放射状自由液膜流の不安定性に関する研究*

脇 本 辰 郎^{*1}, 東 恒 雄^{*1}

A Study on Instability of a Radial Liquid Sheet

Tatsuro WAKIMOTO and Tsuneo AZUMA^{*2}^{*2} Osaka City University, Department of Mechanical Engineering,
3-3-138 Sugimoto, Sumiyoshi-ku, Osaka-shi, Osaka, 558-8585 Japan

This paper describes the stability of a radial liquid sheet experimentally and theoretically. The liquid sheet was formed by the release of a radial liquid-film flowing on a disk from the edge of the disk to still air. When the Reynolds number is large, a concentric disturbance wave ('D wave') appears and grows downstream on both free surfaces of the liquid sheet. To clarify the root of 'D wave', its frequency was measured by a laser beam-reflection method and the cross-section of the wavy liquid sheet was observed by the LIF method. Temporal and spatial linear stabilities of the liquid sheet were also investigated. The frequency and wavelength of 'D wave' and the phase difference between 'D waves' on both liquid surfaces agreed well with those of the disturbance predicted by the stability theory. This means that 'D wave' on the liquid surface is caused by the unstable disturbance, which is attributable to the inflectional velocity distribution of the liquid sheet. It was also found that Gaster's simplified equation, which transforms the temporal growth rate to spatial one in the stability theory, is inadequate for a disturbance of large growth rate.

Key Words: Stability, Transition, Boundary Layer, Liquid Sheet, LIF Method, Radial Flow

1. 緒 言

液体の微粒化は燃焼, 冷却, 塗装などさまざまな工業分野で利用されている。しかし, 微粒化装置の開発, 改良は個々の分野で試行錯誤的に行われているのが現状であり, 微粒化メカニズムの解明が強く望まれている。

液体の微粒化は不安定波の発達による液体の変形から始まり, 不安定波の形状や増幅がその後の微粒化過程に大きな影響を及ぼすことが知られている⁽¹⁾。このため古くから不安定波に関する研究が数多くなされている。Squire⁽²⁾, Hagerty-Shea⁽³⁾, Fraserら⁽⁴⁾, Dombrowski-Johns⁽⁵⁾は二次元自由液膜流れにおいて気液間の相互作用(界面形不安定性)により非対称波動(Sinusoidal wave motion)が発達することを解析的に明らかにした。Dombrowski-Hooper⁽⁶⁾, Crapperら⁽⁷⁾, Asareら⁽⁸⁾は波動の周波数, 波長, 増幅率を測定して, 上述の解析結果とほぼ一致することを示した。また, Brennら⁽⁹⁾は非ニュートン流体における不

安定解析, Rangel-Sirignano⁽¹⁰⁾は波動の非線形発達の解析, Lozanoら⁽¹¹⁾, Kim-Sirignano⁽¹²⁾は波動の三次元発達の解析, Dombrowski-Foumeny⁽¹³⁾は高温気体中の扇状液膜における不安定波の観察を行っている。これらの研究はすべて液膜内部の速度分布が無視できる条件で行われている。

これに対して著者らは, 円盤上を放射状に流れる液膜が円盤周端から放出されてできる放射状自由液膜流れにおいて, 円盤周端のすぐ下流で同心円状のしわ状の波(Disturbance wave: D波)が液面に現れ, 増幅したD波が微細な粒状波にブレークダウンして乱流に遷移する現象を報告した⁽¹⁴⁾。また, 液面のD波は液膜内部で増幅するかく乱によりもたらされている(内在形不安定性)であろうことを時間増幅形線形安定性解析より示した⁽¹⁵⁾。しかし, D波の周波数や上下液面のD波の位相差については実測されずにきている。

ところで, Gaster⁽¹⁶⁾は線形安定性理論において時間的に増幅するかく乱の増幅率と空間的に増幅するかく乱の増幅率の間の関係式を導出している。この関係式は平板境界層のような増幅率の小さな場合には妥当であるが, 放射状自由液膜流れのように増幅率が大きな流れ⁽¹⁵⁾においても適用できるか否かは明らかでない。

* 原稿受付 2002年3月20日。

^{*1} 正員, 大阪市立大学大学院工学研究科(〒558-8585 大阪市住吉区杉本3-3-138)。

E-mail: wakimoto@mech.eng.osaka-cu.ac.jp

そこで、本研究では放射状自由液膜流れを対象に時間増幅形と空間増幅形の線形安定性解析を行い、Gaster の関係式の適用の可否を検討する。また、D 波の周波数の測定と D 波を伴う液膜の断面形状を LIF 法により写真撮影し、空間増幅形安定性解析より求めた不安定かく乱の周波数、波長、および不安定かく乱により上下液面にもたらされる波動の位相差と比較する。なお、微小波長(約 0.4 mm)の波動を伴う高速液膜(約 10 m/s)の断面形状を写真撮影した例は著者の知見の範囲では見当たらない。

