固液懸濁自然対流場における固相偏析に関する数値実験*

上 田 忠 雄^{*1}, 小河原加久治^{*2}, 佐 伯 壮 一^{*2}

Numerical Study on Particle Aggregation Caused by Natural Convection

Tadao UEDA, Kakuji OGAWARA^{*3} and Souichi SAEKI

^{*3} Department Mechanical Engineering, Yamaguchi University,
2-16-1 Tokiwadai, Ube-shi, Yamaguchi, 755-8611 Japan

When fluid mixed with solid particles in a rectangular tank is heated and cooled from respective side, resulting in natural convection with particles, a particle aggregation in a tank area, like suspension of particles in liquid, has been discovered. This is observed to be a vertically asymmetric pattern. In this study, this particle aggregation phenomenon is simulated, using a particle kinematical equation on the steady velocity and temperature distribution obtained by two-dimensional numerical simulation code. Taking account of dispersion of particle forces by fluid, the aggregation pattern is simulated and evaluated numerically. The simulation results agreed qualitatively with experimental results.

Key Words: Natural Convection, Solid Particles, Particle Aggregation Phenomenon, Numerical Simulation

1. 緒 言

太陽熱集熱器, クラズレートを用いた潜熱蓄熱システム, 薬品や塗料の製造, 河川での土砂の堆積など, 固液懸濁液中に自然対流が存在する系は, 自然界だけでなく工学的な応用例も多い. このような系において, 粒子の分散⁽¹⁾, または凝集と偏析^{(2)~(4)}が発生することがあり, そのメカニズムの解明は製品の性能品質に関わるため工学的に重要である.

岡田ら⁽²⁾は, 固液懸濁液で満たされた矩形容器において左右の側壁に温度差を設け, 自然対流を発生させる実験を行った. その結果, 固体粒子が層を形成し, その層内で循環する現象を発見している. 山田⁽³⁾や西村ら⁽⁴⁾は, 粒子と流体の密度の大小に応じて, 粒子領域の厚さが高温壁側と低温壁側で異なる現象についても報告している. 西村らは, このような粒子領域が空間的に偏る現象を偏析と呼び, そのメカニズムについて定性的な考察を行っている. 数値シミュレーションも行われているが⁽⁵⁾, これまで偏析の現象を再現した例はない.

本研究では, 固液懸濁自然対流場における偏析現象を数値シミュレーションにより再現する. また, 偏析が生じる物理的な原因について考察を行なう.

記 号

H: 容器の高さ	W: 容器の幅
x, y: 位置座標	t: 時間
T: 流体温度	g: 重力加速度
ρ_f : 流体密度	β : 流体の体積膨張率
ν : 動粘度	α : 熱拡散係数
ψ : 流れ関数	ω : 渦度
ρ_p : 粒子密度	d: 粒子直径
S: 粒子の投影面積	V: 粒子の体積
$\mathbf{X}$: 粒子位置ベクトル	$\mathbf{X}_f$: 流体位置ベクトル
$\mathbf{U}_R$: 粒子と流体の速度差ベクトル ($=\dot{\mathbf{X}}_f - \dot{\mathbf{X}}$)	
Pr: プラントル数	Re _p : 粒子レイノルズ数
C _D : 抵抗係数	Δh : 空間刻み
Δt : 時間刻み	

2. 計算モデル

計算体系として, 図1に示すような高さ $H=78\text{mm}$, 幅 $W=62.4\text{mm}$, アスペクト比 $H/W=1.25$ の2次元矩形容器を考える. 図中の左側壁は 283.0K , 右側壁は 303.0K の一定とし, 上下壁は断熱条件である. 上述した容器の寸法および側壁の温度差は, 比較のため西村ら⁽⁴⁾の実験と同じ値を用いている. 流体は塩化ナトリウム水溶液とし, その密度 $\rho_f [\text{kg/m}^3]$ と動粘度 $\nu [\text{m}^2/\text{s}]$ を温度 $T[\text{K}]$ の関数として式(1)および式(2)のように与える⁽⁵⁾.

$$\rho_f(T) = 1.139952 \times 10^3 - 0.3172410 \times T \quad \cdots \cdots (1)$$

* 原稿受付 2002年1月21日.

