標位関数法による液体へ侵入する固体粒子挙動の数値解析*

織田 剛^{*1}, 里深信行^{*2}, 西田秀利^{*2}Numerical Analysis of Particle Behavior Penetrating
into Liquid by Level Set MethodTsuyoshi ODA^{*3}, Nobuyuki SATOFUKA and Hidetoshi NISHIDA^{*3} Fluid & Thermal Engineering Research Sect. Mechanical Engineering Laboratories, Kobe Steel, LTD.,
1-5-5 Takatsukadai, Nishi-ku, Kobe-shi, Hyogo, 651-2271 Japan

A numerical analysis technique using the level set method has been developed to calculate the critical velocity of a particle for penetration into liquid. The contact angle, a dominant factor in this phenomenon, is given by a virtual liquid surface inside a solid wall. A Cartesian grid method with immersed boundaries is also applied in order to accurately express the boundaries of a moving particle. Current results agree with other calculated and experimental results in both contact-angle problems and immersed-boundary problems. Finally, calculations of a particle impinging on a liquid surface have been carried out. Current results of the critical velocity agree with the experimental results and theoretical results.

Key Words: Level Set Method, Multi-phase Flow, Surface Tension, Wettability, Contact Angle, Cartesian Grid Method, Immersed Boundary, Powder Injection Refining

1. は じ め に

製鋼工程において、粉体インジェクション法は溶銑からリンや硫黄を取り除く処理に利用されている。粉体インジェクション反応効率向上のためには、吹き込まれた粉体が気液界面を突き破り液中へ侵入して反応に寄与できるか、あるいは気泡内に閉じこめられたまま浮上して反応に寄与できないかが重要な問題になる。このための基礎実験として、テフロンやガラスビーズなどの単一粒子を水や水銀などに衝突させるモデル実験⁽¹⁾が実施され、気液界面を突き破るために必要な粒子の条件が求められている。本研究では、数値解析により粉体インジェクション法のモデル実験を試みる。

著者らはこれまで標位関数法を用いて気液二相流の数値解析を行ってきた⁽²⁾。今回、この標位関数法を粉体インジェクション法のモデル実験に適用する。直交格子系を採用しているが、粒子の球形状を表現するために固体界面で直交セルを切断するカットセル法を採用する。対象とする現象では粒子径が小さいため、粒子と液体の濡れ性が大きな影響力を持っている。そこで接触角を考慮した表面張力を取り扱う。

2. 記 号

特に説明のない記号は、以下の説明に従う。

- $\mathbf{g}$: 重力加速度ベクトル
- $\mathbf{n}$: 液相界面法線ベクトル
- $\hat{\mathbf{n}}$: 固相界面法線ベクトル $= (\hat{n}_x, \hat{n}_y)$
- p : 圧力
- t : 時間
- $\mathbf{u}$: 速度ベクトル $= (u, v)$
- u : x 方向速度
- v : y 方向速度
- x : 水平(半径)方向座標
- y : 垂直(軸)方向座標
- α : 界面の片側分布幅
- θ : 液相界面法線ベクトルと水平線がなす角度
- $\hat{\theta}$: 固相界面法線ベクトルと水平線がなす角度
- κ : 曲率
- ν : 動粘性係数
- ρ : 密度
- σ : 表面張力
- τ : 粘性応力テンソル
- ϕ : 液相界面の標位関数
- $\hat{\phi}$: 固相界面の標位関数

* 原稿受付 2001年11月16日。

^{*1} 正員, (株)神戸製鋼所機械研究所流熱技術研究室(〒651-2271 神戸市西区高塚台1-5-5)。^{*2} 正員, 京都工芸繊維大学工学部(〒606-8585 京都市左京区松ヶ崎御所海道町)。

E-mail: t-oda@rd.kcrl.kobelco.co.jp

3. 数値解析手法

3.1 基礎式 二次元非圧縮性粘性流体の連続の式 (1) と運動量保存式 (2) および標位関数移流方程式 (3) をそれぞれ示す。

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}\mathbf{u}) = \frac{1}{\rho} \{-\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \sigma \kappa \delta(\phi) \mathbf{n}\} + \mathbf{g} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \phi = 0 \quad (3)$$

