalan, et. al, *J. Fluid Mech.*, **398**(1999), 1-43.
- (12) M. Deshpande, et. al, *J. Fluid Eng., Trans. ASME*, **116**(1994), 36-44.
- (13) Y. Matsumoto, et. al, *ASME*, PVP-377-2(1998), 243-248.
- (14) Y. Chen, et. al, *Computers and Fluids*, **24**-7(1995), 799-809.
- (15) 奥田, ほか 1 名, 機論, **62**-603, B(1996), 3792-3797.
- (16) 赤川浩爾, 気液二相流, コロナ社 (1974).
- (17) D. R. H. Beattie, et. al, *Int. J. Multiphase Flow*, **8**-1(1982), 83-87.
- (18) van Albada, et. al, *Astron. Astrophys*, **108**(1982), 76-84.
- (19) P. L. Roe, *J. Comput. Phys.*, **43**(1981), 357-372.
- (20) 福士, 東北大学工学研究科修士学位論文, (2001).
- (21) 山内, 東北大学工学研究科博士学位論文, (1995).
- (22) M. F. Hamilton, et. al, *J. Fluids Eng., Trans. ASME* **108**(1986), 241-247.