円筒容器内循環流の縦渦崩壊に及ぼす固定円板サイズの影響*

菊地 正憲^{*1}, 平野 公孝^{*1}, 弓削 俊夫^{*1}
安田 恵太^{*2}, 岡田 泰彰^{*2}Effects of Fixed Endwall Size on Flows with Vortex
Breakdown in a Cylindrical ContainerMasanori KIKUCHI^{*3}, Kimitaka HIRANO, Toshio YUGE,
Keita YASUDA and Yasuaki OKADA^{*3} Mechanical Systems Engineering, Miyazaki University,
1-1 Gakuenkibanadai Nishi, Miyazaki-shi, Miyazaki, 889-2192 Japan

A swirling flow produced in a cylindrical container by rotation of one endwall undergoes breakdown, i.e. a stagnation point followed by a recirculation zone of limited extent appears on the cylinder axis. The structure of the recirculation zones depends on not only rotational Reynolds number $\Omega R^2/\nu$ and aspect ratio H/R (H : working fluid height, R : cylinder radius) but also the core size and strength of the swirling flow. The purpose of this study is to reveal the nature of the vortex breakdown in a swirling flow produced in a closed or semi-closed cylindrical container. We used four different sizes of fixed endwall to change a swirl angle of the approaching flow to the recirculation zone. The experiments were carried out for the ranges of rotational Reynolds number and of aspect ratio where one or two recirculation zones were produced. By the flow visualization, the relation between the structure of the recirculation zone, the two parameters (rotational Reynolds number and aspect ratio) and fixed endwall sizes were revealed. By the numerical simulation, the relation of the recirculation zone and the Centrifugal and Coriolis forces was examined.

Key Words: Vortex Breakdown, Swirling Flow, Flow Visualization, Laser-induced Fluorescence Technique, Coriolis and Centrifugal Forces

1. 結 言

流体で満たされた円筒容器の片側円板を固定し他方端の円板を回転すると、回転円板付近の流体は遠心力で半径方向に流され、円筒側壁に沿って旋回しながら固定円板に向かう。固定円板近傍の流体は、遠心力に勝る半径方向内向きの圧力勾配のために中心軸に向かう流れが加速される。そして中心軸近傍には、角運動保存則により集中した渦核が形成され、回転円板に向かう循環流が生じる。回転円板の回転数を増加させると、中心軸上で縦渦崩壊が発生するようになる。縦渦崩壊は中心軸上によどみ点が存在し、その下流側に再循環領域を伴う流れと定義されている¹⁾。

円筒容器内の旋回流はシリコン結晶の製造装置内の流れのモデル化になること、また、縦渦崩壊は円筒容器の他に、デルタ翼背面やガスタービンの燃焼室内な

どの流れにも生じ、揚力の低下を引き起こしたり、あるいは燃焼効率の向上に利用されるなど工学上重要な現象である。縦渦崩壊のメカニズムを明らかにするために、これまでに理論的、実験的、数値的な研究が多くなされている。中でも Escudier¹⁾(1984) は、密閉された円筒容器を用いた可視化実験により、縦渦崩壊に起因する再循環領域の発生個数あるいは定常流と非定常流の限界曲線を、レイノルズ数および円筒容器のアスペクト比について体系的にまとめており、その後に続く研究の基礎となっている。

Spohn, Mory & Hopfinger⁴⁾(1993) は、固定円板を取り外し、自由表面を持つ円筒容器において縦渦崩壊に伴う再循環領域の限界曲線を可視化実験により求めている。固定円板を有する密閉円筒容器と異なり、レイノルズ数の増加に伴い再循環領域が自由表面に付着すること、さらにレイノルズ数が大きくなると円環状の再循環領域が発生することを示した。このような再循環領域の形の違いは、自由表面では粘性による速度の減少がないので、遠心力と圧力勾配が釣り合い、中

