スカラー拡散を伴う円形噴流のラージ・エディ・シミュレーション*

須藤 仁^{*1}, 松原 幸治^{*2}
小林 睦夫^{*2}, 金子 嘉昭^{*3}

Large Eddy Simulation of Flow and Scalar Transport in a Round Jet

Hitoshi SUTO^{*4}, Koji MATSUBARA,
Mutsuo KOBAYASHI and Yoshiaki KANEKO^{*4} Fluid Science Department, Central Research Institute of Electric Power Industry,
1646 Abiko, Abiko-shi, Chiba, 270-1194 Japan

Large eddy simulation (LES) was performed for a spatially developing round jet and its scalar transport at four steps of Reynolds number set between 1 200 and 1 000 000. Simulated domain, which extends 30 times nozzle diameter, includes initial, transitional and established stage of jet. Modified convection outflow condition was proposed in order to minimize effect of downstream boundary. Tested were two kinds of subgrid scale (SGS) models, Smagorinsky model (SM) and dynamic Smagorinsky model (DSM). In the former model parameters are kept at empirically deduced constants, while in the latter they are calculated using different levels of space filtering. Data analysis based on decay law of jet clearly presented performance of SGS models. Simulated results by SM and DSM compared favorably with existing measurements of jet and its scalar transport and however quantitative accuracy of DSM was better than SM at transitional stage of flow field. Computed parameters by DSM, coefficient for SGS stresses, C_R , and SGS eddy diffusivity ratio, Γ_{SGS} , were not far from empirical constants of SM. Optimization of model coefficient was suggested in DSM so that coefficient C_R was nearly equal in established stage of jet but it reduced in low turbulence close to the jet nozzle.

Key Words: Round Jet, Scalar Transport, Large Eddy Simulation, Modified Outflow Condition

1. 緒言

円形噴流は、気体燃焼、衝突噴流冷却等の工学的応用例に関連する基本的流れ系の一つである。これまでに理論解析や実験計測によりその統計的性質について報告されてきたが⁽¹⁻¹⁰⁾、近年では直接シミュレーションによって低レイノルズ数域における遷移現象や渦の組織構造について検討されている⁽¹¹⁻¹⁸⁾。いっぽう、高レイノルズ数域に対する数値解析手法として、計算負荷が比較的小さなラージ・エディ・シミュレーション(LES)が有望とされており、LESによって円形噴流が発達乱流に至る過程を再現できることが報告されている⁽¹⁹⁾。しかしながら、過去の検討ではLESの精度に対して定量的な議論が不十分であること、スカラー拡散に対する十分な検証がなされていないことから、噴流のLESの妥当性についてさらに詳細な検証が望

まれている。

本論文では、スカラー拡散を伴った円形噴流の噴口部から発達領域までを対象としたLESを行う。下流側境界条件としてスカラー場に対する影響が小さな修正対流条件を提案し、その有効性を検討する。サブグリッドスケール(SGS)モデルとしてスマゴリンスキーモデル(SM)とダイナミックスマゴリンスキーモデル(DSM)^(20,21)を使用した計算を行い、発達噴流に見られる減衰法則⁽²⁾に基づいて計算値を測定値と比較することでSGSモデルの妥当性を検証する。

2. 記号

a	: スカラー拡散係数	m ² /s
b _{1/2}	: 速度半値幅	m
b _{1/2T}	: スカラー半値幅	m
C _R , C _T	: モデル係数	
C _S	: スマゴリンスキー定数	
D	: 噴口の直径	m
P	: 圧力	Pa

* 原稿受付 2002年8月5日。

^{*1} 正員, 電力中央研究所流体科学部(〒270-1194 我孫子市我孫子1646)。^{*2} 正員, 新潟大学工学部。^{*3} (株)クレシア(〒163-1105 東京都新宿区西新宿6-22-1)。