2. 実験装置

D 波の周波数の測定と液膜断面形状の写真撮影に用いた実験装置の概略を図 1(a), (b)に示す。内径 25 mm の円形ノズルと直径 60 mm の円盤とで構成される円筒状の薄いすきまから水を円盤に沿って流出させ、その水を円盤周端から大気中に放出して放射状自由膜流れを形成させた。ノズルと円盤のすきまは 0.30~0.37 mm に設定した。流量は飛散した液膜、液滴をケーシングで回収して台ばかりで測定した。円盤中心におけるよどみ点圧力はノズル上流 650 mm で圧力変換器により測定した管内静圧から求めた。供試流体には水道水を用いた。

D 波の周波数測定は図 1(a)のようにして行った。レーザ(半導体レーザ, 出力 15 mW, 波長 680 nm)の光束径を D 波の波長(約 0.4 mm)より小さくするため、レーザビームをレンズにより直径約 50 μm に集光し、光軸が円盤中心軸と平行となるようにして液面に照射した。レーザビームの上側液面からの反射ビームをレーザ光軸と円盤中心軸を含む平面内に設置した三つのフォトダイオード(東芝 TPS 708, 受光面直径 4.7 mm, 以下 PD)で受光した。これらの PD(PD₁~PD₃)は図 1(a)のようにレーザ光軸に対して約 -5, +3, +10° 傾けて、液面上方 100 mm の位置に設置した。PD₁~PD₃ の反射光検出時刻の周期から D 波

の周波数を測定した。

D 波を伴う液膜の断面形状の写真撮影はレーザ誘起蛍光法(LIF 法)により図 1(b)のようにして行った。供試流体に水溶性蛍光染料(Eosin Y)を重量比で 0.08%溶解させ、蛍光の励起には YAG パルスレーザ(日本科学エンジニアリング社製 NAL-707 G, 波長 532 nm, 出力 10 mJ, せん光時間 200 ns)を用いた。円筒レンズにより厚さ 100 μm 程度のシート状にしたレーザ光を液膜に透過させた。透過経路に沿って励起された蛍光をスチールカメラで撮影した。その際、カメラのレンズにはレーザを遮断し、蛍光のみを通過させるフィルタ(ケンコー O 56)を装着した。撮影した蛍光像はパーソナルコンピュータ(PC)に取り込み、PC 上で蛍光像の輪郭を同定して液膜の断面形状を観察し、D 波の波長、上下液面の D 波の位相差を測定した。

また、自由液膜の写真撮影とは別に液膜厚さと蛍光像の厚さの関係を調べるため模擬液膜の断面形状を写真撮影した。模擬液膜は、2 枚のガラス製プレパラートの間にステンレスはくを挟んで薄いすきまをつくり、そのすきまに蛍光染料溶液を満たして作成した。模擬液膜の厚さはステンレスはくの厚さにより変化させた。厚さの異なる模擬液膜の蛍光像から液膜厚さと蛍光像の厚さの関係を調べた。

3. 安定性解析

3.1 空間増幅形安定性解析 流れのモデルを図 2 に示す。円盤中心を原点として流下方向を r 軸、円盤垂直方向を z 軸にとり、液膜厚さを h 、速度を u 、上側液面速度を U とする。局所レイノルズ数 Re を $Re = Uh/\nu$ で定義する。また、円盤周端における諸量を添字 e で表す。

液膜が円盤上を流れると、円盤中心のよどみ点近傍から層流境界層が発達し、半径 r_0 で境界層は液面に達する。 r_0 より下流では液膜全体が Watson 形速度分布をもつ境界層として流れる^{(17)~(19)}。また著者らは、円盤周端より下流における自由液膜内部の速度分

Fig. 1 Experimental apparatus

Fig. 2 Flow model

布を下側液面が円盤上面と同一平面上を流れると仮定して Lienhard⁽²⁰⁾ の解法により求め、速度分布が円盤周端のごく近傍を除き LDV による実測結果とほぼ一致することを確認した⁽²¹⁾。そこで、本論文においても速度分布を Lienhard の解法により計算した。