* 原稿受付 2002年1月23日。

^{*1} 宮崎大学工学部(〒889-2192 宮崎市学園木花台西1-1)。^{*2} 元宮崎大学大学院学生。

E-mail: kikuchi@mech.miyazaki-u.ac.jp

心軸に向かう流れが固定円板の場合に比して弱いことに起因している。

Mullin, Koblinne & Cliffe⁵⁾は、密閉容器の中心軸に沿って固定円板から回転円板の間に細い円錐を置き、それを静止した場合と回転円板の回転数で回転した場合について再循環領域の形が劇的に変化することを可視化実験と数値解析により示した。これらの結果から、この変化の原因は回転円板に向かう円筒軸方向の圧力勾配であるとしている。

一方、密閉円筒容器における縦渦崩壊の原因を、Davidson²⁾や Brown & Lopez³⁾は、回転軸中心付近の周方向渦度の符号の変化にあるとしているが、Gelfgat, Bar-Yoseph & Solan⁶⁾は半径方向圧力勾配、コリオリ力および遠心力の関わりが縦渦崩壊の主たる原因であると主張している。

このように円筒容器内の循環流は、遠心力、コリオリ力および圧力勾配に大きな影響を受けている。そこで、本研究では固定円板の半径を変え、固定円板上に発達する境界層の半径方向の広がりを変化させることにより、渦核の強さと大きさを変化させ、再循環領域と遠心力およびコリオリ力の子午面分布との関係が、再循環領域の発生および形にどのような影響を及ぼすかについて調べることを目的としている。まず子午面断面の流れの可視化実験により縦渦崩壊にもとづく再循環領域の形を調べ、次いで、数値計算により遠心力およびコリオリ力の子午面分布を定量的に求め、その極大値の位置と再循環領域の形の関係を明らかにする。ただし、縦渦崩壊を伴う流れが定常に維持されるアスペクト比とレイノルズ数の範囲内に限定している。

2. 可視化実験

2.1 実験装置 図1に実験装置の概略を示す。円筒容器の下方にはモーターで駆動される回転円板がある。円筒容器全体は、作動流体の温度を $20 \pm 0.2^\circ\text{C}$ 一定に保つために、透明の亚克力板で作られた矩形容器（幅：210mm、深さ：505mm）に入れられている。そこに満たされた水は、サーモスタットとヒータで一定温度に保つと同時に温度分布を一様にするために外に設置されたポンプにより循環している。また、この装置全体は発砲スチロールの壁で作られた幅約1.4m、長さ2.2m、高さ1.8m小部屋に置かれている。この小部屋内の空気は空調機で $20 \pm 2^\circ\text{C}$ に保たれている。図2は円筒容器と固定円板、回転円板の関係を示している。作動流体は、75%グリセリン水溶液で、内半径 $R = 94.0\text{mm}$ の円筒容器、その上部の固定円板および下部の回転円板により囲まれている。作動流体の動粘度はウペローデ粘度計（JIS Z 8803）により

Fig. 1 Schematic diagram of the experimental apparatus.

(a) Completely closed container. (b) Semiclosed container. (r_e : fixed endwall radius)

Fig. 2 Details of the cylindrical container, a fixed endwall and the rotating endwall.

測定している。二円板間距離 H と円筒容器内半径 R により定義されるアスペクト比 $\delta = H/R$ は、回転円板を上下に移動することにより変化できる。回転円板と円筒側壁との間隔は 0.5mm 未満である。回転円板上下に同じ流体が満たされているが、両者が実験中に混ざり合うことがないことを確認している。

本実験では上面の密閉度を変化させるため、種々の半径の固定円板を流体の上面に接触させる。完全密閉の場合は、図2の左図のように蓋をして流体を満たす。また、半密閉状態にするには、半径 $r_e = 23.5, 47.0, 70.5$ の円板を図2の右図に示すように固定台に取り付け、流体を固定円板に接するように満たす。密閉度を円板半径 r_e と円筒容器内半径 R との比で表し、それぞれ、 $r_e/R = 1/4, 2/4, 3/4$ を半密閉、 $r_e/R = 4/4$ を完全密閉と呼び、円板を付けない状態の $r_e/R = 0/4$ を完全開放と呼ぶこととする。

