平行平板間における脈動乱流の DNS*

榊 貴彦^{*1}, 河村 洋^{*2}

DNS of Pulsating Turbulent Channel Flow

Takahiko SAKAKI and Hiroshi KAWAMURA^{*3}^{*3} Department of Mechanical Engineering, Tokyo University of Science,
2641 Yamazaki, Noda-shi, Chiba, 278-8510 Japan

Various direct numerical simulations (DNS) of turbulence are performed hitherto. In most of those DNS's, the mean flow is assumed to be steady. This is because the DNS of the turbulence with an unsteady mean flow requires more computational effort to obtain a stable statistical average. In the present study, DNS of turbulent channel flow driven by temporally-changing pressure gradient is performed. The pressure gradient is so determined that the bulk mean velocity averaged over one cycle is approximately equal to the one with a steady state Reynolds number of $Re_{\tau s}=180$. The each period is divided into twenty phases and statistical average is obtained for various turbulence statistics. Obtained turbulence statistics are compared with steady ones. Number of streamwise vortices decreases in the acceleration period while it increases in the deceleration one.

Key Words: Turbulent Flow, Unsteady Flow, Pulsation, Channel Flow, DNS

1. 緒 言

近年のコンピュータの発達により, さまざまな乱流の直接数値シミュレーション(DNS)が行われるようになった。しかし, これまでに行われたほとんどのDNSはアンサンブル平均が時間的に定常となるような系を対象としていた。これは, 非定常乱流のDNSを考慮する場合, 十分な乱流統計量を得るために, より多くの計算量を必要とするからである。

脈動流に関する実験的研究は多く, Jensen ら⁽¹⁾は乱流境界層において一様流速が振動する実験を行い, 壁面せん断応力と一様流速の間に位相差が現れることを示し, Sarpkaya ら⁽²⁾は同様の乱流境界層において乱流構造に着目した実験を行った。また, Tardu ら⁽³⁾はチャンネル内乱流について脈動する周期の振幅を変化させ実験を行った。これらは, 平均流速が周期的に正負に符号を変えるものであるが, Maruyama ら⁽⁴⁾は, 平均流速が方向を変えない範囲でステップ状に増加

るいは減少する円管内乱流実験を行い, 流速やレイノルズ応力の時間変化を測定している。また, DNSにおいては, 平均流速は定常的であるが, 流れ方向に周期的に壁面の吸込み吹出しを有するDNSを三宅ら⁽⁵⁾が行い, 加速領域では乱れが抑制され, 減速では増幅すること, 各統計量が空間的に位相差をもって現れることを示した。また, Kawamura ら⁽⁶⁾は時間的に周期変動する圧力こう配を付加したDNSを行い, 加速減速による乱流統計量を定常流と比較し, 壁面摩擦係数が加速期間で一時的に減少するという再層流化現象を見いだした。また, Scotti ら⁽⁷⁾は同様に時間的に周期変動する圧力こう配を付加し, 圧力こう配の強さと振幅が流れに及ぼす影響を調べた。

以上の脈動乱流の実験の大部分やDNSでは, 圧力こう配あるいは主流方向は, 正から負へと符号を反転させている。すなわち, 強制的な逆方向の駆動力が付加されている。しかし, 実際の工学機器や血液の流れにおいては, 一定時間のみ大きな圧力こう配が付加され, 次の周期ではその圧力こう配が除去されて自然な減衰に任せる場合も多い。そこで本研究では, ステップ状の圧力こう配を付加し, その後一定時間, 圧力こう配を零とする計算を行う。また, 強制的に逆圧力こう配を付加する場合の計算も行い, 両者を比較する。

* 原稿受付 2002年2月15日

^{*1} 東京理科大学大学院理工学研究科機械工学専攻。^{*2} 正員, 東京理科大学理工学部機械工学科(〒278-8510 野田市山崎2641)。

E-mail: kawa@rs.noda.tus.ac.jp

Table 1 Computational condition

Grid		Staggered Grid
Coupling Algorithm		Fractional Step Method
Time Advancement	Viscous Terms	2nd-order Crank-Nicolson Method (y-direction)
	Others	2nd-order Adams-Bashforth Method
Discretization Scheme	Nonlinear Terms	2nd-order Central Scheme (Consistent)
	Viscous Terms	2nd-order Central Scheme
Boundary Condition		Periodic(x, z direction), Non-slip (y-direction)
Grid Number		512 × 128 × 128 (x × y × z)
Computational Volume		25.6δ × 2δ × 3.2δ (L _x × L _y × L _z)
Visualized subvolume		12.8δ × δ × 1.6δ (L _x × L _y × L _z)
Reynolds Number		Re _{τs} = 180