円盤周端の下流において形成される自由液膜の速度分布 $u(z)$ を、後述する図 8 の実験条件に合せて円盤半径 $r_e=30$ mm, 円盤周端における液膜厚さ $h_e=106$ μ m, 液面速度 $U_e=14.9$ m/s, 局所レイノルズ数 $Re_e=U_e h_e/\nu=1570$ として計算した。その結果を図 3 に示す。図 3 の横軸は円盤周端から測った距離 x , 縦軸は下側液面から測った距離 z , ○印は速度分布の変曲点の位置を表す。図 3 より、速度分布は x の増大とともに Watson 形から一様な分布に変化し、その過程で変曲点形速度分布が形成されているのがわかる。また、変曲点の位置は上流では液膜の下面側に存在し、下流に向かうにつれて液膜の中央に漸近するのわかる。

空間増幅形線形安定性解析は流れを二次元平行流近似して行った。円盤周端を原点とする半径方向座標を x , 時間を t で表し、微小かく乱の流れ関数 $\phi=\phi(z)e^{i(\alpha x-\beta t)}$ を導入すると、Orr-Sommerfeld 方程式

$$\left(u - \frac{\beta}{\alpha}\right)\left(\frac{d^2\phi}{dz^2} - \alpha^2\phi\right) + \frac{d^2u}{dz^2}\phi = -\frac{i}{aRe}\left(\frac{d^4\phi}{dz^4} - 2\alpha^2\frac{d^2\phi}{dz^2} + \alpha^4\phi\right) \quad \dots\dots(1)$$

が得られる。ここで、 β はかく乱の周波数、 $\alpha(=\alpha_r + i\alpha_i)$ は複素波数であり、実部 α_r はかく乱の波数、虚部 α_i は空間減衰率 ($-\alpha_i$ は空間増幅率) を表す。なお、式 (1) の諸量は局所の上側液面速度 U および液膜厚さ h で無次元化されている。

下側液面および上側液面 ($z=0, 1$) における境界条件は重力を無視すると

$$\frac{d^2\phi_n}{dz^2} + \left\{\alpha^2 + \frac{1}{(\beta/\alpha) - U_n}\frac{d^2u}{dz^2}\right\}\phi_n = 0 \quad \dots\dots(2)$$

$$\frac{d^3\phi_n}{dz^3} + i\alpha\left\{3i\alpha + \left(\frac{\beta}{\alpha} - U_n\right)Re\right\}\frac{d\phi_n}{dz} + \frac{i\alpha^3 Re S}{(\beta/\alpha) - U_n}\phi_n = 0 \quad \dots\dots(3)$$

Fig. 3 Velocity profile ($Re_e=1570$)

で与えられる⁽¹⁵⁾。ここで、 S は無次元表面張力 $S=\sigma/\rho h U^2$ (ρ : 水の密度, σ : 水の表面張力) であり、 ϕ および U の添字 n は $n=0$ のとき下側液面, $n=1$ のとき上側液面を表す。液面振幅 η_n は液面における運動学的条件から次式で与えられる⁽¹⁵⁾。

$$\eta_n = -\frac{\phi_n}{U_n - \beta/\alpha} e^{i(\alpha x - \beta t)} \quad \dots\dots(4)$$

式 (1)~(3) に速度 $u(z)$ とかく乱の周波数 β を与えて、 α を以下のように数値的に求めた⁽¹⁵⁾。液膜を z 方向に 100 等分し、式 (1)~(3) を差分化して ϕ に関する連立一次方程式を解いた。その際、 α を $\alpha=\alpha_0 + \Delta\alpha$ として式 (1)~(3) 中の α^k を $\alpha_0 + k\Delta\alpha$ で近似した。固有値 $\Delta\alpha$ を求めて α を更新し、 α が収束するまで反復した。

安定特性の一例を $Re_e=1570$ の場合について図 4 に示す。横軸はかく乱の周波数 β , 縦軸は空間増幅率 $-\alpha_i$ を表す。図 4 中の実線は $S=0$, 破線は後述の図 8 の実験条件に対応した $S=0.004$ の結果を表す。各 x における空間増幅率 $-\alpha_i$ の最大値を最大空間増幅率 $-\alpha_{im}$ と呼び、 $-\alpha_{im}$ を与える周波数 β を β_m で表すと、図 4 より x の増加とともに $-\alpha_{im}$ は減少し、 β_m は増大するのがわかる。また、 $S=0.004$ の場合、 $S=0$ と比較して $-\alpha_i$ は減少し、 β_m は増大するが、両者の変化量は小さく、表面張力が不安定性に及ぼす影響は小さいといえる。

