積層多孔質層内自然対流のカオス挙動*

増岡隆士^{*1}, 谷川洋文^{*2}, 山崎祐光^{*3}

Chaotic Behaviors of Natural Convection in Multilayered Porous System

Takashi MASUOKA^{*4}, Hirofumi TANIGAWA and Yuko YAMASAKI^{**}Department of Mechanical Engineering Science, Kyushu University,
6-10-1 Hakozaki, Higashi-ku, Fukuoka-shi, Fukuoka, 812-8581 Japan

Experimental and Numerical studies are conducted on unsteady natural convection in a multilayered porous system heated from below and cooled from above. The attractors in phase space, and Lyapunov exponents and correlation dimension are experimentally and numerically examined for a high Rayleigh number. The numerical chaotic behaviors are rather well compared with the experimental results. The spatial distributions of Lyapunov exponents are examined for a high Rayleigh number. It is shown that there may exist a convective mode with high entropy generation which suppresses chaotic behaviors.

Key Words: Natural Convection, Porous Medium, Chaos, Entropy Generation, Heat Transfer

1. 緒 言

透過性のある多孔質断熱層内に生じる自然対流の熱的振動に関する研究は、断熱層断熱性能低下などに関連し、これまで数多くの研究がなされている⁽¹⁾⁻⁽⁵⁾。また、透過率の異なる層で構成された積層系多孔質層では、各層の透過率比によって、対流は全層規模の対流(全層対流)もしくは、局所規模の対流(局所対流)に選択されることが明らかになっている⁽⁶⁾⁽⁷⁾。すなわち積層系多孔質層内で自然対流の熱的振動が生じる場合、その振動特性は透過率比の影響を受けると考えられる。そこで本研究は、高レイリー数域における積層系多孔質層内の対流パターンの周期的、非周期的時間変動に着目し、レイリー数および透過率比を変化させた実験ならびに数値解析を行い、対流パターンの変動に伴う層内温度等の時間変動から、積層多孔質層内対流

のカオス特性について検討する。

2. 記 号

As : 積層多孔質層の無次元水平長さ(アスペクト比) $=s/l$

b : 積層(2層)多孔質上層の間げき(図1参照)

c_p : 定圧比熱

Da : ダルシー数 $=k_2/l^2$

dw : 側壁(アクリル板)厚さ(図1参照)

g : 重力の加速度

h : 積層(2層)多孔質下層の間げき(図1参照)

k : 多孔質層の透過率

l : 層厚さ

p : 流体圧力

Pr : プラントル数

R : 多孔質レイリー数 $=Ra_t \cdot Da$

Ra_t : レイリー数 $=g\rho_0\beta(T_H - T_C)l^3/(\mu\kappa_m)$

s : 積層多孔質層の水平長さ

Sg : 伝導基準の無次元エントロピー生成⁽⁸⁾

$\overline{Sg}$: 伝導基準の無次元エントロピー生成の時間平均値

T : 温度

t^* : 無次元時間

* 原稿受付 2002年7月8日。

^{*1} 正員, 九州大学大学院工学研究院機械科学部門(〒812-8581 福岡市東区箱崎6-10-1)。

^{*2} 正員, 九州工業大学工学部(〒804-8550 北九州市戸畑区仙水町1-1)。

^{*3} 新日本空調(株)(〒103-0021 東京都中央区日本橋本石町4-4-20, 三井第二別館)。

E-mail: masuoka@mech.kyushu-u.ac.jp

- u, v : 流体見掛け速度
 x, y : 座標 (図 1, 2 参照)
 β : 流体の体膨張係数
 δ : 透過率比 $= k_1/k_2$
 ε : 空けき率
 γ : 熱容量比 $= (c_p\rho)_m/(c_p\rho)_f$
 κ_m : 多孔質温度伝導率 $= \lambda_m/(c_p\rho)_f$
 λ_m : 多孔質熱伝導率
 μ : 流体の粘性係数
 ν : 流体の動粘性係数
 θ : 無次元温度 $= (T - T_c)/(T_H - T_c)$
 ρ : 流体の密度
 τ : 遅れ時間
 ω : 渦度
 Ψ : 流れ関数