子午面内の流れを可視化するためにレーザーライトシートを使用した。シートの厚さは約 4mm に設定した。レーザーライトの光源は KANOMAX 社製（出力 165mV/10.0Amp）である。可視化用の染料にはフルオレセインナトリウムを作動流体に少量混ぜ、それを固定円板の中心に設けた直径 1mm の小孔から流れを乱さないように注入した。完全開放の場合は、内径 1mm の管の先端を自由表面近づけて、そこから染料を注入している。

2.2 実験結果 図 3 は、アスペクト比 $H/R = 1.5$ 、各密閉度 $r_e = 0/4, 1/4, 2/4, 3/4$ および $4/4$ における流れの可視化写真である。レイノルズ数 Re は、代表長さとして回転円板の半径 R 、代表速度として回転円板の周速 ΩR を用い、 $Re = \Omega R^2/\nu$ と定義する。ここに、 ν はグリセリン水溶液の動粘度である。密閉度の低い、(d) $r_e/R = 1/4$ および (e) $r_e/R = 0/4$ では、それぞれ $Re = 914, Re = 757$ で再循環領域が生じていることが分かる。しかし、密閉度の高い、(a) $r_e/R = 4/4$ および (b) $r_e/R = 3/4$ では、そのレイノルズ数で再循環領域は生じておらず、密閉度が高くなるにつれ、再循環領域が発生するレイノルズ数は高くなることが確認できる。

密閉度が異なるが、レイノルズ数はほぼ同じ (a) $r_e/R = 4/4, Re = 1356$ と (d) $r_e/R = 1/4, Re = 1348$ および (b) $r_e/R = 3/4, Re = 1507$ と (e) $r_e/R = 0/4, Re = 1510$ における、それぞれの再循環領域の大きさを比較すると、密閉度の低い (d) $r_e/R = 1/4$ 、(e) $r_e/R = 0/4$ の方が、密閉度の高い (a) $r_e/R = 4/4$ 、(b) $r_e/R = 3/4$ より大きいことが分かる。このことより、再循環領域の大きさは、密閉度が低くなるにつれて大きくなることが確認できる。

(e) $r_e/R = 0/4, Re = 1510$ で、Spohn ら⁴⁾により報告されている再循環領域が自由表面に付着するのが見られる。しかし、他の密閉度において、このレイノルズ数で付着は見られない。同じく Spohn ら⁴⁾により報告されている、 $r_e/R = 0/4$ における円環状の再循環領域の出現は、 $Re = 2051$ で見られる。加えて、 $r_e/R = 1/4, Re = 1616$ においても円環状の再循環領域が確認できるが、レイノルズ数は、 $r_e/R = 0/4$ におけるものより小さい。

図 4 は、アスペクト比 2.5 の可視化写真である。 $r_e = 4/4, 3/4, 2/4$ においては再循環領域が二つ形成される。レイノルズ数の増加とともに、二つの再循環領域が付着し二つの再循環領域をまたぐ逆流が見られる。

密閉度が低い $r_e = 1/4$ および自由表面 $r_e = 0/4$ の場合において、レイノルズ数を増加させていくと、ま

Fig. 3 Visualisation of changes in vortex structure with increasing $\Omega R^2/\nu$ for $H/R = 1.5$; (a) $r_e/R = 4/4$, (b) $r_e/R = 3/4$, (c) $r_e/R = 2/4$, (d) $r_e/R = 1/4$, (e) $r_e/R = 0/4$.

ず回転円板側に一つの再循環領域が存在し、その上流側の流脈線は螺旋を形成する。さらにレイノルズ数をあげると、完全開放の $r_e = 0/4$ の場合には再循環領域は自由表面に付着するようになる。しかしながら、アスペクト比 1.5 の場合と同様に、図 4(a)~(d) が示すように、固定円板があれば再循環領域は固定円板に付着することはない。

Fig. 4 Visualisation of changes in vortex structure with increasing $\Omega R^2/\nu$ for $H/R = 2.5$; (a) $r_e/R = 4/4$, (b) $r_e/R = 3/4$, (c) $r_e/R = 2/4$, (d) $r_e/R = 1/4$, (e) $r_e/R = 0/4$.