Fig. 1 Computational domain

得られた結果に対しては、定常流と比較するために周期的な圧力こう配をいくつかの位相に分け、各位相ごとに乱流統計量を得た。

2. 記 号

$Re_{\tau s}$: 定常流におけるレイノルズ数 $= u_{\tau s} \cdot \delta / \nu$

$Re_{\tau p}$: 各位相におけるレイノルズ数 $= u_{\tau p} \cdot \delta / \nu$

t : 時間

Δt : 圧力こう配変化の継続時間

$u_{\tau s}$: 定常流 ($Re_{\tau s}=180$) における摩擦速度

$u_{\tau p}$: 各位相における摩擦速度

u_i, u, v, w : 速度の各方向成分

x_i, x, y, z : 座標

δ : チャネル半幅

ν : 動粘性係数

ρ : 密度

()⁺: $u_{\tau s}, \nu$ による無次元量

()_p⁺: $u_{\tau p}, \nu$ による無次元量

()': 変動値

()_{rms}: 二乗平均値

()⁻: アンサンブル平均値

3. 計 算 手 法

解析対象となる流れ場は、図1に示すような平行平

板間流れである。支配方程式は以下に示す連続の式、Navier-Stokes 方程式で与えられる。

$$\frac{\partial u_i^+}{\partial x_i^+} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial u_i^+}{\partial t^+} + u_j^+ \frac{\partial u_i^+}{\partial x_j^+} = -\frac{\partial p^+}{\partial x_i^+} + \frac{1}{Re_{\tau s}} \frac{\partial^2 u_i^+}{\partial x_j^{+2}} - \frac{d\bar{P}^+}{dx^+} \delta_{1i} \quad \dots\dots\dots (2)$$

各方程式はそれぞれ、定常状態における壁面せん断速度 $u_{\tau s}$ とチャネル半幅 δ で無次元化されている。このとき、式(2)中に現れる $-d\bar{P}^+/dx^+$ が主流を駆動する圧力こう配で、今回の計算では次のように与える。

Case A

$$-\frac{d\bar{P}^+}{dx^+} = 5.0, \left(\frac{\Delta t u_{\tau s}}{2\delta} = 2.0 \right)$$

$$-\frac{d\bar{P}^+}{dx^+} = 0.0, \left(\frac{\Delta t u_{\tau s}}{2\delta} = 5.0 \right)$$

Case B

$$-\frac{d\bar{P}^+}{dx^+} = 5.0, \left(\frac{\Delta t u_{\tau s}}{2\delta} = 2.0 \right)$$

$$-\frac{d\bar{P}^+}{dx^+} = -6.0, \left(\frac{\Delta t u_{\tau s}}{2\delta} = 1.0 \right)$$

この圧力こう配は、比較対象となる定常流 ($Re_{\tau s}=180$) と比較するために1周期のバルク平均速度が定常流にほぼ一致するように定めたものである。乱流統計量は加速、減速期間をそれぞれ10分割、合計20分割して乱流統計量を得た。

計算条件を表1に示す。空間的離散化には有限差分法を用い、対流項と粘性項ともに二次中心差分を用いた。ただし対流項については、鈴木・河村⁽⁶⁾が提唱している「コンシステント・スキーム (Consistent scheme)」を用いた。コンシステント・スキームとは、解析的微分操作と数値的微分操作の整合性を満足