非スターガード格子を採用した有限体積法を用いて式 (1)~(3) を解く。移流項の空間微分には二次精度 ENO 法, 拡散項の空間微分には中心差分法, 移流項の時間積分には Adams-Bashforth 法, 拡散項の時間積分には Crank-Nicolson 法を用いる。なお, 流れは層流であると仮定して, 乱流モデルは用いていない。これら計算手法の詳細は, 既報⁽²⁾と同一である。

3.2 表面張力と接触角の取り扱い 表面張力には CSF モデル⁽³⁾を用いる。体積力の重み付き分布関数 δ は標位関数の関数として, 式 (4) で表される。分布幅 α には格子間隔 Δx または Δy を用いている。

$$\left. \begin{array}{ll} |\phi| < \alpha & \delta(\phi) = \frac{1}{2} \frac{(1 + \cos(\pi\phi/\alpha))}{\alpha} \\ \text{else} & \delta(\phi) = 0 \end{array} \right\} \quad (4)$$

曲率 κ は主曲率の和で表される。

$$\kappa = -\frac{\phi_y^2 \phi_{yy} - 2\phi_x \phi_y \phi_{xy} + \phi_x^2 \phi_{xx}}{(\phi_x^2 + \phi_y^2)^{2/3}} - \frac{m}{x} \phi_x \quad (5)$$

$m = 0$ は平面二次元に, $m = 1$ は軸対称二次元にそれぞれ対応する。

接触角を与える場合には, 壁面内部に接触角と同一勾配を持つ気液界面を仮想的に発生させる。斜面を落下する液滴の例を図 1 に示す。表面張力を作用させる気液界面の分布幅 α 内に位置するセルを黒丸で, それ以外のセルを白丸で示している。計算領域内の固体壁面にも標位関数を定義しており, これを標位関数 $\hat{\phi}$ で記す。固気液の三相が接する点における気液界面の単位法線ベクトル, 速度ベクトル, 壁面の単位法線ベクトル, 壁面の単位接線ベクトルを, この点に最も近い気体側のセル A の中心点における $\mathbf{n}_A = (\phi_x, \phi_y)_A$, $\mathbf{u}_A = (u, v)_A$, $\hat{\mathbf{n}}_A = (\hat{\phi}_x, \hat{\phi}_y)_A$, $\hat{\mathbf{s}}_A = (-\hat{\phi}_y, \hat{\phi}_x)_A$ でそれぞれ近似する。壁面内部に接触角と同一勾配を持つ気液界面を仮想的に発生させるために, 壁面内部のセル B 群に対して以下の式による補正を行う。ただしセル B 群は, 表面張力を作用させる黒丸で示されたセルから見て, 式 (5) の 9 点ステンシル内に含まれる壁面内部のセルである。

$$\begin{array}{ll} \hat{\mathbf{s}}_A \cdot \mathbf{n}_A \geq 0 & : \quad \begin{array}{l} \phi_x = \cos(\hat{\theta} + \theta_d) \\ \phi_y = \sin(\hat{\theta} + \theta_d) \\ V_{CL} = \hat{\mathbf{s}}_A \cdot \mathbf{u}_A \end{array} \\ \text{else} & : \quad \begin{array}{l} \phi_x = \cos(\hat{\theta} - \theta_d) \\ \phi_y = \sin(\hat{\theta} - \theta_d) \\ V_{CL} = -\hat{\mathbf{s}}_A \cdot \mathbf{u}_A \end{array} \end{array}$$

ただし, $\hat{\phi}_x = \cos \hat{\theta}$, $\hat{\phi}_y = \sin \hat{\theta}$ であり, θ_d は接触角である。 V_{CL} は液相から気相に向かう方向を正にとった接触点の移動速度である。

接触角 θ_d には平衡接触角 θ_e 以外に前進接触角 θ_a と後退接触角 θ_r という動的接触角がある。本報では, 図 2 に示すような接触点の移動速度 V_{CL} と関連づけた Bussmann らの動的接触角のモデル化⁽⁴⁾を用いる。ここでは $V_a = -V_r = 2V_e = 0.1(\text{m/s})$ としている。