添字

- C: 冷却面
 f : 流体
 H : 加熱面
 m : 多孔質体
 1: 第1層(下層)
 2: 第2層(上層)

3. 実験

図1に実験装置概略図を示す。本実験では上面を一樣冷却, 下面を一樣加熱され, 両側面は断熱された水平2層多孔質層内の自然対流を対象とする。テストセクションは高さ $l=100$ mm, 幅 $s=40$ mm (アスペクト比 $As=s/l=0.4$) ないし $s=100$ mm ($As=1.0$), 間げき $h=5$ mm とし, 狭い隙間内の流れすなわち Hele-Shaw 流れとの相似性を用い多孔質層内の流れを模擬する。テストセクション下面は電気ヒータあるいは温度コントロールされた温水を循環することにより加熱された銅板で一樣温度に保持され, また上面は温度コントロールされた冷却水を循環することにより冷却された銅板で一樣温度に保持される。側面ならびに前面・背面には, 断熱のための空気層を設けている。なお, 本実験では, テストセクションを温度コントロールされた水槽内に設置することにより, 対流パターン変動に影響を及ぼす可能性のあるテストセクション外部の温度変化を低減している。

テストセクションは, 図1に示すように, 冷却面側に高さ $l_2=50$ mm, 厚さ 1 mm のアクリル板2枚を平行に等間隔で並べたもの(系1), 中心に1枚設置したもの(系2)と, 下面からの高さが 50 mm から上面まで奥行きを 3.5 mm と狭くした(系3), 3組の上層の

Fig. 1 Experimental apparatus

透過率の異なる積層系を用いる ($l_1/l=l_2/l=0.5$).

本実験における透過率は次式で定義される。

下層:

$$k_1 = \frac{h^2}{12} \cdot \varepsilon_1 \quad \dots \quad (1)$$

上層:

$$k_2 = \frac{b^2}{12} \cdot \varepsilon_2 \quad \dots \quad (2)$$

ここで

$$\varepsilon_1 = \frac{h}{h+2 \cdot dw} \quad \dots \quad (3)$$

Fig. 2 Calculation model

$$\varepsilon_2 = \frac{n \cdot b}{h + 2 \cdot dw} \quad (n: \text{間げき } b \text{ の数}) \quad \dots (4)$$

テストセクション内には、感温液晶懸濁法による可視化実験のため、0.05 重量%の感温液晶を懸濁させたエチレングリコールを充てんする。本実験では、側方からスリット光を照射し、試験槽正面から対流パターンの変動を観察し、写真撮影を行う(上層は最前面の間げき部の流れを可視化している。なお、他の間げき部との流れの違いはほとんどない)。また可視化実験と同時に、可視化面の背面側の側壁に素線径 0.1 mm の T 形熱電対を流れの妨げにならないよう $As=0.4$ の場合は 44 点、 $As=1.0$ の場合は 47 点設置し、層内の流体温度の時間変動をサンプリング時間 5 s で測定し、その測定データをもとに波形解析を行った(なお、温度変動の代表的時間スケールは、数 min オーダであり、実験の無次元サンプリング時間 t^* は、無次元化の定義により R 数によって異なるが、 10^{-2} のオーダである)。

4. 数 値 解 析

本研究では、積層多孔質層内自然対流に対し、カオス特性の二次元数値解析による検討を行い、実験結果との比較、ならびに対流パターンおよびエントロピー生成との関連についての検討を行った。本数値解析は、実験と同様に図 2 に示すように、透過率 k_1 の下層と透過率 k_2 の上層からなり、上下面の温度はおおの T_c , T_H ($T_H > T_c$) と一様に保たれ、両側面は断熱された水平 2 層多孔質層を考える。上層・下層それぞれ均質透過率 (k_1 , k_2) をもつ多孔質層と近似し、多孔質内の流れにはダルシーの式に非定常項を加えた式を適用する。物性値の温度変化に関しては、浮力に関係する密度変化のみを考慮する Boussinesq 近似を適用する。また本報では、上層・下層それぞれの熱物性(比