Fig. 2 Changes of pressure gradient and bulk mean velocity

Fig. 3 Mean velocity profiles

させるスキームである。

4. 結果および考察

4.1 主要な統計量 図2に圧力こう配とバルク平均流速の時間変化を示す。図2に示すように加速減速期間をそれぞれ10分割、合計20分割して各位相ご

Fig. 4 Skin friction coefficient

とにアンサンブル平均を8周期分とり、統計量を得た。

図3に平均速度分布を示す。加速中期(phase 6)において、平均流速はチャンネル中央部で最も加速される。その後加速後期(phase 10)では定常流の分布へ近づく。このような平均流速分布の挙動は、定常流より高い一定圧力を付加することによって次第に流れが発達するにつれ定常状態に近づくために、上述したような分布を示す。減速期間において、Case AとCase Bともに定常流に沿った分布を示す。また、加速減速期間いずれの場合にも粘性底層においては定常流の分布と一致しているが、これは壁面近傍では粘性が支配的であることによる。

図4に壁面摩擦係数の分布を示す。これは、Dean⁽⁹⁾により実験から導かれた相関式 $C_f = 0.073 Re_m^{-1/4}$ と、本計算から得られた壁面摩擦係数を比較したグラフである。壁面摩擦係数は式(3)より導かれる。

$$C_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2} \rho u_m^2} \quad \dots\dots\dots (3)$$

図4によれば、加速直後、壁面摩擦係数はいったん増加している。これは、加速、すなわち圧力こう配の増加開始直後には、断面内の流速がほぼ一様に加速されるため、壁面近傍の速度こう配が大きくなるためである。この傾向は、Maruyamaら⁽⁴⁾の実験結果においても確認できる。その後、壁面摩擦係数は加速期間で

Fig. 5 Turbulent kinetic energy

一時的に値が小さくなり、再び定常流の分布に近づくことがわかる。減速期間では定常流に沿った分布を示す。壁面摩擦係数を一周期で時間平均すると、ほぼ定常流の結果に近い値を示す。Case A の場合、加速期間に対して減速期間の時間が長いため、一時的に小さくなった壁面摩擦係数の低減効果が見られなくなるためである。また、Case B では減速期間から加速期間に転じる際に圧力こう配の変化が急激であるため、壁面摩擦係数が著しく増大する。これによって加速期間で得られた一時的な壁面摩擦係数の低減効果は一周期の時間平均には現れない。

図5に乱流エネルギーの分布を示す。乱流エネルギーは加速初期で最も小さな値をとり、加速中期でピークを迎え、加速後期では定常流の分布に近づくことがわかり、Case A の減速期間ではピークの位置は定常流とほぼ変わらず、流れが準定常的であることを示す。また、Case B の減速期間では乱流エネルギーのピーク値は定常流と比して高い値をもつ。このような加減速期間それぞれにおける定常流と異なる性質は、

Fig. 6 Total and Reynolds shear stress

Fig. 7 Production term of turbulent kinetic energy

レイノルズ応力および全せん断応力によって説明できる。全せん断応力の式は、以下のように表すことができる。

Fig. 8 Top view of λ_2 and streaks (Case A): (a) phase 2, (b) phase 6, (c) phase 8, (d) phase 11, side view of λ_2 and streaks: (e) phase 6, (f) phase 11. (gray: $\lambda_2 < -0.015$, black: $|u'| > 3$)

$$\tau_{\text{total}}/\rho u_{\tau p}^2 = -\overline{u_p^+ v_p^+} + \frac{d\overline{u_p^+}}{dy_p^+} \dots\dots\dots (4)$$

$$= 1 - \frac{1}{Re_{\tau p}} \left(\frac{d\overline{P_p^+}}{dx^+} y_p^+ - \int_0^{y_p^+} \frac{d\overline{u_p^+}}{dt_p^+} dy_p^+ \right) \dots\dots (5)$$

ここで $-d\overline{P_p^+}/dx^+$ は、付加する圧力こう配 $-d\overline{P^+}/dx^+$ を位相ごとの壁面せん断速度 $u_{\tau p}$ で無次元化した値である。この式において、Case A の加速期間および Case B では、 $-(d\overline{P_p^+}/dx^+)y_p^+$ が $\int_0^{y_p^+} (d\overline{u_p^+}/dt_p^+) dy_p^+$ に比べて十分大きいので、式(5)の右辺第3項を無視すると、

$$\tau_{\text{total}}/\rho u_{\tau p}^2 \simeq 1 - \frac{1}{Re_{\tau p}} \frac{d\overline{P_p^+}}{dx^+} y_p^+ \dots\dots\dots (6)$$