3. 軸対称流れに対する数値解析

3.1 支配方程式 図2に示すような内半径 R の円

Fig. 5 Contours of stream function ψ , vorticity η , Centrifugal forces v^2/r and Coriolis forces $-uv/r$ in the meridional plane for $r_e/R = 0/4$, $H/R = 1.5$.

筒容器において、下方端が回転する円板と上方端が半径 r_e の固定された円板間の非圧縮性流れの数値解析する。固定円板と回転円板の間隔を H とする。 $r_e = 0$ の場合は、作動流体の上方端は全面が自由表面、 $r_e = R$ の場合は全面が固定円板である。流れは軸対称と仮定し、円筒の子午面内において流線関数- N-S 方程式系を差分法を用いて解析する。採用した円筒座標は空間に固定しており、円筒軸に沿って上向きに z 軸、半径方向を r 、周方向を ϕ 、また、この座標軸に対応した速度成分を、それぞれ w , u , v とする。

以下に定義される子午面内の流線関数 ψ 、周方向渦度渦度 η

$$u = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad w = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \quad (1)$$

$$\eta = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial r} \quad (2)$$

を導入すると、渦度輸送方程式 (3) が得られる。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + u \frac{\partial \eta}{\partial r} + w \frac{\partial \eta}{\partial z} - \frac{u\eta}{r} - 2 \frac{v}{r} \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{1}{Re} \left(\Delta \eta - \frac{\eta}{r^2} \right) \quad (3)$$

$$\left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = r\eta \quad (4)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial r} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{uv}{r} = \frac{1}{Re} \left(\Delta v - \frac{v}{r^2} \right) \quad (5)$$

(a) $r_e/R = 0/4, Re = 2200$ (b) $r_e/R = 1/4, Re = 2200$ (c) $r_e/R = 2/4, Re = 2200$ (d) $r_e/R = 3/4, Re = 2200$ (e) $r_e/R = 4/4, Re = 2200$

Fig. 6 Contours of stream function ψ , vorticity η , Centrifugal forces v^2/r and Coriolis forces $-uv/r$ in the meridional plane for $r_e/R = 0/4 \sim 4/4, H/R = 2.5$

ここに、式(4)は渦度の定義式、式(5)は軸対称流れに対するN-S方程式の z 成分である。ただし、回転円板の角速度を Ω とし、長さ、速度、時間はそれぞれ、 $R, R\Omega, 1/\Omega$ 、で無次元化している。 Re はレイノルズ数であり、

$$Re = \frac{R\Omega^2}{\nu} \quad (6)$$

と定義する。ここに、 ν は流体の動粘度である。

また、円筒の中心軸および側壁近傍、回転円板および固定円板あるいは自由表面近傍では流れの変化が大きいため、数値計算の精度を確保するために格子間隔を細かくする。具体的には、子午面平面(r, z)を

$$r = \theta - a \sin 2\pi\theta, \quad z = \zeta - b \sin(2\pi\zeta/\delta) \quad (7)$$

により、 (θ, ζ) 平面に変換して、この平面で等間隔の差分格子を用いて計算する。ここに、 $\delta = H/R$ はアスペクト比である。式(7)における係数 a および b の値は、 $0 \leq a \leq 0.13, 0 \leq b \leq 0.13$ の範囲である。

式(3)~(5)の離散化には時間微分を一次精度の前進差分、空間微分は二次精度の中心差分、対流項については三次精度の風上差分を用いる。

また、計算格子は (θ, ζ) 平面において等間隔とし、その数は、レイノルズ数が700以下では、 $(41 \times 41 \cdot \delta)$ 、それ以上では $(53 \times 53 \cdot \delta)$ としている。

3.2 境界条件 境界条件は以下のとおりである。

円筒側壁上 $\psi = 0, \quad \partial\psi/\partial r = 0, \quad v = 0$

回転円板上 $\psi = 0, \quad \partial\psi/\partial z = 0, \quad v = r$

固定円板上 $\psi = 0, \quad \partial\psi/\partial z = 0, \quad v = 0$

自由表面上 $\psi = 0, \quad \eta = 0, \quad \partial v/\partial z = 0$

中心軸上 $\psi = 0, \quad \eta = 0, \quad v = 0$

すなわち、固体壁上では滑りなし、自由表面上ではせん断応力が0の条件を課している。円筒中心軸および側壁、下方の回転円板、上方の自由表面あるいは固定円板において流線関数 ψ は0としている。