熱 c_p , 密度 ρ , 熱伝導率 λ) は等しいとする。このとき、連続の式、修正ダルシーの式、エネルギー式がそれぞれ

連続の式

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad \dots (5)$$

修正ダルシーの式

下層:

$$\frac{1}{\varepsilon_1} \rho \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{k_1} u = 0 \quad \dots (6)$$

$$\frac{1}{\varepsilon_1} \rho \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\mu}{k_1} v + \rho g = 0 \quad \dots (7)$$

上層:

$$\frac{1}{\varepsilon_2} \rho \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{k_2} u = 0 \quad \dots (8)$$

$$\frac{1}{\varepsilon_2} \rho \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\mu}{k_2} v + \rho g = 0 \quad \dots (9)$$

エネルギー式

$$(c_p \rho)_m \frac{\partial T}{\partial t} + (c_p \rho)_f \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \lambda_m \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad \dots (10)$$

密度変化は次式による。

$$\rho = \rho_0 \{1 - \beta(T - T_0)\} \quad \dots (11)$$

ここに ρ_0 は、平均温度 T_0 (積層多孔質層の下面温度 T_H と上面温度 T_c の算術平均) における流体の密度である。

式(11)を式(7), (9)に代入し、さらに圧力 P を消去するとともに、流れ関数 ψ , 渦度 ω

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad \dots (12)$$

$$v = \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad \dots (13)$$

$$\omega = \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \quad \dots (14)$$

を導入し、基礎式の無次元化を行うと

下層:

$$\frac{Da}{\varepsilon_1 Pr} \cdot \frac{\partial \Omega}{\partial t^*} + \frac{1}{R \cdot \delta} \cdot \Omega = -\frac{1}{R} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial X} \quad \dots (15)$$

上層:

$$\frac{Da}{\varepsilon_2 Pr} \cdot \frac{\partial \Omega}{\partial t^*} + \frac{1}{R} \cdot \Omega = -\frac{1}{R} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial X} \quad \dots (16)$$

$$\gamma \frac{\partial \theta}{\partial t^*} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{R} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad \dots (17)$$

ここで

$$t^* = \frac{k_2 g \rho_0 \beta (T_H - T_c)}{\mu l} \cdot t, \quad \psi = \frac{\mu}{k_2 g \rho_0 \beta l (T_H - T_c)} \cdot \psi$$

$$\Omega = \frac{\mu l}{k_2 g \rho_0 \beta (T_H - T_c)} \cdot \omega, \quad U = \frac{\mu}{k_2 g \rho_0 \beta (T_H - T_c)} \cdot u$$

$$V = \frac{\mu}{k_2 g \rho_0 \beta (T_H - T_C)} \cdot v, \quad \theta = \frac{T - T_C}{T_H - T_C}$$

$$X = \frac{x}{l}, \quad Y = \frac{y}{l}, \quad As = \frac{s}{l}, \quad \delta = \frac{k_1}{k_2}, \quad \gamma = \frac{(c_p \rho)_m}{(c_p \rho)_f}$$

$$R = Ra_t \cdot Da, \quad Ra_t = \frac{g \rho_0 \beta (T_H - T_C) l^3}{\mu \kappa_m},$$

$$Da = \frac{k_2}{l^2}, \quad Pr = \frac{\nu}{\kappa_m}$$

境界条件は次のように表される。

$$Y=0: \theta=1, \Psi=0, \Omega=0$$

$$Y=1: \theta=0, \Psi=0, \Omega=0$$

$$X=0 \text{ and } X=As: \frac{\partial \theta}{\partial X}=0, \Psi=0, \Omega=0$$

$$Y=0.5: p_- = p_+, V_- = V_+, \frac{\partial \theta}{\partial Y} \Big|_- = \frac{\partial \theta}{\partial Y} \Big|_+$$