^{*1} 学生員, 山口大学大学院理工学研究科(〒755-8611 宇部市常盤台2-16-1).

^{*2} 正員, 山口大学工学部.

E-mail: ogawara@po.cc.yamaguchi-u.ac.jp

Fig. 1 Test Section

$$\nu(T) = 5.02 \times 10^{-10} T^2 - 3.194720 \times 10^{-7} T + 5.151290 \times 10^{-5}$$

.....(2)

またプラントル数を $Pr=7.06$ とし、 ν との関係より熱拡散係数 a を決定した。流体の体積膨張率 β は、式(1)から得られる密度の変化を用いて、式(3)のように求められる。ただし、温度変化 ΔT に対する流体密度の変化を $\Delta \rho_f$ とする。

$$\beta = -\frac{1}{\rho_f(T)} \frac{\Delta \rho_f(T)}{\Delta T} \quad \text{.....(3)}$$

一方、固液懸濁液を形成するため、P1～P9の9種類の粒子群を用いる。これらの直径 d と密度 ρ_p を表2に示す。また、表1に示されたP4～P9の密度および直径の分散を図2に示す。本論文では以下、“密度”とは粒子の分布密度ではなく、物質密度を意味する。

3. 計算方法

3.1 自然対流 本研究では差分法を用いて数値シミュレーションを行なう。基礎方程式を式(4)～(6)に示す。

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = -\omega \quad \text{.....(4)}$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial \omega}{\partial x} - \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \omega}{\partial y} = g \beta \frac{\partial T}{\partial x} + \nu \nabla^2 \omega \quad \text{.....(5)}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial y} = a \nabla^2 T \quad \text{.....(6)}$$

式(4)は流れ関数 ψ についてのポアソン方程式、式(5)(6)はそれぞれ渦度 ω と温度 T の輸送方程式である。流体に働く浮力はブーシネスク流体として取り

Table1 Simulated conditions of particle

	$d(\mu\text{m})$	$\rho_p(\text{kg/m}^3)$	Number of Particles
P1	500	1047.00	17731
P2	500	1043.83	17731
P3	500	1050.17	17731
P4	500	1043.83~1050.17	17731
P5	500	1043.83~1047.00	17731
P6	500	1047.00~1050.17	17731
P7	250~500	1047.00	17731

(a) P4

(b) P5

(c) P6

(d) P7

Fig. 2 Density or Diameter Distributions of Particles

扱っている。本研究では式(5)(6)の移流項を3次風上差分⁽⁶⁾を用いて離散化を行なった。また、式(4)の ψ の収束計算にはSOR法⁽⁷⁾を用い、その際の緩和係数は1.4とした。

差分格子は一辺0.52mmの正方格子を用い、計算領域をx方向に120分割、y方向に150分割している。すなわち空間刻み $\Delta h=0.52\text{mm}$ である。また、時間刻みを $\Delta t=0.01$ 秒とした。

3.2 固液懸濁液からの固体粒子の分離 非定常流中に置かれた球状粒子の運動方程式は、次のように表される⁽⁸⁾。

$$\begin{aligned} \rho_p V \ddot{\mathbf{X}} = & \rho_f V \ddot{\mathbf{X}}_f + \frac{1}{2} \rho_f V \ddot{\mathbf{U}}_R + \frac{C_D}{2} \rho_f S |\mathbf{U}_R| \mathbf{U}_R \\ & + (\rho_p - \rho_f) V \mathbf{g} + \frac{3}{2} d^2 \rho_f \sqrt{\pi V} \int_0^t (\ddot{\mathbf{U}}_R)_{t-z} \frac{dz}{\sqrt{t-z}} \end{aligned} \quad \dots\dots(7)$$

ただし左辺は粒子の慣性項、右辺第一項は圧力勾配項、第二項は球の加速度運動による仮想質量項、第三項は抵抗項、第四項は浮力項、第五項はBassetの履歴積分項を表している。