E-mail: suto@criepi.denken.or.jp

- Re : レイノルズ数 ($=\bar{w}_0 D/\nu$)
 S_{ij} : ひずみ速度テンソル $1/s$
 T : スカラー
 T_{sur} : 周囲スカラー
 t : 時間 s
 U : 速度ベクトル m/s
 W, V : z, r 方向の速度 m/s
 w, v, u : z, r, ϕ 方向の速度変動 m/s
 z, r, ϕ : 流れ方向, 半径方向, 周方向の座標
 m, m, rad
 Δt : 時間ステップ幅 s
 $\Delta z, \Delta r, \Delta \phi$: 流れ方向, 半径方向, 周方向の
 格子間隔 m, m, rad
 δ : 噴口部の運動量厚さ m
 Γ : 拡散係数比 ($=\nu/a$)
 ν : 動粘性係数 m^2/s
 Θ : スカラー偏差 ($=T-T_{sur}$)
 θ : スカラー変動
 ρ : 密度 kg/m^3
 $(\sim)$: グリッドフィルタ
 $(\hat{\sim})$: テストフィルタ
 $(\bar{\sim})$: 時間平均
 $(\cdot)_c$: 中心軸上
 $(\cdot)_{rms}$: 変動強さ
 $(\cdot)_{SGS}$: SGS 成分
 $(\cdot)_0$: 噴口
 $\langle \cdot \rangle_\phi$: 周方向平均

3. 計算手法

図1に示す円筒座標系と計算領域 (直径: $30D$, 軸方向寸法: $30D$) を設定し, 計算領域の上流側境界において噴流の初期速度 $\bar{w}_0$ と初期スカラー偏差 $\bar{\Theta}_0$ を与える. 流れの非圧縮性と物性値一定を仮定し, 基礎式

Fig.1 Computational domain.

として空間フィルタ (グリッドフィルタ) を施した次の連続の式, ナビエーストークス式, スカラー輸送式を用いる.

$$\nabla \cdot \tilde{U} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \tilde{U}}{\partial t} + \nabla \cdot (\tilde{U} \otimes \tilde{U}) = -\frac{1}{\rho} \nabla \tilde{P} + \nabla \cdot \{(\nu + \nu_{SGS}) \nabla \tilde{U}\} + \nabla \cdot \{(\nu + \nu_{SGS}) (\nabla \tilde{U})^T\} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \tilde{\Theta}}{\partial t} + \nabla \cdot (\tilde{U} \tilde{\Theta}) = \nabla \cdot \{(a + a_{SGS}) \nabla \tilde{\Theta}\} \quad (3)$$

ν_{SGS} , a_{SGS} はそれぞれ SGS 渦動粘性係数, スカラーの SGS 渦拡散係数であり, 次式で表される.

$$\nu_{SGS} = C_R \Delta^2 |\tilde{S}| \quad (4)$$

$$a_{SGS} = C_T \Delta^2 |\tilde{S}| \quad (5)$$

スマンゴリスキーモデル (SM) はモデル係数 C_R , C_T を固定値として扱うものであり, 本研究ではスマゴリンスキー定数を $C_S (=C_R^{0.5}) = 0.12$, SGS 渦拡散係数比を $\Gamma_{SGS} (=C_R/C_T) = 0.5$ として決定した. ダイナミックスマゴリンスキーモデル (DSM) はモデル係数を瞬時場から動的に算出するものであり

$$C_R = -\frac{1}{2} \frac{\langle M_{U_i U_j} L_{U_i U_j} \rangle_\phi}{\langle M_{U_i U_j} M_{U_i U_j} \rangle_\phi} \quad (6)$$

$$C_T = -\frac{\langle M_{U_i T} L_{U_i T} \rangle_\phi}{\langle M_{U_i T} M_{U_i T} \rangle_\phi} \quad (7)$$

により求める^(20,21). ただし

$$\left. \begin{aligned} L_{U_i U_j} &= \widehat{U_i U_j} - \hat{U}_i \hat{U}_j, \quad L_{U_i T} = \widehat{U_i \Theta} - \hat{U}_i \hat{\Theta} \\ M_{U_i U_j} &= \Delta |\hat{S}| \hat{S}_{ij} - \Delta |\hat{S}| \hat{S}_{ij}, \\ M_{U_i T} &= \Delta |\hat{S}| \frac{\partial \hat{\Theta}}{\partial x_i} - \Delta |\hat{S}| \frac{\partial \hat{\Theta}}{\partial x_i}, \\ |\hat{S}| &= (2 \hat{S}_{ij} \hat{S}_{ij})^{1/2}, \quad \Delta = (r \Delta z \Delta r \Delta \phi)^{1/3}, \quad \hat{\Delta} = 2\Delta \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

である^(20,21). さらに, 数値的安定性を確保するためモデル係数に対して $\nu + \nu_{SGS} \geq 0$, $a + a_{SGS} \geq 0$ から導かれる制限⁽¹⁹⁾を課した.