3.2 時間増幅率から空間増幅率への変換 著者らは別に、式 (1)~(3) 中の α を実数、 β を複素数 (実部 β_r はかく乱の周波数、虚部 β_i はかく乱の時間増幅率) とする時間増幅形安定性解析を行い、 α をパラメータにして β_r と β_i を求めている⁽¹⁵⁾。 α と β についてその実部と虚部を添字 r と i , 時間増幅形と空間増幅形を添字 T と S を付けて区別する。Gaster⁽¹⁶⁾ によれば、 $\beta_{r,S}=\beta_{r,T}$ のとき空間増幅率 $-\alpha_{i,S}$ と時間増幅率 $\beta_{i,T}$ は次式で関係づけられる。

$$-\frac{\alpha_{i,S}}{\beta_{i,T}} = \frac{\partial \alpha_{r,S}}{\partial \beta_{r,S}} - \frac{\partial^2 \alpha_{i,S}}{\partial \beta_{r,S}^2} \frac{\beta_{i,T}}{2} + \dots \quad \dots\dots(5)$$

Fig. 4 Stability characteristics ($Re_e=1570$)

いま, x における最大の増幅率 $\beta_{i,T}$ を最大時間増幅率 $\beta_{im,T}$ と定義すると, Gaster⁽¹⁶⁾ は, 平板境界層の場合 $O(\beta_{im,T}) \equiv O(\alpha_{im,s}) = 0.001 \sim 0.01$ であり⁽²²⁾⁽²³⁾, 式(5)右辺第2項のオーダー $O(\alpha_{im,s}\beta_{im,T}) \leq 10^{-4}$ は右辺第1項のオーダー $O(\alpha_{rm,s}/\beta_{rm,s}) = 1$ に比べて極めて小さくなることを指摘したうえで, 式(5)の右辺第1項を $\partial\alpha_{r,T}/\partial\beta_{r,T}$ で近似して, 空間増幅率 $\alpha_{i,s}$ は時間増幅率より次式で求まるとしている。

$$-\alpha_{i,s} = \frac{\partial\alpha_{r,T}}{\partial\beta_{r,T}} \beta_{i,T} \quad (6)$$

しかし, 本研究で対象とする放射状自由液膜流れでは $O(\beta_{im,T}) \equiv O(\alpha_{im,s}) = 0.1 \sim 1$ [図4および文献(15)] であり, 式(6)が必ずしも成り立つとは限らない。

そこで, $Re_e = 1570$, $S = 0$, $x = 0.2$ mm の流れを例にとり式(6)の適用妥当性を調べた。その結果を図5に示す。 $x = 0.2$ mm における局所レイノルズ数 Re は1520となるが, 同じ速度分布を用いて $Re = 20$ とした解析結果も示している。横軸はかく乱の周波数 β_r , 縦軸は $-\alpha_i$ を表す。図5中の4種類の曲線は空間増幅率 $-\alpha_{i,s}$, および式(5), (6)の右辺各項より

Fig. 5 Transformation of temporal growth rate to special growth rate ($Re_e = 1570$, $S = 0$, $x = 0.2$ mm)

Fig. 6 Transformation error ($Re_e = 1570$, $S = 0$, $x = 0.2$ mm)

$$-\alpha_{i1} = \frac{\partial\alpha_{r,s}}{\partial\beta_{r,s}} \beta_{i,T} \quad (7)$$

$$-\alpha_{i2} = \frac{\partial\alpha_{r,s}}{\partial\beta_{r,s}} \beta_{i,T} - \frac{\partial^2\alpha_{i,s}}{\partial\beta_{r,s}^2} \frac{\beta_{i,T}^2}{2} \quad (8)$$

$$-\alpha_{i3} = \frac{\partial\alpha_{r,T}}{\partial\beta_{r,T}} \beta_{i,T} \quad (9)$$

で定義した $-\alpha_{i1}$, $-\alpha_{i2}$, $-\alpha_{i3}$ を表す。

$Re = 1520$ の場合, $-\alpha_{i,s}$ は $-\alpha_{i1}$, および $-\alpha_{i3}$ とは大きく異なるが $-\alpha_{i2}$ とはおおむね一致している。これより, 式(5)の右辺第2項は無視できないことがわかる。これに対して最大増幅率の小さな $Re = 20$ の $-\alpha_{i,s}$ は $-\alpha_{i3}$ とほぼ一致している。したがって, 式(6)の適用性はレイノルズ数に依存すると考えられるので, 図5と同じ速度分布を対象にいくつかの Re について同様の計算を行い, $\beta_{m,s}$ における $-\alpha_{i,s}$ ($= -\alpha_{im,s}$) および $-\alpha_{i3}$, およびそれらの差で定義した誤差 $\epsilon = -\alpha_{im,s} + \alpha_{i3}$ を調べた。その結果を図6に示す。 $-\alpha_{im,s}$, $-\alpha_{i3}$, ϵ は Re の減少とともに減少するのがわかる。図5, 6の結果より, 増幅率が0.2より大きな流れでは式(6)を用いて時間増幅形解析結果から空間増幅率を予測すると大きな誤差を生じることがわかる。