本研究では粒子を流すための自然対流場として、

Fig.3 Stream Lines

Fig.4 Temperature Distribution

3.1 節の数値シミュレーションから得られる定常自然対流場の流速および温度分布を用いた。また、本研究では流体に及ぼす粒子の影響を簡単のため無視し、流れを定常として扱う。自然対流場の流線と温度分布を図3と図4に示す。

定常流の場合、式(7)の右辺第一項は無視される。また、第五項は簡単のため省略した。修正オイラー法を用いると、以下の式から時間ステップごとに粒子の位置 $\mathbf{X}$ 、速度 $\dot{\mathbf{X}}$ 、加速度 $\ddot{\mathbf{X}}$ を求めることができる。

$$\mathbf{X}^* = \mathbf{X}^n + \Delta t \dot{\mathbf{X}}^n \quad \dots\dots(8)$$

$$\dot{\mathbf{X}}^* = \dot{\mathbf{X}}^n + \Delta t \ddot{\mathbf{X}}^n \quad \dots\dots(9)$$

$$\ddot{\mathbf{X}}^* = \frac{\rho_f}{2\rho_p} \ddot{\mathbf{U}}_R + \frac{\rho_p - \rho_f}{\rho_f} \mathbf{g} + \frac{3\rho_f}{4\pi d\rho_p} C_D |\mathbf{U}_R| \mathbf{U}_R \Big|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}^*} \quad \dots\dots(10)$$

$$\mathbf{X}^{n+1} = \mathbf{X}^n + \frac{\Delta t}{2} (\dot{\mathbf{X}}^n + \dot{\mathbf{X}}^*) \quad \dots\dots(11)$$

$$\dot{\mathbf{X}}^{n+1} = \dot{\mathbf{X}}^n + \frac{\Delta t}{2} (\ddot{\mathbf{X}}^n + \ddot{\mathbf{X}}^*) \quad \dots\dots(12)$$

$$\ddot{\mathbf{X}}^{n+1} = \frac{\rho_f}{2\rho_p} \ddot{\mathbf{U}}_R + \frac{\rho_p - \rho_f}{\rho_f} \mathbf{g} + \frac{3\rho_f}{4\pi d\rho_p} C_D |\mathbf{U}_R| \mathbf{U}_R \Big|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}^{n+1}} \quad \dots\dots(13)$$

抵抗係数 C_D についてはOseenの近似式(14)を用いた。

$$C_D = \frac{24}{Re_p} \left(1 + \frac{3}{16} Re_p \right) \quad \dots\dots(14)$$

粒子レイノルズ数 Re_p の代表速度は $\mathbf{U}_R$ であり、 C_D 値は各粒子、時間ステップごとに更新される。

粒子位置における流体の速度と温度は、自然対流の数値シミュレーション結果を空間一次補間することにより求めた。初期条件として $119 \times 149 (=17731)$ 個の粒子を差分格子上に配置し、以後は式(8)~(14)を用いて時間刻み $\Delta t=0.001$ 秒で各粒子の運動の計算を行なった。

4. 結果および考察

山田⁽³⁾および西村ら⁽⁴⁾は粒子密度を一定とし、塩化ナトリウム水溶液の濃度を調節することによって流体密度を変化させ、固液混濁液の自然対流の実験を行なっている。その結果の一例を図5に示す。粒子は $y/H=0.5$ を中心として水平な層を形成して凝集する。このとき塩化ナトリウム水溶液の濃度に応じて、粒子層の厚さが高温壁側と低温壁側で異なる現

象が見られる。西村らはこの現象を偏析と呼んでいる。

本研究では塩化ナトリウム水溶液の濃度を一定とし、粒子密度を変化させることによって、実験とほぼ同じ条件で数値シミュレーションを行なった。本研究で得られた数値シミュレーションの結果を図 6～図 12 に示す。これらの図は、粒子を定常な対流場に均等に配置してから計算ステップ 480000 回、すなわち計算時間 8 分後の粒子の分布である。

自然対流場に流した粒子 P1 が形成する粒子領域を図 6 に示す。P1 の密度は平均流体密度 ρ_f ($T=293.0\text{K}$) $=1047.0\text{kg/m}^3$ と一致している。このとき、粒子領域の形状は図 3 の流線とよく一致し、流れに追従している様子が分かる。しかし、この条件では偏析を確認することができなかった。次に、山田⁽³⁾の実験と同様に、粒子密度と平均流体密度が異なる P2 と P3 の粒子条件で計算を行った。その結果を図 7 と図 8 に示す。粒子密度が平均流体密度より小さい場合、粒子は低温壁側に集まり、逆に粒子密度が平