本研究が対象とする流れでは、レイノルズ数を増加していくと円筒の軸を囲むように再循環領域が現われる。再循環領域の子午面内の流れの向きは二次流れと逆になる。可視化写真あるいは数値解析結果からも分かるように、二次流れと再循環領域の境界は上方の固定円板あるいは自由表面を通る流線と一致するので、この境界上では $\psi = 0$ となる。また、式(1)の定義から、二次流れの領域では $\psi > 0$ 、再循環領域では $\psi < 0$ となる。また、流線関数は異なる2点間の流量を表すので、流線関数の最大値 $\psi_{\max}$ を用いれば $2\pi\psi_{\max}$ は二次流れの流量を表す。一方、流線関数の最小値 $\psi_{\min}$ が負となる時には、再循環領域が発生し

Fig. 7 Effects of fixed endwall size on the streak lines and Centrifugal forces for $Re = 1355$, $H/R = 1.5$.

ていることを意味し、 $2\pi|\psi_{\min}|$ が再循環領域の流量を表す。

3.3 解析結果 Gelfgat ら⁶⁾が $r_e/R = 4/4$ の場合について述べている、コリオリ力および遠心力が再循環領域の発生に及ぼす影響が、密閉度を変えたことによりどう変化するかを検討する。まず、遠心力およびコリオリ力が流れに及ぼす影響を調べ、次に密閉度の違いによる遠心力の極大値の変化と流れへの影響について調べる。なお、数値解析結果の図 5～7 の各々の図において、左縦軸は円筒中心軸、右縦軸は円筒側壁、下端は回転円板、上端は固定円板あるいは自由表面を表す。

図 5 は、 $r_e/R = 0/4$ のときの流線、渦度、遠心力およびコリオリ力の子午面分布である。この図より、Gelfgat⁶⁾らが述べている、中心軸からみた流線の凹面形状は、 $r_e/R = 0/4$ に対しても (b) $Re = 700$ において確認できる。すなわち、以下のようなものである。回転円板により駆動された流体は円筒容器側壁に沿って上方に進み、作動流体の上端近傍で中心軸に向かう循環流となる。このとき (a) $Re = 300$ では見られない上端近傍 A 点でのコリオリ力の正の極大値により、周方向速度は加速され、図中の B 点で遠心力は極大となり、中心軸近傍で回転円板に向かう下向きの流れは、この遠心力に引っ張られるように半径方向に曲げられる (C 点)。一方、図中の D 点のコリオリ力の負の極小値のため、周方向速度は減速されるのでこの付近の遠心力は小さくなる。よって、E 点付近で流れは半径方向圧力勾配の影響で中心軸側に押し戻されるため、流線の凹面形状が形成される。この流線の凹面形状がさらに増した (c) $Re = 1000$ において、流れに再循環領域が出現する。

緒言で述べたように、Davidson²⁾や Brown &

Lopez³⁾は、円筒軸近傍の渦度の符号の変化が再循環領域の発生に関係すると主張している。すなわち、この時計方向の渦度が、中心軸上で上向きの速度を誘起することが再循環領域が発生する原因であるとしている。図 5 の η は等渦度線を示す。破線は渦度が負すなわち反時計方向、実線は正すなわち時計方向を表す。また、点 F は渦度の最大値のおおよその位置である。 $Re = 300$ においては、中心軸の近傍では渦度の向きは時計方向であり再循環領域は現われていない。一方、 $Re = 700$ では時計方向の渦度が現われているにもかかわらず、再循環領域は発生していない。再循環領域が発生している $Re = 1000$ の場合には、時計方向の渦度が現われている。すなわち、これらの結果から、Gelfgat ら⁶⁾が主張するように、中心軸近傍における周方向渦度の符号の変化は、再循環領域発生の必要条件ではあるが十分条件ではないことが、完全開放の $r_e/R = 0/4$ に対しても成立することが分かる。このことは、図 9 及び 10 の説明の際にも言及する。