4. 実験結果および考察

4.1 周波数測定 液面に D 波の存在が確認できる流れを対象に, レーザビーム反射法により D 波の周波数測定を行った。その際に得られたフォトダイオード出力の一例を, $H = 0.3$ mm, $Re_e = 1570$, $x = 2.5$ mm の場合について図7に示す。PD₁~PD₃の各出力には6~8個のパルス信号が現れている。個々のパルス信号の出力はそれぞれ異なっており, 高出力のパルス信号(例えば矢印a)や低出力のパルス信号(矢印b)が認められる。この理由はD波のわずかなひずみによりレーザビームの反射方向がPDを設置した r_z 平

Fig. 7 Outputs of photo-diode ($H = 0.30$ mm, $Re_e = 1570$, $x = 2.5$ mm)

面(図2)から外れ、反射光がPDの受光面の中央に入射しないためである。これを考慮して3個のPDに現れるパルス信号を時系列的に追跡すると①～⑧となり、正弦波状のD波の通過に伴う周期的なパルス信号が検出されていることがわかる。そこで、PD出力に現れる周期的なパルス信号からD波の周波数を求めた。

周波数測定の結果を $Re_e=1570$ の場合について図8に示す。横軸は円盤周端から測った距離 x 、縦軸は周波数 β_r を表す。図8中のプロットは実測したD波の周波数 β_{re} を表し、実線と破線は $S=0$ および 0.004 として空間増幅形線形安定理論より求めた空間増幅率最大の周波数 $\beta_{rm,s}$ を有次元化して表す。また参考のため、時間増幅率最大の周波数 $\beta_{rm,t}$ も点線で示している。

ところで Hagerty-Shea⁽³⁾ は、気液間の相互作用による不安定性(界面形不安定性)に起因して生じる波動の周波数の上限 f は $f = \rho_g V^3 / 2\pi\sigma$ であることを示している。 ρ_g は周囲気体の密度、 V は液膜の速度。図8の流れ条件の $x=3$ mm を例にとると上側(高速側)液面速度は 14.6 m/s であり、これを Hagerty-Shea の式に代入して周波数 f を求めると 8.3 kHz となる。

図8より、実測したD波の周波数は 30 kHz を超えており、D波は界面形不安定性に基づく波動ではないことがわかる。D波の実測結果 β_{re} と安定性解析結果 β_{rm} を比較すると、 β_{re} は β_{rm} よりいくぶん小さな値

Fig. 8 Frequency of 'D wave' and disturbance ($H=0.30$ mm, $Re_e=1570$)

Fig. 9 Arrangement of laser sheet angle and camera

となっており、特に、 x の増加に伴う β_{re} の増加は β_{rm} のそれより小さく、 x の増加とともに両者の差は増大しているのが認められる。これは以下のように解釈できる。測定点 x においてもっとも増幅しているかく乱は、局所的安定性理論より求まる増幅率最大の周波数 β_{rm} のかく乱ではなく、 x に至るまでに増幅し続けて x においてもっとも増幅している周波数のかく乱である[増幅率の空間積分値、文献(24)参照]。図4よりわかるように、例えば $x=0.2$ mm において増幅率が最大となる周波数のかく乱は $x=3$ mm においても依然として不安定であり増幅し続ける。以上を考慮すると図8より、D波は線形安定性理論により予測されるかく乱に起因して生じているといえる。

4.2 断面形状の写真撮影 LIF法による液膜断面形状の写真撮影におけるレーザシートとカメラのフィルム面の位置関係を図9に示す。 x 軸(半径方向)に垂直な断面の配置図であり、円盤周端の接線方向に y 、円盤面の上向き方向に z をとる。すなわち、厚さ h の液膜は紙面に垂直方向に流れていると考える。レーザシートの厚さ t は後述するように $50\sim60$ μm であり、レーザシートは液面に対し $\theta_{lyz}=30^\circ$ で入射される。蛍光像を撮影するカメラのフィルム面は x 軸に平行であり、 y 軸に対し $\theta_c=60^\circ$ に維持されている。蛍光像の厚さを w とする。

本研究では波長数百 μm のD波が液面に存在する

(a) Fluorescence photo

(b) Binary image (Brightness threshold=45)

(c) Binary image (Brightness threshold=135)

(d) Binary image (Brightness threshold=225)

Fig. 10 Fluorescence photo and binary image of liquid sheet for calibration ($h=112$ μm)

厚さ 100 μm 程度の液膜の断面を撮影する。液膜厚さに対してレーザシートの厚さは無視できない大きさであり、必ずしも上下液面の境界がフィルム上でシャープに写る保証はない。また、フィルムの感光粒子の粗度が液膜の境界面を不鮮明にする恐れも予測される。