Fig. 5 Experimental Result by Nishimura⁽⁴⁾
(mean diameter=512 μm , time=40minutes)

Fig. 6 Particle Region of P1

Fig. 7 Particle Region of P2

Fig. 8 Particle Region of P3

Fig. 9 Particle Region of P4

Fig. 10 Particle Region of P5

Fig. 11 Particle Region of P6

均流体密度より大きい場合、粒子は高温壁側に集まった。このように、粒子領域が流体と粒子の密度差に依存することは、実験結果に一致している。しかし P1~P3 の粒子条件では、粒子が容器中央あるいは左右側壁のどちらかを中心として急速に凝集し、粒子の空間的な分散がなくなる傾向があり、実験結果と異なっていた。この結果は、様々な数値誤差の影響や、本シミュレーションにおいて考慮していない衝突を含めた粒子同士の相互作用や粒子が流体に及ぼす影響も考えられるが、本研究では実際の粒子がもつ粒子形状の不均一性に着目した。

一般に粒子密度は物性値であるため一定値であるが、粒子形状の不均一性などを原因とし、粒子が得る力にはばらつきがあると考えられる。したがって本研究では、図 2 に示すように粒子密度にわずかな分散をもたせることにより、力のばらつきを再現した。P4 は平均流体密度を中心として粒子密度に一樣分布を与えており、最小密度と最大密度との差は平均密度の 0.6% 程度である。同様に、P5 と P6 の密度にも一樣な分散を与えており、その平均密度 $\bar{\rho}_p$ は平均流体密度 $\bar{\rho}_f$ に対してそれぞれ $\bar{\rho}_p < \bar{\rho}_f$ 、 $\bar{\rho}_p > \bar{\rho}_f$ となっている。なお、P5 と P6 の最小密度と最大密度の差は、平均流体密度の 0.3% 程度である。

粒子 P4~P6 を流した場合の計算結果を図 9~図 11 に示す。これらの条件では、粒子はある程度分散しながら層を形成し凝集している様子が分かる。特に、図 11 の結果は図 5 に示した西村らの実験と一致している。図 5 は実験を開始して 40 分後の写真であり、本研究で行なったシミュレーションとは時間が異なっているが、実験では容器内の流体温度が一樣な状態から実験を開始していること、実験では粒子の凝集を防ぐために界面活性剤を用いていること、本研究では粒子同士の衝突を考慮していないことなどが

原因として挙げられる。

また図 10 と図 11 の結果では、粒子領域の厚さが高温壁側と低温壁側で逆になっており、粒子密度と流体の平均密度の大小関係に応じて、粒子領域はそれぞれ点対称となっている。 $\rho_p < \bar{\rho}_f$ と $\rho_p > \bar{\rho}_f$ のときで粒子領域が点対称になることは、山田の実験によって確かめられており、この結果からも本数値シミュレーションによって偏析を再現することができたといえる。

一方、粒子 P4 を流した場合、粒子領域は図 9 のように容器中央を中心とした点対称となった。この原因は、P4 の密度分布が平均流体密度を中心として対称であるためと考えられるが、実験における観察の報告はない。

また、西村らは粒子径の分布が偏析に与える影響について実験的考察を行っており、あまり影響がないことを確かめている。本研究でも図 2 に示すように、P7 に粒子密度を一定とし粒子径に分散を与えて数値シミュレーションを行なった。P7 の密度は P1 と等しく、平均流体密度に一致している。P7 が形成する粒子領域を図 12 に示す。図 6 と比較して粒子の凝集が遅いものの、粒子領域の輪郭は P1 の場合と同様に図 3 の流線と一致している。式(7)から明らかにように、粒子径はその粒子が流体から受ける抗力に影響する。このことから、偏析現象が抗力のばらつきには依存しないことが分かる。