Fig. 1 Schematic around a droplet on an incline

Fig. 2 Model of dynamic contact angle

3.3 カットセル法 中野らは近傍点局所選点法を利用して, 直交格子系を用いた任意形状周り圧縮性粘性流体の数値解析⁽⁵⁾を行っている。ここでは, 格子点周りの物理量分布を位置に関する二次関数で近似している。同様に T.Ye らは一次関数と二次関数の組み合わせからなる二次精度カットセル法⁽⁶⁾を提案している。本報では, T.Ye らによるカットセル法を採用し,

この基本的な考えを説明する．T.Ye らの論文⁽⁶⁾には示されていない4種類のセル形状と圧力の Poisson 方程式の取り扱いについては詳しく述べる．

図3に示すように界面によって分割されたセルは、セル中心を含む部分とセル中心を含まない部分に分けることができる．セル中心を含まない部分は同一界面によって分割された隣接セルに吸収させる．他方、セル中心を含む部分はそのものが一つのセルになるとともに、同一界面によって分割された隣接セルの中からセル中心を含まない部分を吸収する．このように、隣接する2セル間で界面に沿ってセル内を分割し、これらのセル領域の吸収と譲渡を行う．

Fig. 3 Schematic of computational domain with boundary cells, left:(a)cell pairing along x-direction, right:(b)cell pairing along y-direction

隣接する2セルの選び方によって図3の(a)と(b)のように2つの分割方式が考えられる．本報では、 $\phi_x \Delta x \geq \phi_y \Delta y$ の場合は (a)x 方向に吸収譲渡し、 $\phi_x \Delta x < \phi_y \Delta y$ の場合は (b)y 方向に吸収譲渡する．また、図4に示すように、x 方向に吸収譲渡するカットセルaの組み合わせから y 方向に吸収譲渡するカットセルbの組み合わせに変化する部分に3角形のようなセルcと5角形のセルdが現れる．以上のことから、本報では a~d の4種類のセル形状について考える．

y 方向に吸収譲渡するカットセルbの一例を図5に示す．境界 AE と境界 AB は界面によって分割されていないので、従来通りの取り扱いを行う．境界 BC の中点における数値流束を求めるために、セル中心点 1,2,4,5 と界面上の点 3,6 の6点の情報を用いて、式(6)に示す x 方向に一次、y 方向に二次の補間を行う．なお、境界 BC は補間に用いた6点の x 方向における中央に位置しているので、中心差分と同様に x 方向に一次の補間であっても二次精度を実現できる．

$$\psi = c_1 \hat{x} \hat{y}^2 + c_2 \hat{y}^2 + c_3 \hat{x} \hat{y} + c_4 \hat{y} + c_5 \hat{x} + c_6 \quad (6)$$

ここで、境界 BC の中点の座標を x_m, y_m とすると、 $\hat{x} = x - x_m, \hat{y} = y - y_m$ である．境界 BC の移流速

Fig. 4 Transition between x-pairing cells and y-pairing cells

Fig. 5 Interpolation for cell face values and derivatives at boundary cells

度と数値流束は、境界 BC の中点 $\hat{x} = 0, \hat{y} = 0$ における値であるので、 $\psi_m = c_6$ になる．補間に用いる6点での物理量 ψ_n によって表された式(7)を解くことにより、式(6)の係数 c_n を求めることができる．