そこで、実際の液膜の撮影に先立ち、液膜厚さ h と蛍光像厚さ w の関係を調べるためプレパラートで作成した模擬液膜を用いて校正実験を行った。蛍光像周縁部の境界は不鮮明であるため、以下のようにして境界を決定した。蛍光像写真を PC に取り込んで二値化する。256 分割した輝度のしきい値を順次変化させてそれに対応する二値化像を観察し、液膜として判断できる輝度しきい値の上下限を求める。そのうえで、上下限の中間の輝度しきい値で得られる二値化像の境界を蛍光像の厚さとした。厚さ $h=112\ \mu\text{m}$ の模擬液膜を例にとり、PC に取り込んだ蛍光像の原画、および輝度しきい値の上限、中間、下限に対応する二値化像を図 10(a)~(d) に示す。輝度しきい値を 35 および 235 に設定した二値化像は液膜とは判断できなかった。輝度しきい値により変化する境界位置を図 11 に○印で示す。図 11 において中間しきい値◎より蛍光

像の幅 w を求めると 189 μm となる。なお、図 11 中の●印は後述する自由液膜 [図 14(a)] の結果を示している。

同様な方法で求めた模擬液膜の厚さ h と蛍光像厚さ w の関係を図 12 に示す。図 12 より、蛍光像厚さ w と液膜厚さ h は

$$w = ah + b \dots\dots\dots (10)$$

で近似でき、 $a=0.736$, $b=104$ が得られる。また、 b とレーザシートの厚さ l の間には図 9 より

$$b = \frac{\sin \theta_c}{\sin \theta_{lyz}} l \dots\dots\dots (11)$$

が成り立つと推察される。これより l を求めると、レーザシートの厚さは 60 μm であるといえる。

ところで、本実験では厚さ約 3 mm (メーカ公称値) のレーザシートを焦点距離 120 mm の円筒レンズにより集光させて厚さ 50~60 μm のレーザシートを作成している。したがって、シートの厚さはレンズの焦点位置から 1 mm 離れるごとに約 25 μm 変化する。しかし、液膜を正確に焦点位置に設置することは困難であるため、本実験では焦点位置近傍に液膜を設置して撮影を行った。また、液膜を撮影する際にはその直前に、模擬液膜をその上面が円盤上面と同一面内になるように円盤周端のすぐ下流側に設置して LIF 撮影を行い、そのあと光学系およびカメラをその状態に保ったまま液膜を流し、液膜の LIF 撮影を行った。

円盤周端の局所レイノルズ数 $Re_e=530$ のもとでできる液面の平滑な層流自由液膜を LIF 撮影した。この流動条件では、Watson 形速度分布を仮定して計算した円盤周端における液面速度 U_e は 3.8 m/s、液膜厚さ h_e は 145 μm である。厚さ 92 μm の模擬液膜と

Fig. 11 Liquid sheet thickness depending on brightness threshold

Fig. 12 Thickness of fluorescence photo depending on liquid sheet thickness

Fig. 13 Fluorescence photo of liquid sheet ($H=0.30\ \text{mm}$, $Re_e=530$)

層流自由液膜の蛍光像を図13(a), (b)に示す。写真の左右はトリミングしておらず、左右端は撮影フレームに一致している。また、写真の上下枠は円盤の x 軸(半径軸)に平行である。

図13(a)の模擬液膜蛍光像は撮影フレームに対し 7° 傾いている。これは実験装置の制約からレーザシートを x 軸と完全に一致するように入射させることができなかったためである。レーザシートと x 軸のずれ角 θ_{lxy} を模擬液膜蛍光像の傾斜角 7° 、レーザ入射角 $\theta_{lyz}=30^\circ$ 、撮影角 $\theta_c=60^\circ$ を用いて計算すると -8° と推定される。図13(a)の蛍光像厚さ w を中間しきい値の二値化像より求めると $w=176\mu\text{m}$ であった。この w と模擬液膜厚さ $h=92\mu\text{m}$ を用いると式(10)の定数 b は $b=108\mu\text{m}$ となる。

図13(b)の自由液膜蛍光像は下流に向かって下向きに 16° 傾斜している。この傾斜は液膜が円盤表面と同一平面内を流れるのではなく下流方向に下方に傾斜して流れていることを表している。図13(b)の傾斜角 16° とレーザ入射角 $\theta_{lyz}=30^\circ$ 、レーザ傾き角 $\theta_{lxy}=-8^\circ$ および撮影角 $\theta_c=60^\circ$ より、液膜は円盤表面に対し下方に 12° 傾斜していると推察される。また、このような液膜の傾斜により円筒レンズから液面までの距離が x とともに増加し、その結果、レーザシートの厚さが増大するため蛍光像厚さが下流方向に増大しているのが観察される。