図 6 はアスペクト比 2.5 における流線、渦度、遠心力、コリオリ力の子午面分布を示している。完全密閉において、アスペクト比を 1.5 から 2.5 に変化させると再循環領域の個数が 1 個から 2 個に増加する。これは、コリオリ力の正の極大値をとる位置が 1 箇所から 2 箇所に増加するため、遠心力の極大値をとる位置の個数が増加し、その結果、流線のわん曲が 1 個から 2 個に増加するためだと考えられている (Gelfgat ら⁶⁾)。アスペクト比 2.5 において、完全開放の場合 (a) と完全密閉の場合 (e) の $Re = 2200$ を比較すると、再循環領域が 2 個存在する完全密閉では、コリオリ力の正の極値をとる位置は 2 箇所存在し、再循環領域が 1 個の完全開放では、コリオリ力の正の極値をとる位置は 1 箇所である。半密閉 3/4、2/4 を見ると、コリオリ力の正の極値をとる位置は 2 箇所、再循環領域は 2 個であり、1/4 を見ると、コリオリ力の正の極値をとる位置は 1 箇所、再循環領域は 1 個である。このことから、再循環領域の個数は、コリオリ力の正の極値をとる位置の数に対応しており、その数はアスペクト比を増加させることにより増加するが、作動流体の上端の密閉度にも影響されることが分かる。このことは、中心軸に向かう流体はコリオリ力により周方向速度が加速し、遠心力の増加を招き、結果として流線の広がりとなるという Gelfgat ら⁶⁾の主張が半密閉容器および自由表面を有する容器に対しても成立すると言える。

つぎに密閉度の違いにより、作動流体上端近傍の遠心力の極大値が流れにどう影響を及ぼすかについて図

Fig. 8 Effects of fixed endwall size and Reynolds number on a local maximal value of Centrifugal forces near the upper free surface or fixed endwall for $H/R = 1.5$.

Fig. 10 Effects of fixed endwall size and Reynolds number on a local maximal value of vorticity near the container axis for $H/R = 1.5$

Fig. 9 Effects of fixed endwall size and Reynolds number on the minimal value of stream function for $H/R = 1.5$.

7 を示す。図中の濃い線は、円筒側壁上方 (A 点) から入れた染料の流脈線であり、薄い線は等遠心力線である。

(b) $r_e/R = 4/4$ の場合、遠心力の極大値は (a) $r_e/R = 0/4$ より小さく、その位置 (B 点) も固定円板から離れた位置にある。このため、流脈線は固定円板に平行に中心軸まで達している。これは、固定円板の近傍では周方向速度が減少し遠心力が圧力勾配よりも小さくなり、固定円板に沿う半径方向内向きの流れが加速されることに起因している。

一方、(a) $r_e/R = 0/4$ において、流脈線は円筒の中心軸まで達することなく、遠心力の極大の位置 (B 点) を過ぎてすぐに下向き (回転円板方向) に大きく曲げられているのが分かる。これは、自由表面では遠心力の極大値は自由表面の近傍にあり、そこで中心軸に向

かう流れが急激に減少し、円筒軸に沿って回転円板の方向に向けられることによる。

このように作動流体上端近傍の遠心力の極大値は、流れに強い影響を与えていることが分かる。そこで、密閉度の違いによる遠心力の影響の変化をさらに詳しく調べるために図 8 を示す。この図は、各密閉度における遠心力の極大値の、レイノルズ数による変化を示している。各密閉度とも遠心力の極大値はレイノルズ数の増加とともに増加する傾向にある。しかし、その値は、 $r_e/R = 0/4, 1/4$ の方が $r_e/R = 2/4, 3/4, 4/4$ と比べて大きい。この遠心力のため中心軸付近の軸方向の流れは、密閉度が低いほど半径方向外向きに強く広げられる。このように、流線の半径方向の広がりが増大したとき、円環状の再循環領域が出現する。この遠心力の極大値の違いが、図 3 の可視化写真が示すように、 $r_e/R = 0/4, 1/4$ では円環状の再循環領域が発生しているが、 $r_e/R = 2/4, 3/4, 4/4$ では発生していない理由と考えられる。また、 $r_e/R = 0/4$ と $r_e/R = 1/4$ の遠心力の極大値が $Re = 1300$ 付近で逆転しているが、この遠心力の極大値の逆転が、図 3 の (d) および (e) が示すように、 $r_e/R = 1/4$ の場合に $r_e/R = 0/4$ より低いレイノルズ数で円環状の再循環領域が発生している原因と思われる。