$$\begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ \psi_4 \\ \psi_5 \\ \psi_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \hat{y}_1^2 & \hat{y}_1^2 & \hat{x}_1 \hat{y}_1 & \hat{y}_1 & \hat{x}_1 & 1 \\ \hat{x}_2 \hat{y}_2^2 & \hat{y}_2^2 & \hat{x}_2 \hat{y}_2 & \hat{y}_2 & \hat{x}_2 & 1 \\ \hat{x}_3 \hat{y}_3^2 & \hat{y}_3^2 & \hat{x}_3 \hat{y}_3 & \hat{y}_3 & \hat{x}_3 & 1 \\ \hat{x}_4 \hat{y}_4^2 & \hat{y}_4^2 & \hat{x}_4 \hat{y}_4 & \hat{y}_4 & \hat{x}_4 & 1 \\ \hat{x}_5 \hat{y}_5^2 & \hat{y}_5^2 & \hat{x}_5 \hat{y}_5 & \hat{y}_5 & \hat{x}_5 & 1 \\ \hat{x}_6 \hat{y}_6^2 & \hat{y}_6^2 & \hat{x}_6 \hat{y}_6 & \hat{y}_6 & \hat{x}_6 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \\ c_6 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$c_n = \sum_{j=1}^6 b_{nj} \psi_j \quad (8)$$

ここで、 b_{nj} は式(7)に現れる 6×6 行列の逆行列要素であり、補間に用いる6点の位置関係のみに依存す

る。以上のことから、 b_{6j} と補間に用いる 6 点を記憶して、式 (9) により境界 BC における物理量を求める。

$$\psi_m = c_6 = \sum_{j=1}^6 b_{6j} \psi_j \quad (9)$$

運動量保存式における粘性項の計算では、 ψ_m の x 方向の勾配が必要になる。式 (6) を $\dot{x}$ で微分して、境界 BC の中点 $\dot{x} = 0$, $\dot{y} = 0$ における勾配を求めると、 $(\partial\psi/\partial x)_m = c_5$ になる。したがって、 b_{5j} を記憶しておき、式 (10) により境界 BC における勾配を求める。

$$\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)_m = c_5 = \sum_{j=1}^6 b_{5j} \psi_j \quad (10)$$

圧力の Poisson 方程式を解くためには、境界 BC や境界 ED における圧力勾配が必要になる。固相界面における圧力を与えるのは困難であるので、式 (7) の行列を用いることができない。本報では界面上の点 3, 6, 9 において圧力の代わりに法線方向圧力勾配を与える。式 (6) と同様に、式 (11) で圧力分布を補間する。

$$p = e_1 \dot{x} \dot{y}^2 + e_2 \dot{y}^2 + e_3 \dot{x} \dot{y} + e_4 \dot{y} + e_5 \dot{x} + e_6 \quad (11)$$

式 (12) により壁面の法線方向圧力勾配を求める。

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial \hat{n}} &= \hat{n}_x \frac{\partial p}{\partial x} + \hat{n}_y \frac{\partial p}{\partial y} \\ &= \hat{n}_x \{e_1 \dot{y}^2 + e_3 \dot{y} + e_5\} \\ &\quad + \hat{n}_y \{2e_1 \dot{x} \dot{y} + 2e_2 \dot{y} + e_3 \dot{x} + e_4\} \end{aligned} \quad (12)$$

以上のことから、式 (7) の代わりに式 (13) を用いることにより、式 (11) の係数 e_n を求めることができる。

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \left(\frac{\partial p}{\partial \hat{n}}\right)_3 \\ p_4 \\ p_5 \\ \left(\frac{\partial p}{\partial \hat{n}}\right)_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \dot{y}_1^2 & \dot{y}_1^2 \\ \dot{x}_2 \dot{y}_2^2 & \dot{y}_2^2 \\ 2\hat{n}_y \dot{x}_3 \dot{y}_3 + \hat{n}_x \dot{y}_3^2 & 2\hat{n}_y \dot{y}_3 \\ \dot{x}_4 \dot{y}_4^2 & \dot{y}_4^2 \\ \dot{x}_5 \dot{y}_5^2 & \dot{y}_5^2 \\ 2\hat{n}_y \dot{x}_6 \dot{y}_6 + \hat{n}_x \dot{y}_6^2 & 2\hat{n}_y \dot{y}_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \dot{y}_1 & \dot{y}_1 & \dot{x}_1 & 1 \\ \dot{x}_2 \dot{y}_2 & \dot{y}_2 & \dot{x}_2 & 1 \\ \hat{n}_y \dot{x}_3 + \hat{n}_x \dot{y}_3 & 1 & 1 & 0 \\ \dot{x}_4 \dot{y}_4 & \dot{y}_4 & \dot{x}_4 & 1 \\ \dot{x}_5 \dot{y}_5 & \dot{y}_5 & \dot{x}_5 & 1 \\ \hat{n}_y \dot{x}_6 + \hat{n}_x \dot{y}_6 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \\ e_5 \\ e_6 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$e_n = \sum_{j=1,2,4,5} f_{nj} p_j + \sum_{j=3,6} f_{nj} \left(\frac{\partial p}{\partial \hat{n}}\right)_j \quad (14)$$