以上の境界条件の下で、基礎式の離散化を行い、エネルギー式の対流項に風上差分を適用し、ADI法による非定常数値計算を行った。なお計算領域の分割は、鉛直方向に100分割、水平方向には、アスペクト比 As に対し、分割数を $As \times 100$ ($As=0.4$ の場合40分割)とした。無次元時間刻み t^* は、無次元化の定義により R 数によって異なるが、温度変動の代表的時間

(a) system 1 ($R=91$) (b) system 2 ($R=488$) (c) system 2 ($R=664$) (d) system 2 ($R=896$)
Experimental Numerical

(e) system 3 ($R=1291$) (f) system 3 ($R=1800$)
Experimental Numerical

Fig. 3 Flow patterns and temperature distributions

スケールの $1/100$ 程度の 10^{-2} オーダである。また、本解析では、実験と同様に $l_1/l = l_2/l = 0.5$ とした。

以上、実験ならびに数値解析の時系列データから、最大リアプノフ指数および相関次元を求め、対流パターンの変化と対応させた。

5. 結果および考察

5.1 積層多孔質層内対流パターン変動に及ぼす多孔質パラメータの影響

図3に本積層系の典型的な対流パターンおよび温度分布の可視化実験結果と数値解析結果を比較して示す。なお、以後の温度分布図における色と温度の関係であるが、可視化実験結果においては青色系が高温側、赤色系が低温側であり、数値解析結果は赤色系が高温側、青色系が低温側である。透過率比の大きな積層系では、全層規模の対流(全層対流)より、局所規模の対流(局所対流)が選択され

(a) system 2 ($R=488$)

(b) system 2 ($R=664$)

Fig. 4 Fourier spectra (Experimental)

る⁽⁶⁾⁽⁷⁾。系1の場合 [図3(a)], 上層の流動抵抗のため, 対流は抑制され, 下層に局所化される。また, 対流パターンの時間変動はみられない。系2の場合 [図3(b)], 本研究のように作動流体がエチレングリコールといった高プラントル数流体では, 流動抵抗の小さい加熱面の境界層が不安定となり, 加熱面側に存在する小さなスケールの渦が成長と収縮を繰り返す。系3の場合 [図3(e), (f)], 実験, 数値解析とも対流は下層に弱く閉じ込められるものの, 全層対流の形となる。また, 加熱面のみならず冷却面においても伝熱面に沿って発達する境界層が不安定となり, 小さなスケールの渦の生成, 消滅に伴う対流パターンの非周期的な変動が, 下層ならびに流動抵抗の大きい上層でも観察される。すなわち積層系の多孔質パラメータによって, 内部対流の抑制, 揺動パターンの変化がみられる。次いで多孔質レイリー数 R を変化させた場合の対流パターン変動に注目しよう。系2に対して, $R=488$ [図3(b)] では, 対流パターンは左右対称であり, 左右の小規模渦は規則的(周期的)に上昇流に吸収される。これに対し $R=664$ [図3(c)] では, 対流パターンは左右非対称となり, 小規模渦の上昇流への吸収が不規則(非周期的)になる。図3(d)に示す系2の場合の数値解析結果 ($R=896$) においても, 小規模渦の発生とその引き伸ばし, および中央上昇流への非周期

的な吸収をみることができる。なお, 図3(c), (d) および図3(e), (f)において, 実験結果は物性値の温度依存性などの影響を受けるため可視化実験結果とやや異なる多孔質レイリー数における定性的比較となるが, 数値解析結果に実験と同様の流動パターンならびにその変動様相をみることができる。図4に各多孔質レイリー数 R における, 前述の変動の特徴を表すそれぞれ2点 ($X=0.2, Y=0.3$ と $X=0.03, Y=0.1$) のFFT結果を示す。レイリー数の上昇が, 下層での小規模渦の生成・消滅等, 時間スケールを短くする傾向をみることができる。また, $R=488$ では卓越周波数成分が離散的であるのに対し, $R=664$ では周波数成分が連続的となっている。