となる。この式を、全せん断応力の分布と比較する[図6点線(……)]と壁近傍でよく一致する。つまり、加速初期では壁面近傍の全せん断応力が圧力こう配によって抑えられ、その後次第に定常流の分布に近

づくことが図6を見るとわかる。このように、加速期間で起こる一時的なせん断の抑制によって流れが層流化したと考えられる。以上のように、全せん断応力およびレイノルズ応力が加速時に抑制され、減速時に増大する傾向は、Maruyama ら⁽⁴⁾の実験結果とも完全に一致している。

加速区間での一時的な統計量の変化は図7に示した乱流エネルギーの生成項にも現れる。ここで乱流エネルギーのピーク値は、

$$P_{k,\text{max}} \simeq \frac{1}{4} \left[1 - \frac{1}{Re_{\tau p}} \left(\frac{d\overline{P_p^+}}{dx^+} y_p^+ \right) \right] \dots\dots\dots (7)$$

と表され、この式より圧力こう配が大きくなると乱流エネルギーの生成は抑えられることがわかる。また減速期間におけるレイノルズ応力や全せん断応力の分布は、Case A では式(6)の右辺第1項である $-d\overline{P_p^+}/dx^+$ が零であるので、ピーク値が定常流よりもわずか

に高くなり、一方 Case B では $-d\bar{P}_p^+/dx^*$ が負であるのでピーク値が定常流よりも大きく高くなり、レイノルズ応力が増大することから、乱流エネルギーが定常流と比して大きな値をもつ。このとき、乱流エネルギーの生成項を定常流と比較すると、加速期間とは逆に定常流よりも高くなることがわかる。

4.2 乱流構造 乱流構造において特徴的な縦渦構造を同定する方法には、渦度に適当なしきい値を設ける方法⁽¹⁰⁾、速度こう配テンソルの第2不変量にしきい値を設ける方法⁽¹¹⁾、圧力のヘッシアン⁽¹²⁾の対称成分か

ら得られる2階の対称テンソルの第2固有値 λ_2 にしきい値を設ける方法⁽¹²⁾ などがある。本計算では瞬時場の可視化情報には λ_2 を用いて縦渦の抽出を試み、統計量に関しては第2不変量 Q^+ を用いた。これは、 λ_2 を求めるには計算負荷が大きいので、統計量を得るのに多大な時間を要するからである。加速期間、減速期間それぞれにおける流れの瞬時場の可視化図を図8に示す。黒で示したのが低高速ストリーク、灰色で示したのが固有値 λ_2 が負の領域である。これを見ると、加速期間(phase 2)において、渦構造が減少するとともに、ストリーク構造が伸張している。

減速期間では渦構造がチャンネル中央部にまで達するようすが観察され、チャンネル中央部へのエネルギーの輸送が活発に行われていると考えられる。また、瞬時場で観察された加速期間で渦構造の減少を統計的に確かめるために、瞬時場における渦を示す λ_2 が x - z 断面に存在する面積割合を図9に示す。これを見ると、加速初期から中期にかけては渦構造が少なく、加速後期に向かうにつれ次第に増加する。減速期間においては加速期間よりも多く渦が存在する。

次に、渦度の rms 値を図10に示す。これを見ると、

Fig. 9 Surface area ratio occupied by vortex (negative λ_2) (Case A)

Fig. 10 Root-mean-square of vorticity fluctuation (Case A)

Fig. 11 Rms of second invariant of velocity gradient tensor Q^+ (Case A)

Fig. 12 Spanwise two point correlations of Q^+ at $y^+ \approx 10$ (Case A)

加速初期や中期において縦渦の指標となる ω_x の値が定常流と比較して小さいことがわかる。特に加速中期においては、 ω_x の値が定常流の分布より小さいが、 ω_y や ω_z は定常流の分布と一致している。このことは、加速中期から後期にかけて、縦渦が発展する前にアーチ形渦のような、スパン方向を軸とする渦が多く発生しているという観察結果と一致している。