ここで、 f_{nj} は式 (13) に現れる 6×6 行列の逆行列要素である。最終的に圧力勾配は、式 (15) により求

めることができる。

$$\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_m = e_5 = \sum_{j=1,2,4,5} f_{5j} p_j + \sum_{j=3,6} f_{5j} \left(\frac{\partial p}{\partial \hat{n}}\right)_j \quad (15)$$

界面がセル境界である境界 CD での移流に関しては、界面の運動が境界条件として与えられている。拡散項の計算においては界面における法線方向の物理量勾配が必要になるが、式 (16) により求めることができる。

$$\frac{\partial \psi}{\partial \hat{n}} = \hat{n}_x \frac{\partial \psi}{\partial x} + \hat{n}_y \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad (16)$$

図 5 に示すように y 方向に吸収譲渡を行ったカットセルでは、式 (6) と同様に x 方向に一次、 y 方向に二次の補間を行って x 方向の勾配を求める。補間に用いる 6 点は点 4, 5, 6, 7, 8, 9 とする。この結果、式 (17) により界面における x 方向の勾配を求めることができる。

$$\left(\frac{\partial \psi}{\partial x}\right)_m = \sum_{j=4}^9 h_{5j}^x \psi_j \quad (17)$$

他方、 y 方向の勾配は二次曲線で近似して、点 1, 2, 3 の 3 点から求める。

$$\psi = a_1 \dot{y}^2 + a_2 \dot{y} + a_3 \quad (18)$$

式 (18) を y で微分して y 方向の勾配を求める。

$$\left(\frac{\partial \psi}{\partial y}\right)_m = a_2 = \sum_{j=1}^3 h_{5j}^y \psi_j \quad (19)$$

式 (17), (19), (16) から式 (20) を得る。

$$\left(\frac{\partial \psi}{\partial \hat{n}}\right)_m = \sum_{j=1}^9 h_{5j} \psi_j \quad (20)$$

図 4 に示す 3 角形のようなセル c は A, C, E, G という 4 つの頂点と、格子線上に位置する B, D の 2 つの点から成る。境界 AB と境界 AD, および、境界 FI と境界 HI は界面によって分割されていないので、従来通りの取り扱いを行う。本報では、境界 BC と境界 DG, および、境界 EF と境界 GH は図 5 における境界 BC と同様に、境界 CE と境界 EG は図 5 における境界 CD とそれぞれ同様に取り扱っている。

4. 接触角の計算精度

濡れ性の異なる平板に衝突する液滴の形状変化問題を取り上げて、実験結果と計算結果の比較を行う。J. Fukai⁽⁷⁾ らの実験結果を比較に用いる。実験条件を表 1 に示す。ここで、 r_0 は初期の液滴半径、 v_0 は液滴の衝突速度である。無次元数は式 (21) により求めている。物性値はすべて液滴の物性値である。

$$Re = \frac{v_0 r_0}{\nu}, \quad We = \frac{\rho v_0^2 r_0}{\sigma}, \quad Bo = \frac{\rho |g| r_0^2}{\sigma} \quad (21)$$