一方、本研究では P4~P6 に対して粒子密度にばらつきを与えたが、これは浮力にばらつきを与えたことに他ならない。実際に、粒子形状や表面の傷、気泡の付着などによって粒子が受ける浮力にばらつきが生じていると考えられる。これは仮想的な粒子密度分布として考慮することができる。本研究では、この粒子密度の平均値と平均流体密度との大小関係によって、偏析が発生することが明らかになった。

これまで、偏析のメカニズムは粒子密度が一樣であることを前提とし、定性的な説明がなされている⁽⁹⁾。しかし本研究で明らかになったように、粒子密度にばらつきがない場合に偏析は起こらない。本研究では粒子密度のばらつきに着目し、偏析の発生メカニズムについて定性的な考察を以下に行なう。

例として図 5 の偏析について説明する。粒子の密度は P6 の分布をもつとする。今、密度が流体の最大密度に等しい粒子が容器下部(図 13 の A)に置かれている。この粒子は容器下部の流体の流れに乗り、また密度が大きいために沈降しながら高温壁下部(同図 B)に運ばれ、さらに高温壁近傍の急激な上

Fig. 12 Particle Region of P7

Fig. 13 Traces of a Particle with Large Density

昇流によって高温壁上部（同図 C）に浮上する。次に、この粒子は容器上部の流れに乗って低温壁側に向かうものの、密度が大きいため徐々に沈降する（同図 C～F）。 $y/H < 0.5$ まで沈降すると今度は容器下部の流れに乗って、さらに沈降しながら高温壁側に向かい（同図 F～B）、再び上昇流によって高温壁上部に浮上する。この B→C→F→B の循環により、粒子密度が大きい粒子は高温壁側に凝集し、図 8 のような粒子領域が得られる。一方、P6 には流体の平均密度に等しい密度をもつ粒子も存在する。この粒子は、図 3 に示した流線に沿って循環しながら、浮力と重力の影響で徐々に容器中央に凝集し、図 6 のような粒子領域を得る。このように粒子はその密度に応じて粒子領域を形成するため、密度に分布が与えられた場合、それらの粒子領域の足し合わせによって図 5 のような偏析が現れると考えられる。

5. 結 言

自然対流場における固液懸濁液からの固体粒子の分離について数値シミュレーションを行なった。本研究の結果から得られた知見を以下にまとめる。

- ・固液懸濁自然対流場の偏析現象を数値シミュレーションで再現することができた。
- ・各粒子が流体から受ける浮力のばらつきが、粒子の凝集と偏析に重要である。
- ・仮想的な粒子密度と流体の平均密度の大小関係に応じて、粒子領域の高温壁側と低温壁側のいずれかが厚くなり、偏析現象が決定する。
- ・粒子直径のばらつき、すなわち粒子が受ける抗力のばらつきは、偏析に大きな影響を与えない。

謝 辞

本研究の遂行にあたり、山口大学工学部 西村龍夫教授には写真提供などのご協力を頂いた。ここに謝意を表する。

文 献

- (1) Koyaguchi, T. · hallworth, M.A. · Huppert, H.E. and Sparks, R.S.J., Nature, Vol.343, (1990), 447-450.
- (2) 岡田昌史 · 立野昌義 · 矢野聡 · 大山和也, 第 34 回日本伝熱シンポジウム講演論文集, (1997), 87-88.
- (3) 山田修平, 自然対流下における固・液懸濁液からの固体粒子の分離, 山口大学工学部機械工学科卒業論文, (1999)
- (4) Nishimura, T. · Jyono, M. · Gotoh, K. and Kunitsugu, K., Proceedings of the 4th JSME-KSME Thermal Engineering Conference, (2000), C208
- (5) 城野実考, 自然対流による固・液懸濁液中の粒子偏析とその機構, 山口大学大学院機械工学専攻修士論文, (2001), 29,30,59-65
- (6) 河村哲也, 流体解析 I, 朝倉書店, (1996), 46.
- (7) 文献(6)の p159.
- (8) 小河原加久治 · 飯田誠一 · 登里卓也 · 足羽賢治, 機械学会論文集 B 編, 61-590, (1995), 3679-3683.
- (9) 文献(5)の p28,29,57,58.