図13(b)の一部を拡大して図14(a)に示す。横軸 X は円盤周端より傾斜液膜の流れ方向にとった座標を表す。図14(a)の自由液膜蛍光像を図10(a)の模

Fig. 14 Cross-section of radial liquid sheet ($H=0.30\text{ mm}$, $Re_e=530$)

擬液膜蛍光像と比較するとわかるように、自由液膜の下側境界は不鮮明になる。図14(a)に対して輝度しきい値を変化させた二値化像の境界の変化を図11に●印で示す。得られた中間しきい値を用いて二値化した自由液膜上下液面の境界を図14(b)に示す。二値化像の下側境界(灰色)には細かな凹凸が認められるが、平滑化を行い、それを実線で示している。 $X<0.1\text{ mm}$ の円盤周端近傍に注目すると、下側の輪郭は大きく変形し、液膜厚さが急激に減少しているのが観察される。これは、円盤周端において壁面の拘束が取り除かれるため液膜下面部分が粘性により急激に加速されるためである。 $X>0.1\text{ mm}$ では液膜の上下液面はほぼ平行であり、平滑な液面となっているのが観察される。 $X=1\text{ mm}$ における二値化像の厚さ w は $210\mu\text{m}$ であり、図13(a)の模擬液膜における定数 $b=108\mu\text{m}$ を用いると液膜厚さは $139\mu\text{m}$ と求められる。この値は、 X を x と同等と考えると Lienhard の解法により計算した $x=1\text{ mm}$ の液膜厚さ $122\mu\text{m}$ にほぼ等しい。

D波が液面に存在するのが確認できる $Re_e=1340$

Fig. 15 Fluorescence photo of liquid sheet ($H=0.37\text{ mm}$, $Re_e=1340$)

Fig. 16 Cross-section of radial liquid sheet ($H=0.37\text{ mm}$, $Re_e=1340$)

Fig. 17 Boundary of liquid sheet
($H=0.37$ mm, $Re_e=1340$)

の蛍光像を図15に示す。Watson形速度分布を仮定して計算した円盤周端における液面速度 U_e は11.2 m/s、液膜厚さ h_e は123 μ mである。図15撮影前の模擬液膜蛍光像はここでは省略するが、模擬液膜蛍光像の傾きと厚さより求めたレーザシートの x 軸に対する傾き角 θ_{lx} は5°、式(10)の定数 b は130 μ mであった。図15より液膜の蛍光像は7°傾いている。この傾き角と θ_{lyz} , θ_{lxy} , θ_c を用いて求められる液膜の傾き角は1°になり、液膜は水平に流れているといえる。液面の変動に注目すると、 $x=3$ mm付近からD波が増幅し始め、 $x>4$ mmにおいて振幅がほぼ一定になるのが観察される。

液面に現れるD波を詳細に観察するため図15を拡大して図16(a), (b)に示す。まず、蛍光像の厚さに注目すると、 $X=3$ mmにおける厚さは210 μ mであり、液膜厚さは式(10)より108 μ mと求められた。この値は $x=3$ mmにおける計算値95 μ mにほぼ等しい。図15(b)の蛍光像の輪郭に注目すると、 $X=3.3$ mm付近からD波が現れ始め下流方向に増幅するのが観察される。図15(b)から求められるD波の波長は上下液面とも0.35~0.4 mmである。また、上側液面の $x=4$ mmにおいて頂部をもつD波のその両側の谷部から測った波高は60 μ m(図9の $\delta z'$ に相当)であり、これを実液膜の波高に変換すると30 μ m(図9の δz に相当)となる。すなわち、上側液面のD波の振幅は液膜厚さの14%である。これに対して下側液面のD波の振幅は、レーザシートが波状の上側液面を通して入射しているため必ずしも正確なD波の波形を再現しているとはいえないが、 $X=3.2\sim 4$ mmで判断すると上側液面の振幅に比べて大きいといえる。ま

た、上下液面のD波の位相差は50~60°と判断される。

図16で観察された液膜断面形状が3章の空間増幅形線形安定性理論とどの程度一致するかを調べるため、図16の流動条件のもとで安定性理論により液膜の輪郭を計算した。 $x=4.0$ mmを対象にし、速度分布には図3と同様Lienhardの解法により計算したものをを用いた。式(1)~(3)を用いて空間的増幅率が最大となる複素波数(固有値) α に対応する固有ベクトル $\phi(z)$ を求め、式(4)を用いて上側液面の振幅 η_1 が図15(b)と同じように液膜厚さの14%となるように ϕ を修正した。そのうえで、図16の蛍光像厚さに一致させるように上下液面の間隔を広げた。その結果を図17(a)に示す。図17(a)はあくまで $x=4.0$ mmにおけるかく乱の振る舞いを3周期分描いたにすぎず、空間的に増幅しているようすを示しているわけではない。図17(a)において、波長は0.30 mm、上下液面の波動の位相差は50°であり、液面波動の振幅は下側液面のほうが大となっている。これらの計算結果は図16の結果とほぼ一致している。