Table 1 Experimental conditions

case	1	2	3	4	5
r_0 (mm)	1.88	1.85	1.86	1.86	1.87
v_0 (m/s)	1.50	2.09	1.49	1.58	3.76
Re	3010	4130	3320	3130	7390
We	58.4	111	57.5	64.1	364
Bo	0.478	0.463	0.472	0.468	0.472
θ_a (deg)	60	60	70	92	92
θ_r (deg)	22	22	37	60	60
θ_e (deg)	34	34	54	76	76

y 軸を中心軸とする軸対称二次元計算を行う。 x 方向に 11.2(mm), y 方向に 7.75(mm) の計算領域を, 112×128 セルの不等間隔格子で分割する。なお, y 方向の最小格子幅は 33(μ m) である。気液の密度比が 833 であるので, 境界における気体の流れは液滴の形状にほとんど影響を与えない。そこで, 液滴が接触する下部境界には粘着壁の境界条件を, 気体のみが接触する下部以外の境界にはすべり壁の境界条件を用いる。

case 4 における液滴形状の時間変化を, 実験結果と本計算結果をそれぞれ左右に並べて図 9 に示す。また, r_0 で無次元化した液滴の広がり半径と高さの時間変化を図 6~8 に示す。図 7 には 134×154 セル (finer grid) での計算結果を並記しているが, 十分な格子解像度が確保できているので, 計算結果は格子点数の影響を受けていない。Fukai.J らは, 固定した格子を使用した Eulerian 法に基づく方法では自由表面における応力の釣り合いを精度良く離散化することができないと述べている⁽⁷⁾。標位関数法は Eulerian 法であるが, 界面の勾配を精度良く計算できるので, Lagrangian 法を用いた計算結果⁽⁷⁾ と同等な結果を得ている。

5. カットセル法の計算精度

カットセル法を用いて表現した円柱まわりの流れを取り上げる。レイノルズ数を $Re = u_\infty d / \nu$ で定義する。ただし, u_∞ は十分遠方における一様流速, d は円柱直径である。計算は平面二次元で行っている。 x 方向と y 方向ともに $30d$ を計算領域とし, 216×180 セルの不等間隔格子で分割する。出口境界には速度勾配を一定にしたノイマン型境界条件を, 他の境界には円柱周りのポテンシャル流れから求めた速度分布を与える。

実験結果および計算結果との比較を表 2 に示す。T.Ye⁽⁶⁾ らの計算結果と比較すると 2~4% 程度抗力係数 C_D が小さいが, 実験結果や計算結果から得られた抗力係数 C_D の分布範囲内である。後流渦長さ L_w とストローハル数 St では良く一致している。図 10 に $Re = 20, 40$ における流線を, 図 11, 12 に $Re = 80, 300$

Fig. 6 Comparison of splat radius and height between current calculation and experiment⁽⁷⁾ for case 1 and case 2

Fig. 7 Comparison of splat radius and height between current calculation and experiment⁽⁷⁾ for case 3

Fig. 8 Comparison of splat radius and height between current calculation and experiment⁽⁷⁾ for case 4 and case 5

Fig. 9 Comparison of droplet shape between current calculation(right) and experiment⁽⁷⁾(left) for case 4 ($\tau = tv_0/r_0$)

Fig. 10 Streamline for $Re = 20$ and $Re = 40$

Fig. 11 Vorticity contour for $Re = 80$

Fig. 12 Vorticity contour for $Re = 300$

における渦度等高線をそれぞれ示す。また、図 13 と

Fig. 13 Variation of lift and drag coefficients with time for $Re = 80$

Fig. 14 Variation of lift and drag coefficients with time for $Re = 300$

図 14 に $Re = 80, 300$ における揚力係数 C_L と抗力係数 C_D の時間変化をそれぞれ示す。

6. 単一粒子液面衝突の数値解析

粉体インジェクション法における粒子侵入条件の理論的研究としては、Engh らの理論⁽¹⁴⁾が有名である。

Table 2 Comparison of mean drag coefficient, length of wake bubble and strouhal number

Reynolds number	20		40		80		300	
Study	C_D	L_w/d	C_D	L_w/d	C_D	S_t	C_D	S_t
Tritton ⁽⁸⁾	2.22	-	1.48	-	1.29	-	-	-
Weiselsberger ⁽⁹⁾	2.05	-	1.70	-	1.45	-	1.22	-
Dennis and Chang ⁽¹⁰⁾	2.05	0.94	1.52	2.35	-	-	-	-
Fornberg ⁽¹¹⁾	2.00	0.91	1.50	2.24	-	-	-	-
Mittal and Balachandar ⁽¹²⁾	-	-	-	-	-	-	1.37	0.21
Williamson ⁽¹³⁾	-	-	-	-	-	0.15	-	0.20
T. Ye ⁽⁶⁾	2.03	0.92	1.52	2.27	1.37	0.15	1.38	0.21
Current	2.03	0.92	1.49	2.27	1.32	0.16	1.33	0.21