空間差分には4次精度中心差分を用い, 座標系中心軸近傍における数値的不安定性を緩和するため, $r/D < 0.5$ の領域において実質的な周方向格子解像度が $r/D = 0.5$ のそれに保たれるような周波数フィルタによって高周波除去を行う⁽¹⁶⁾. ナビエーストークス式の時間差分には, 周方向2階微分項に陰的クランク-ニコルソン法を, 他の項に陽的アダム-バッシュフォース法を用いる. 計算領域の上流側境界では, 周囲流体中

Table 1 Computational conditions.

<div></div>	Re	SGS model	Grid number	$\Delta z/D$ (max, min)	$\Delta r/D$ (max, min)	$\Delta t \overline{W}_0 / D$	δ / D	Γ			
Case1	1,200	no	$166 \times 71 \times 64$ (G1)	0.10, 0.20	0.04, 0.84	0.01	0.015	0.7			
Case2	10,000						$83 \times 35 \times 32$ (G2)		0.20, 0.40	0.08, 1.68	0.04
Case3		SM									
Case4		DSM									
Case5	100,000	SM					$43 \times 19 \times 16$ (G3)		0.40, 0.80	0.16, 3.54	0.04
Case6		DSM									
Case7	1,000,000						$83 \times 35 \times 32$ (G2)		0.20, 0.40	0.08, 1.68	
Case8	100,000										
Case9

(a) normal condition

(b) modified condition (A)

(c) modified condition (B)

Fig.2 Contour of scalar, $\Theta/\bar{\Theta}_c$ (Re=1200).

でゼロをとるような双曲線関数形の流れ方向速度分布とスカラー分布¹⁰⁾を仮定し、平均速度に対して1パーセントの一樣乱れを加える。側方境界では速度に対して発達円形噴流に対する半理論解¹¹⁾を、スカラーに対してゼロ流束条件を用いた。下流側境界では、対流条件を適用し、対流速度 W_{conv} を境界における中心軸上

Fig.3 Intensity of scalar fluctuation (Re=1200).

速度の半分とした。ただし、噴流外縁部で瞬時的に逆流が生じるため、通常対流条件

$$W^{n+1} = W^n - W_{conv} \frac{\partial W}{\partial z} \Delta t \quad (9)$$

を用いると下流側境界付近のスカラー分布に不自然な変動が現れた。そこで、逆流の影響を緩和するため二種類の修正対流条件

$$(A) \quad W^{n+1} = W^n - W_{conv} \frac{\partial W}{\partial z} \Delta t - \min[\bar{W}^n, 0] \quad (10)$$

$$(B) \quad W^{n+1} = \max[W^n - W_{conv} \frac{\partial W}{\partial z} \Delta t, 0] \quad (11)$$

を試用した。ここで、 $\min[A, B]$ はA, Bからより小さな値を、 $\max[A, B]$ はより大きな値を取り出す演算を表す。下流側境界において修正条件(A)は平均速度をゼロか正に保ち、また修正条件(B)は瞬時速度をゼロか正に保つものである。図2には瞬時のスカラー分布を、図3には下流側境界付近 ($z/D=28$) におけるスカラー変動強さを示す。これらの図に見るように、通常対流条件を用いたとき速度半値幅の三倍付近に現れた不自然な変動が修正条件によって抑えられている。修正条件(B)は逆流を一切認めない条件であるが、逆

Table 2 Parameters of flow and scalar fields ($\rho_0/\rho_{\text{sur}}=1$).

	Re	z_0/D	α	β	$w_{\text{rms}}/\bar{W}_c$	α_T	β_T	$\theta_{\text{rms}}/\bar{\Theta}_c$
no SGS model	1,200	0.43	6.1	0.093	0.22	4.9	0.11	0.21
no SGS model	10,000	-1.9	9.4	0.058	0.21	7.3	0.074	0.19
SM	10,000	-1.1	6.2	0.085	0.21	4.7	0.11	0.20
DSM	10,000	0.33	6.3	0.083	0.20	5.0	0.10	0.19
SM	100,000	-2.2	6.1	0.083	0.23	5.0	0.10	0.20
DSM	100,000	-1.7	6.6	0.078	0.19	5.1	0.10	0.19
DSM	1,000,000	-0.61	6.5	0.080	0.19	5.1	0.10	0.19
Ninomiya and Kasagi	2,566	4.4	6.0	0.090	0.25			
Reichardt	25,000			0.085				
Corrsin and Uberoi	35,000	0.83	6.3		0.20			
Wynanski and Fiedler	100,000	3.0	5.7		0.24			
analysis by Bejan			6.6	0.089				

Table 3 Parameters of scalar field.