5.2 積層多孔質層内自然対流のカオス特性

図5に実験, 数値解析それぞれの層内温度の時間変動の一例を示す。図5(a)が実験結果, (b)が数値解析結果である。この時系列データをもとにアトラクタを構成し [図6(a): 実験結果, (b): 数値解析結果, τ : 無次元遅れ時間], 最大リアプノフ指数を求めた [図7(a): 実験結果, (b): 数値解析結果]。本報ではWolfら⁽⁹⁾の方法を用い, 埋込み次元を6とし, 実験は5ステップごと, また数値解析は13ステップごとの軌道の離反から最大リアプノフ指数を計算した。得られた最大リアプノフ指数は実験, 数値解析それぞれ

(a) Experimental ($R=664, X=0.2, Y=0.3$)

(b) Numerical ($R=896, X=0.2, Y=0.25$)

Fig. 5 Temperature fluctuations (system 2)

(a) Experimental ($R=664, X=0.2, Y=0.3$)

(b) Numerical ($R=896, X=0.2, Y=0.25$)

Fig. 6 Attractors (system 2)

Fig. 7 Lyapunov exponents (system 2)

Fig. 8 Correlation dimensions (system 2)

Fig. 9 Distribution of Lyapunov exponents

約 0.683, 1.04 となり正の値となった。すなわち、この場合の対流パターンはカオス挙動を示している。なお図 5 の時系列データより相関次元⁽¹⁰⁾を求めると、実験では約 2.98 に数値解析では約 3.61 となった [図 8(a): 実験結果, (b): 数値解析結果]。この相関次元は、ローレンツモデルの相関次元の約 2 よりも高い。本実験ならびに数値解析は、高プラントル数流体を対象としており、この場合の多孔質層内自然対流カ

オスは、慣性力支配のローレンツモデルとは特性が異なると考えられる⁽⁵⁾。

図 9 に最大リアプノフ指数の空間分布を示す。図 9(a) が実験結果であり、実験測定点中 25 点に対し、埋込み次元を 6 とし、5 ステップごとの軌道の離反から最大リアプノフ指数を計算し、空間分布として表した。また図 9(b) が数値解析結果であり、得られた層内 10 000 点のデータ中 121 点に対し、埋込み次元 m

Fig. 10 Flow patterns and temperature distributions ($R=3500$, $\delta=1$) Fig. 11 Entropy generation and Lyapunov exponent ($R=3500$, $\delta=1$)

$=12$ とし、6 ステップごとの軌道の離反から最大リアプノフ指数を計算し、空間分布として表した。実験および数値解析における最大リアプノフ指数は正(実験結果では、下層における解析点、数値解析結果では、加熱および冷却の境界壁を除くすべての格子点)となった。最大リアプノフ指数分布(図 9)は空間的に非一様であることを示している。また最大リアプノフ指数の高領域は、実験、数値解析とも基本的には透過率が大きい下層に分布しているが、系 3 の数値解析の場合 [図 3(f)], 対流パターン変動の差異を反映して上層にも最大リアプノフ指数の高い領域が現れる。以上の結果から、多孔質パラメータによっては積層系多孔質層内のカオス挙動は局所化される傾向にある。その程度は多孔質レイリー数、透過率比によって異なるといえる。

5・3 透過率比 $\delta=1$ の単層多孔質層における対流モードとエントロピー生成、カオス特性 本節では、カオス特性が対流モードならびにエントロピー生成とどのように関連するかを、基本的な単層多孔質層を対象として検討する。図 10 に多孔質レイリー数 $R=3500$ における対流パターンおよび温度分布を示す。本報では、対流セル波長の影響に着目し、対流構造が同一となった $As=0.65\sim 0.95$ の範囲で検討した。アスペクト比 As が小さく ($As=0.65$) 対流セルの水平幅が比較的狭いときは、加熱面からの上昇流と冷却面からの下降流の間の熱伝導による干渉効果が、浮力の低減による対流の抑制と熱伝達の低下をもたらすとともに、その浮力変化は、対流の局所的な上昇あるいは下降指向を不安定化している。対流セルの水平幅を広くする方向に変化させると ($As=0.78$)、上昇・下降流の干渉は弱くなり、熱伝達が向上する。しかし、さらにアスペクト比 As を大きくし、対流セル幅を広くすると ($As=0.95$)、高温および低温の伝熱面に沿う境界層が発達し、再び熱伝達の低下をもたらす、また境界層の不安定は、対流パターンに非周期的な揺動を生じやすいものとしているとみられる。