次に第2不変量 Q^+ のrms値を図11に示す。第2不変量 Q^+ は以下の式で表される。

$$Q^+ = \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} = s_{ij}^2 - \omega_{ij}^2 \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここで s_{ij} は変形速度テンソル、 ω_{ij} は渦度テンソルである。つまり、第2不変量 Q^+ は渦度テンソルとせん断テンソルそれぞれの二乗の引き算で表され、 Q^+_{rms} の分布は加速が進むに従って増大し、減速期間では定常流より大きな値をとる。このことから、渦度領域やせん断領域の変動が激しくなることがわかり、図8に示したような可視化結果と一致する。

さらに、第2不変量 Q^+ のスパン方向の二点相関係数を壁近傍について図12に示す。ここで、第2不変量 Q^+ のスパン方向の二点相関が零となる z^+ の2倍を渦の幅とすると、渦の幅は加速減速の効果によって変化せず、ほぼ $z^+ = 20$ 程度であることがわかる。

5. 結 言

周期的変動を伴う圧力こう配を付加したDNSを行い、以下の知見を得た。

(1) 加速中期で平均速度分布はチャンネル中央部で定常流より大きな値をとり、一時的な層流化が発生する。

(2) これは、加速期間では圧力こう配の影響によって壁面近傍のレイノルズ応力が抑制されるために一時的な層流化が起こったものと考えられる。

(3) このような層流化にもかかわらず、一周期を時間的に平均した壁面摩擦係数は、本計算の範囲内では、定常値とほぼ一致した。

(4) 乱流構造については、加速期間について一時的な層流化が生じた際に、渦構造の減少とストリーク

の伸張が見られ、他方減速期には多数の渦の発生が観察された。

(5) 減速期間においては、圧力こう配を取り除いたとき(Case A)は準定常的に変化するため、あらゆる統計量は定常流に近い分布を示すが、逆方向に圧力こう配を付加するとき(Case B)では壁近傍での全せん断応力のこう配が正となるために、乱れが増大した。

本計算は東京理科大学のVPP-5000によって実施したものである。

文 献

- (1) Jensen, B. L., Sumer, B. M. and Fresoe, J., Turbulent Oscillatory Boundary Layers at High Reynolds Numbers, *J. Fluid Mech.*, **206**(1989), 265-297.
- (2) Sarpkaya, T., Coherent Structures in Oscillatory Boundary Layers, *J. Fluid Mech.*, **253**(1993), 105-140.
- (3) Tardu, S. F., Binder, G. and Blackwelder, R. F., Turbulent Hannel Flow with Large Amplitude Velocity Oscillations, *J. Fluid Mech.*, **267**(1994), 109-151.
- (4) Maruyama, T., Kuribayashi, T. and Mizushima, T., The Structure of the Turbulence in Transient Pipe Flows, *J. Chem. Eng. Jpn.*, **9-6**(1976), 431-439.
- (5) 三宅裕・辻本公一, 周期的圧力こう配を有する平板間乱流のDNS, 機論, **61-587**, B (1995), 2401-2408.
- (6) Kawamura, H., Honma, K. and Matsuo, Y., DNS of Unsteady Turbulent Channel Flow Driven by Sinusoidal Pressure Gradient, *Turbulence Shear Flow Phenomena*, **1**(1999), 175-180.
- (7) Scotti, A. and Piomelli, U., Numerical Simulation of Pulsating Turbulent Channel Flow, *Phys. Fluids*, **13-5**(2001), 1367-1384.
- (8) 鈴木哲也・河村洋, 乱流の直接数値シミュレーションにおける差分式の整合性, 機論, **60-578**, B (1994), 3280-3286.
- (9) Dean, R. B., Reynolds Number Dependence of Skin Friction and Other Bulk Flow Variables in Two-Dimensional Rectangular Duct Flow, *J. Fluids Eng.*, **100**(1978), 215-222.
- (10) 辻本公一・三宅裕, 壁近傍乱流の縦渦の同定と維持機構の解析, 機論, **64-623**, B (1998), 1989-1996.
- (11) Kasagi, N., Sumitani, Y., Suzuki, Y. and Iida, O., Kinematics of the Quasi-Coherent Vortical Structure in Near the Wall Turbulence, *Int. J. Heat Fluid Flow*, **16**(1995), 2-10.
- (12) Jeong, J. and Hussain, F. On the Identification of a Vortex, *J. Fluid Mech.*, **285**(1995), 69-94.