最後に、遠心力の極大値が中心軸近傍の正の渦度および再循環領域内の流量にどう影響を及ぼしているかについて、図 9 と 10 において考える。ここでは、流線関数の正の最大値 $\psi_{\max}$ は二次流れの流量 $2\pi\psi_{\max}$ を、負の最小値 $\psi_{\min}$ は再循環領域の流量 $2\pi|\psi_{\min}|$ を与える。まず、図 9 をみると、密閉度の低い $r_e/R = 0/4, 1/4$ の方が、密閉度の高い $r_e/R = 2/4, 3/4, 4/4$ より再循環領域の流量が大きい。これは、遠心力の極

大値の大きい $r_e/R = 0/4, 1/4$ は、半径方向の広がりが大きく、大きな再循環領域を形成するためと考えられる。また、図 10 をみると $Re = 1500$ 付近で、 $r_e/R = 0/4$ と $r_e/R = 1/4$ の渦度の最大値が逆転しているが、これも固定円板近傍の遠心力の極大値の違いの影響と思われる。

図 9 より $\psi_{\min}$ が負となるレイノルズ数が分かる。一方、中心軸付近において正の渦度が現われるレイノルズ数は図 10 より分かる。各々の密閉度に対して、後者のレイノルズ数の方が前者よりも小さい。このことから、中心軸付近の正の渦度の出現は、再循環領域発生の必要条件ではあるが、十分条件ではないことが分かる。

4. 結 言

アスペクト比が 1.5 と 2.5 について、固定円板の半径を変えて可視化実験を行い、縦渦崩壊に起因する再循環領域を観察した。数値解析により、周方向渦度、遠心力、コリオリ力の子午面分布を求め、再循環領域の形状および大きさの関係を考察した。

得られた結果の要点は以下のとおりである。

1. Gelfgat ら⁶⁾が主張した、中心軸近傍における周方向渦度の符号の変化は再循環領域発生の必要条件ではあるが十分条件ではなく、コリオリ力の極大値および遠心力の極大値が本質であり、再循環領域の個数が直接コリオリ力の極大値の発生個数と直接関係することが、半密閉および自由表面を有する円筒容器においても成り立つことが確認できた。

2. Spohn ら⁴⁾により報告された自由表面の場合に現われる円環状の再循環領域は、 $r_e/R = 1/4$ でも確認されるが、上面近傍の遠心力の極大値が大きいため、自由表面の場合よりも低いレイノルズ数で現われる。
3. 固定円板の密閉度が小さくなり自由表面の面積が多くなると、上面近傍での遠心力の極大値が円筒軸に向かう圧力勾配と釣り合うようになり、固定円板に沿う中心軸に向かう流れが抑制される。その結果、再循環領域の大きさが大きくなると同時に、再循環の流量も増加する。

文 献

- (1) Escudier, M. P., *Exp. Fluids*, **2**(1984), 189.
- (2) Davidson, P. A., *J. Fluid Mech.*, **209**(1989), 35.
- (3) Brown, G. L. & Lopez, J. M., *J. Fluid Mech.*, **221**(1990), 533.
- (4) Spohn, A., Mory, M. & Hopfinger, E.J., *Exp. Fluids*, **14**(1993), 70.
- (5) Mullin, T., Koinne, S. J. & Cliffe, K. A., *Physics of Fluids*, **12-2**(2000), 425.
- (6) Gelfgat, A. Yu. Bar-Yoseph, P. Z., & Solan, A., *J. Fluid Mech.*, **311**(1996), 1.