Engh らによると, ある速度を持って液面に衝突する粒子が流体抵抗と表面張力にうち勝って侵入するための条件は, 式 (22) によって求めることができる.

$$We_c = 8 \left(1 - \exp\left(\frac{3}{4\rho^*}\right) \right) \left(\cos\theta_e - 1 + \frac{8}{3}\rho^* \right) + 16 \quad (22)$$

小沢らは実験に基づいて式 (22) を修正している⁽¹⁾.

$$We_c = \frac{1}{0.44} \left(\left(1 - \exp\left(\frac{0.66}{\rho^*+0.25}\right) \right) \left(\cos\theta_e - 1 + \frac{\rho^*+0.25}{0.33} \right) + 2 \right) \quad (23)$$

ここで, ρ_l を液相密度, ρ_s を固相 (粒子) 密度, v_c を粒子の液面への臨界侵入速度, r_s を粒子半径とすると, 臨界ウェーバー数 We_c と密度比 ρ^* は式 (24) によって定義される.

$$We_c = \frac{\rho_l v_c^2 r_s}{\sigma}, \quad \rho^* = \frac{\rho_s}{\rho_l} \quad (24)$$

小川らは粉体を水中で空気とともに水平方向に吹き込み, 濡れやすい粉体に対しては小沢らが導いた式 (23) が実験結果と良く一致することを確認している⁽¹⁵⁾.

小川らの実験⁽¹⁵⁾ からスチロール粒子を用いた条件を取り上げて, 液面に衝突する単一粒子挙動の数値解析を行う. 気相を空気, 液相を水として, それぞれの常温での物性値を用いる. 粒子の比重は 1.02 であり, 水とスチロール間の接触角は 87° である. 粒子形状は, 直径 $65(\mu\text{m})$ の完全な球形とする. 固体粒子界面でカットセルを行うことにより, 粒子形状を正確に表現している. 計算は y 軸を対称軸とする軸対称二次元で行う. 図 15 に示す一辺 $325(\mu\text{m})$ の正方計算領域を 100×100 セルの等間隔格子で分割する. 気液の密度比が 833 であるので, 境界における気体の流れは液滴の形状にほとんど影響を与えない. また, 図 17, 18 に示すように外周境界における液相界面の位置もほとん

ど変化しない. そこで, 計算領域の境界にはすべり壁の境界条件を適用している. なお, カットセル法と接触角を組み合わせた結果, 圧力の Poisson 方程式の解法において残差が十分に小さくならない現象がまれに生じるようになったので, ここでは表面張力を作用させる気液界面の分布幅 α と密度および粘性係数を変化させる気液界面の分布幅をともに $4\Delta x$ にして, 計算を安定化させている.

粒子には $-y$ 方向に初速度 v_0 を与えて液面に衝突させる. この現象では表面張力が支配的であり, 重力の影響は小さいので重力加速度を与えていない. 粒子の速度変化は, 周囲の流体から受ける圧力とせん断応力から運動方程式を解いて求める. 表面張力は気液の界面のみに作用させ, 固液界面には作用させていない. ただし, 固気液の 3 相が接する点では接触角を考慮して気液界面の曲率を決定している. したがって, 接触角の影響は界面の曲率から表面張力を通して圧力として現れて, 粒子の運動に影響を及ぼす. 粒子を表現する固相界面の標位関数は座標変換を行って求めている.