	Re	ρ_0/ρ_{sur}	D	α_T	β_T	$\theta_{\text{rms}}/\bar{\Theta}_c$
Corrsin and Uberoi	35,000	0.64	0.025			0.17
Wilson and Danckwerts	40,000	0.60	0.013	4.3	0.13	0.18
Lockwood and Moneib	50,000	0.54	0.019	3.8	0.13	0.21
Becker et al.	54,000	1.0	0.0064	5.4	0.11	0.22
analysis by Bejan		1.0		5.7	0.11

Fig.4 Reciprocal of mean center value (Re=1200).

Fig.5 Half width (Re=1200).

流の生じる頻度が小さいため修正条件(A)と(B)との間に明確な違いは見られない。以下では時間平均を必要としない簡便性を考慮して、修正条件(B)を用いるものとした。

計算条件を表 1 に示す。レイノルズ数 Re は 1,200 から 1,000,000 までの範囲に設定する。拡散係数比 Γ を 0.7 とした。格子点は、流れ方向に噴口付近で密に、半径方向に $r/D=0.5$ 周辺で密になるように配置した。

三種類の格子系 G1 (格子点数 $166 \times 71 \times 64$)、G2 (格子点数 $83 \times 35 \times 32$)、G3 (格子点数 $43 \times 19 \times 16$) において DSM により計算した中心軸上の平均速度分布を比較したところ、最も格子が粗い G3 では平均速度の減衰がやや強くなったが、格子がより密な G1、G2 では計算値の格子依存性が十分小さいものであった。以下では、格子系 G1 を用いるものとした。

4. 結果と考察

4.1 減衰解析 密度一定の発達噴流において流れは中心軸上速度 $\bar{W}_c$ と速度半値幅 $b_{1/2}$ に関して相似となり、これらは減衰法則

$$\bar{W}_0/\bar{W}_c = \alpha^{-1}(z/D - z_0/D) \quad (12)$$

$$b_{1/2} = \beta(z - z_0) \quad (13)$$

に従う¹⁰⁾。スカラーに対しても同様に

$$\bar{\Theta}_0/\bar{\Theta}_c = \alpha_T^{-1}(z/D - z_0/D) \quad (14)$$

$$b_{1/2T} = \beta_T(z - z_0) \quad (15)$$

が成立する¹⁰⁾。図 4 と図 5 には、 $Re=1,200$ とした計算結果から式(12)~(15)の左辺をプロットし、また $12 \leq z/D \leq 28$ に対する最小二乗法 (図中 LSM と表記) から得た直線を記入した。これらの図によると計算値は減衰法則をほぼ満足している。全計算例に対して同様の最小二乗法による解析から求めた減衰係数 α , α_T , β , β_T , 仮想原点 z_0 , および発達域における中

(a) no SGS model

(b) Smagorinsky model

(c) Dynamic Smagorinsky model

Fig. 6 Streamwise mean velocity on jet central axis.

心軸上変動強さ w_{rms} , θ_{rms} を既存の実験結果とともに表 2, 表 3 にまとめる。

4.2 流れ場 表 2 に見るように, 実験による減衰係数 α , β はレイノルズ数変化に対して鈍感であり, 発達域において流れ場は普遍的である。したがって, 計算結果の検証にレイノルズ数が異なった測定結果を用いることが可能である。乱れの SGS 成分を無視した計算とこれを SGS モデルによって考慮した計算による中心軸上の平均速度分布を, Corrsin と Uberoi の実験結果⁹⁾とともに図 6 に示す。また中心軸上の乱れ強さの分布を図 7 に示す。これらの図では, 4.1 節で求めた仮想原点 z_0 を用いて噴口からの距離を整理した。図 6, 図 7 および表 2 に見るように, SGS モデルを考慮することで計算結果は実験結果と良好に一致し, 遷移を伴う乱流場に対してスマゴリンスキーモデル (SM) とダイナミックスマゴリンスキーモデル (DSM) はともに良好な予測値を与えている。ただ

(a) no SGS model

(b) Smagorinsky model

(c) Dynamic Smagorinsky model

Fig. 7 Intensity of streamwise velocity fluctuation on jet central axis.