一方、図15, 16の x の小なる区間においては下側液面からD波が観察され始めている。これを明らかにするため、図15, 16と同じ流動条件の $x=1.0$ mmにおける安定性解析を行った。図17(a)と同様な方法で上側液面の振幅を便宜的に液膜厚さの2%として計算した液面波動の結果を(b)に示す。上側液面に比べ下側液面の波動の振幅はかなり大きいことがわかる。

ところで、図17(a), (b)の液面波動は液膜内部の速度分布の変曲点近傍に存在するかく乱によりもたらされている。また、そのかく乱の位相速度は変曲点の速度にほぼ等しい。したがって、液膜表面に観察されるD波は界面形不安定ではなく内在形不安定により生じているといえる。

5. 結 論

放射状自由液膜流れの乱流遷移に先駆して上下液面に現れるD波の特性を、レーザビームの液面反射を利用した周波数測定、LIF法による液膜断面形状の観察、ならびに時間増幅形と空間増幅形の線形安定性解析により調べた。(1)線形安定性理論においてかく乱の増幅率が0.2を超える流れの場合には、Gasterの提案した式(6)による時間的増幅率から空間的増幅率への変換は誤差が大きいことがわかった。(2)D波の周波数、波長、および上下液面のD波の位相差に関して実験と安定性解析の結果はおおむね一致した。安定性解

析は液膜内部の速度分布の変曲点近傍でかく乱が増幅することを示しており、したがって、D波は、気液間の相互作用に基づく不安定性(界面不安定性)ではなく、変曲点形速度分布に起因した流れの不安定性(内在形不安定性)により生じているといえる。

文 献

- (1) Fraser, R. P. and Eisenklam, P., *Imp. Coll. Chem. Soc. J.*, **7** (1953), 52-68.
- (2) Squire, H. B., *Br. J. Appl. Phys.*, **4** (1953), 167-169.
- (3) Hagerty, W. W. and Shea, J. F., *J. Appl. Mech.*, **22** (1955), 509-514.
- (4) Fraser, R. P., ほか3名, *AIChEJ.*, **8** (1962), 672-680.
- (5) Dombrowski, N. and Johns, W. R., *Chem. Eng. Sci.*, **18** (1963), 203-214.
- (6) Dombrowski, N. and Hooper, P. C., *Chem. Eng. Sci.*, **17** (1962), 291-305.
- (7) Crapper, G. D., ほか2名, *Proc. R. Soc., London, Ser. A*, **342** (1975), 209-224.
- (8) Asare, H. R., ほか2名, *Trans ASME, J. Fluids Eng.*, **103** (1981), 595-604.
- (9) Brenn, G., ほか2名, *Atomiz. Sprays.*, **11** (2001), 49-84.
- (10) Rangel, R. H. and Sirignano, W. A., *Phys. Fluids A*, **3-10** (1991), 2392-2400.
- (11) Lozano, A., ほか2名, *Phys. Fluids*, **10-9** (1998), 2188-2197.
- (12) Kim, I., and Sirignano, W. A., *J. Fluid Mech.*, **410-483** (2000), 147-183.
- (13) Dombrowski, N. and Foumeny E. A., *Atomiz. Sprays.*, **8** (1998), 235-240.
- (14) 東恒雄・ほか2名, 機論, **53-491**, B (1987), 2007-2014.
- (15) 東恒雄・森島直正, 機論, **53-492**, B (1987), 2348-2355.
- (16) Gaster, M., *J. Fluid Mech.*, **14** (1962), 222-224.
- (17) 東恒雄・星野達郎, 機論, **50-452**, B (1984), 982-989.
- (18) 東恒雄・星野達郎, 機論, **50-452**, B (1984), 1126-1135.
- (19) Watson, E. J., *J. Fluid Mech.*, **20** (1964), 481-499.
- (20) Lienhard, L. H., *Trans ASME, Ser. D*, **90-2** (1968), 262-268.
- (21) 東恒雄・ほか2名, 機論, **54-498**, B (1988), 361-366.
- (22) Shen S. F., *J. Aeronaut. Sci.*, **21** (1954), 222-224.
- (23) Jordinson, R., *J. Fluid Mech.*, **43** (1970), 801-811.
- (24) 東恒雄・ほか2名, 機論, **61-582**, B (1995), 473-479.