式 (22) と式 (23) から求めた臨界侵入速度はそれぞれ $1.16(\text{m/s})$ と $1.09(\text{m/s})$ である. ここでは, 粒子初速度が臨界侵入速度前後に相当する $1.0(\text{m/s})$ と $1.2(\text{m/s})$ の 2 条件について計算を行う. 図 16 に粒子速度の時刻履歴を, 図 17 と図 18 に粒子初速度 $1.0(\text{m/s})$ と $1.2(\text{m/s})$ における気液界面と粒子の位置をそれぞれ示す. 粒子初速度 $1.0(\text{m/s})$ の条件では, 粒子の運動が上昇に転じる時間 $0.6(\text{ms})$ においても粒子の位置は気液界面に対して浅く, 表面張力は主に y 軸方向に作用して気液界面を平坦にしようとする. 粒子初速度 $1.2(\text{m/s})$ の条件では, 同時刻帯において粒子の位置は気液界面に対して深く, 表面張力は中心軸へ向かう方向に強く作用して粉体を下方へと押し出していると考えられる. この結果, 図 17 では粒子は侵入できて

いないが、図 18 では粒子は侵入できており、式 (22)、(23) および小川らの実験結果⁽¹⁵⁾と同様な臨界侵入速度が本計算によっても得られていることがわかる。なお、図 18 に示すように時間 0.6(ms) 近辺において固気液の 3 相が接する点における液相界面の曲率は大きくなっており、大きな表面張力のために計算が不安定になった結果、図 16 において粒子初速度 1.2(m/s) の計算結果には細かな変動が見られる。

7. ま と め

直交格子において二次精度カットセル法により固体の複雑形状を正確に表現した。カットセルにより表現した円柱周りの流れを実験結果や計算結果と比較した結果、十分一致した結果が得られていることが分かった。さらに、固体壁内に仮想的な気液界面を発生させることにより接触角を表現した。衝突液滴の形状変化問題を取り上げて実験結果と比較した結果、Lagrangian 法を用いた従来の計算結果と同等な計算結果が得られていることが分かった。最後に単一粒子が液中に衝突する計算を行い、これまでの実験式や実験結果とほぼ一致する結果が得られることを確認した。

文 献

- (1) 森 一美, 小沢泰久, 鈴木克紀, 学振 19 委 製鋼反応協議会 19 委-10438 反応-546, 1982 年 10 月 28 日
- (2) 織田 剛, 里深信行, 西田秀利, 日本機械学会論文集 (B 編), 67 巻, 662 号, 2487-2494, 2001
- (3) J.U. Brackbill and D.B. Kothe and C.Zemach, J.Comput.Phys., 100,335-354,1992
- (4) M. Bussmann and J. Mostaghimi and S. Chandra, Physics of Fluids, 11,6,1406-1417, June 1999
- (5) 中野 明, 下村信雄, 里深信行, 日本機械学会論文集 (B 編), 61 巻, 592 号, 4319-4326, 1995
- (6) T. Ye, R. Mittal, H.S. Udaykumar and W. Shyy, J.Comput.Phys., 156,209-240,1999
- (7) J. Fukai, Y. Shiiba, T. Yamamoto and O. Miyatake, Physics of Fluids, 7,2,236-247, February 1995
- (8) D.J. Tritton, J. Fluid Mech., 6,547,1959
- (9) C. Wieselsberger, NACA TN 84, 1922
- (10) S.C.R. Dennis and G.Z. Chang, J. Fluid Mech, 42,471,1970
- (11) B. Fornberg, J. Fluid Mech, 98,819,1980
- (12) R. Mittal and S. Balachandar, in Proceedings, 1997 ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting
- (13) C.H.K. Williamson, Ann. Rev. Fluid Mech., 28,477,1996
- (14) T.A. Engh, H. Sandberg, A. Hultkvist and L.G. Norberg, Scand. J. Met. of Metal, 1,103-114,1972
- (15) 小川兼広, 松本 洋, CAMP-ISIJ, 10(1997)-80

Fig. 15 Computational domain for a particle impinging on a liquid surface

Fig. 16 Particle velocity histories

Fig. 17 Location of a particle and a liquid interface for particle initial velocity of 1.0(m/s) left:t=0.6(ms), right:t=1.0(ms)

Fig. 18 Location of a particle and a liquid interface for particle initial velocity of 1.2(m/s) left:t=0.6(ms), right:t=1.0(ms)