し, 中心軸上速度の発達曲線では, SM を用いた場合に遷移域に相当する $(z-z_0)/D=9$ 付近において予測値の誤差がやや大きい, DSM を用いた場合に計算領域全体にわたって良好な予測値が得られている。したがって, DSM ではスマゴリンスキー係数を動的に決定することで, より妥当な係数値が設定されていると考えられる。

発達域における平均速度, レイノルズ応力, 乱れ強さの半径方向分布に対する検討例として, DSM の結果を図 8, 図 9, 図 10 に示す。これらには, Corrsin と Uberoi⁹⁾, 二宮と笠木⁶⁾の測定結果を併記した。DSM によって垂直方向速度や乱れの非等方性についても良好な結果が得られることが確認できる。

散逸率のグリッドスケール (GS) 成分とサブグリッドスケール (SGS) 成分について検討する。図 11 には, DSM によって得たそれらの発達断面 ($z/D=22$) 上の分布を例示する。同図のように, レ

Fig. 8 Streamwise and radial mean velocity.

Fig. 9 Reynolds shear stress.

Fig. 10 Intensity of velocity fluctuations.

イノルズ数が 100,000 以上の場合にはほぼ全ての散逸が SGS 成分によって担われている。本研究では 10,000 ~ 1,000,000 のレイノルズ数で LES を行ったが、レイノルズ数の上限は SGS モデルの検証にあたって十分大きなものと言える。散逸率の総量を示した図 12 において、計算結果と既存の実験結果⁽⁴⁵⁾は大略一致する。DSM によって流れ場に対して妥当な結果が得られたことは、散逸を良好に再現できていることに基づくものである。

4.3 スカラー輸送 中心軸上におけるスカラーの平均と変動強さを図 13 と図 14 にそれぞれ示す。同図には非等温噴流に対する Corrsin と Uberoi⁽³⁾, Lockwood と Moneib⁽⁴⁰⁾の測定結果、オイルスモークを混入した噴流に対する Becker ら⁽⁴⁾の測定結果を比較

Fig. 11 GS- and SGS-dissipation.

Fig. 12 Total dissipation.

のため記入した。前節では文献⁽⁴⁾からほぼ等温条件で測定された流れ場を引用したが、本節では同じ文献から初期温度偏差を 170℃に設定した温度場を引用する。本計算では密度一定が仮定されているが、非等温噴流の実験では周囲流体と噴流の温度差が高く設定され、流れ場に対する密度変化の影響が無視できない⁽⁴⁾。このため、スカラー発達曲線と表 3 の値に関して計算値と非等温噴流の結果^(3&10)は大きく隔たっている。いっぽう、オイルスモークによる実験⁽⁴⁾は密度がほぼ一定とみなせるものであり、SGS モデルを考慮した計算の結果はこれとほぼ一致する。したがって、スマンゴリスキーモデル (SM) とダイナミックスマゴリンスキーモデル (DSM) はともにスカラー場の予測に対して有効であると判断できる。

スカラーの半径方向分布に対する検討の一例として、DSM によって得た発達域における平均、相互相関、変動強さを図 15, 図 16, 図 17 に示す。DSM による結果は Becker らの濃度測定値だけでなく Lockwood と Moneib の温度測定値とも良く一致する。これは、密度変化によって平均温度と温度変動の減衰がともに強化されるためである。

4.4 モデル係数 ダイナミックスマゴリンスキーモデル (DSM) において動的に決定されるモデル係数について検討する。図 18, 図 19 には、モデル係数 C_R と SGS 渦拡散係数比 $\Gamma_{SGS} (=C_R/\sigma)$ を示した。スマンゴリスキーモデル (SM) における $C_S (=C_R^{0.5})$

Fig. 13 Mean scalar on jet central axis.

Fig. 14 Intensity of scalar fluctuation on jet central axis.