図 11 は、 $R=3500$, $\delta=1$ の場合の無次元エントロピー生成 Sg の時間平均値 $\overline{Sg}$ と、 Sg の時系列データより求めた最大リアプノフ指数(埋込み次元 $m=6$)をアスペクト比 As をパラメータに表したものであり、正の最大リアプノフ指数を得る。各アスペクト比 As における最大リアプノフ指数と無次元エントロピー生成の時間平均値 $\overline{Sg}$ を比較すると、最大リアプノフ指数は、アスペクト比 As の増大に伴い低下し、 $As=0.8\sim 0.9$ 程度を境に増加するのに対し、無次元エントロピー生成の時間平均値 $\overline{Sg}$ は逆にアスペクト比 As

の増大に伴い増加し, $As=0.8\sim0.9$ 程度で極値をとっている。これは, アスペクト比, すなわち対流セルの水平幅が小さい場合には, 前記の上昇流と下降流間の干渉が, 熱伝達を抑制しエントロピー生成を小さくするとともに, カオスの挙動は促進する。対流セル幅の増大は, その干渉効果を低減させるとともにエントロピー生成を大きくし, カオス挙動を抑制する。さらなるセル幅の増大による境界層の発達と流れの不安定化は, 再びエントロピー生成を小さくするとともに最大リアプノフ指数の増大をもたらしている。これにより最大リアプノフ指数と無次元エントロピー生成の時間平均値 $\overline{Sg}$ に極値が存在する。すなわち, このことは透過率比 $\delta=1$ の単層多孔質層内自然対流においては, エントロピー生成を大きくし, カオス挙動を低下させる対流モードが存在する可能性があることを示しているものと考えられる。

6. 結 論

高レイリー数域における積層系多孔質層内の対流パターンの周期的, 非周期的時間変動に着目し, レイリー数および透過率比を変化させた実験ならびに数値解析を行い以下の結論を得た。

(1) 積層系多孔質層内自然対流のカオス挙動は, 透過率比等の多孔質パラメータによっては, 空間的に局所化される。

(2) 最大リアプノフ指数を層内空間分布として表すと, その分布は, 対流の局所的変動を反映し非一様となる。

(3) 透過率比 $\delta=1$ の単層多孔質層内自然対流においてエントロピー生成を大きくし, カオス挙動を低下させる対流モードが存在する可能性がある。

最後に, 本実験に熱心に協力された九州工業大学卒業生 小林靖卓君, 小松直樹君, 間手野久君に謝意を表す。

文 献

- (1) Frick, H. and Müller, U., *J. Fluid. Mech.*, **126** (1983), 521-532.
- (2) Koster, J. N. and Müller, U., *J. Fluid. Mech.*, **139** (1984), 363-390.
- (3) Kimura, S., Schubert, G. and Straus, J. M., *J. Fluid. Mech.*, **166** (1986), 305-324.
- (4) Masuoka, T., Nishimura, T., Kawamoto, S. and Tsuruta, T., *Proc. ASME/JSME Thermal Eng. Joint Conf.*, **4** (1991), 325-330.
- (5) 増岡隆士・谷川洋文, 機械の研究, **54-1** (2002), 56-62.
- (6) 増岡隆士, 機論, **39-322** (1973), 1873-1880.
- (7) 増岡隆士・勝原哲治・中園嘉治・磯崎成一, 機論, **43-367**, (1977), 1096-1102.
- (8) 増岡隆士・谷川洋文・鶴田隆治・伊崎弘, 機論, **59-568**, B (1993), 3967-3973.
- (9) Wolf, A., Swift, J. B., Swinney, H. L. and Vastano, J. A., *Physica*, **16 D** (1985), 285-317.
- (10) Grassberger, P. and Procaccia, I., *Physica*, **13 D** (1984), 34-54.