の推奨値は 0.1~0.2 であり、 Γ_{SGS} のそれは 0.5 である。図 18、図 19 に見るように、DSM によるモデル係数は SM の推奨値の範囲内に入っている。ただし、DSM による C_R は $z/D > 8$ において約 0.03 ($C_s = 0.17$) であるが、未発達域 ($z/D < 8$) において小さくなる。遷移域において DSM の予測が比較的良好であったことは、このように発達段階に応じてモデル係数が最適化されているためと考えられる。

5. 結言

スカラー拡散を伴った円形噴流を取り上げ、広範なレイノルズ数 (1,200~1,000,000) に対して高次差分による LES を行い、噴流の減衰法則に基づいて計算結果を検証した。それにより得た成果を以下にまとめる。

- (1) 円形噴流の数値解析において下流側境界条件の影響が小さく保たれる修正対流条件を提案し、その有効性を示した。
- (2) 円形噴流とそのスカラー拡散に関する数値予測において、スマゴリンスキーモデル (SM) とダイナミクスマゴリンスキーモデル (DSM) はともに有効に機能する。ただし、SM を用いた場合には、遷移域における平均速度がやや大きすぎ、SM の結果よりも DSM の結果の方がより良好に実験値と一致した。
- (3) DSM によって設定されたモデル係数 C_R と SGS 渦拡散係数比 Γ_{SGS} は、流れ場を通して SM に対するモデル定数の推奨値の範囲内にあった。DSM において C_R が発達域で比較的大きな値をとるが、未発達域で小さくなったことから、噴流の発達段階に応じたモデル係数の最適化がなされていることが示唆された。

Fig.15 Mean scalar.

Fig.16 Cross-correlation between velocity and scalar.

Fig.17 Intensity of scalar fluctuation.

なお、DSM を用いた場合でも未発達域のスカラー乱れ強さと実験値の間に無視できない差異が残るが、その理由は現時点で不明である。渦粘性仮説を用いない SGS モデルの適用²²⁾等を行うことで不一致の理由を解明できる可能性があり、今後の検討課題としたい。

文 献

(1) Hinze, J. O., *Turbulence* 2nd ed., Macgraw-Hill (1950).
 (2) Reichardt, H., *VDF-Forschungsheft*, 141 (1942).
 (3) Corrsin, S. and Uberoi, M. S., *NACA Report No.998* (1950).
 (4) Sami, S., *J. Fluid Mech.*, 29-2 (1967), 81-92.
 (5) Wygnanski, I. and Fiedler, H., *J. Fluid Mech.*, 38 (1969), 577-612.

Fig.18 Model coefficient for velocity.

Fig.19 SGS eddy diffusivity ratio.

(6) 二宮尚, 笠木伸英, 機論, 59-561, B (1993), 1532-1538.
 (7) Bejan, A., *Convection heat transfer* 2nd ed., John Wiley & Sons Inc. (1995).
 (8) Wilson, R. A. M. and Danckwerts, P. V., *Chemical Engineering Science*, 19 (1964), 885-895.
 (9) Becker, H. A., Hottel, H. C. and Williams, G. C., *J. Fluid Mech.*, 30-2, (1967), 285-303.
 (10) Lockwood, F. C. and Moneib, H. A., *Combustion Science and Technology*, 22 (1980), 63-81.
 (11) Verzicco, R. and Orlandi, P., *Phys. Fluids*, 6-2, (1994), 751-759.
 (12) 三宅裕, 坂東潔, 竹末研一, 太田貴士, 機論, 60-574, B (1994), 2022-2029.
 (13) Danaila, I., Dusek, J., and Anselmet, F., *Phys. Fluids*, 9-11 (1997), 3323-3343.
 (14) 湯晋一, 中島賢治, 飛永浩伸, 機論, 63-610, B (1997), 1928-1937.
 (15) 竹内伸太郎, 三宅裕, 梶島岳夫, 青木誠司, 機論, 65-64, B (1999), 3918-3925.
 (16) 須藤仁, 松原幸治, 小林睦夫, 機論, 68-667, B (2002), 777-784.
 (17) Suto, H., Matsubara, K., Watanabe, H., Kobayashi, M., Hirose, Y. and Matsudaira, Y., 12th International Heat Transfer Conference, (to appear).
 (18) 須藤仁, 松原幸治, 小林睦夫, 渡辺英人, 松平雄策, 機論, B, (投稿中).
 (19) Olsson, M. and Fuchs, L., *Phys. Fluids* 8-8 (1996), 2125-2137.
 (20) Germano, M., Piomelli, U., Moin, P. and Cabot, W. H., *Phys. Fluids*, A3-7 (1991), 1760-1765.
 (21) Lilly, D. K., *Phys. Fluids*, A4-3 (1992), 633-635.
 (22) Ribault, C. L., Sarkar, S. and Stanley, S. A., *AIAA J.*, 39-8 (2001), 1509-1516.