測定値とCFDの融合のための費用関数法の非定常流れ場への適用*

加賀 昭和^{*1}, 塩田 卓^{*2}, 近藤 明^{*3}
井上 義雄^{*3}, 山口 克人^{*1}Application of Cost Function Method for Combining Measured Data
and CFD to Unsteady Flow FieldAkikazu KAGA^{*4}, Takashi SHIOTA, Akira KONDO,
Yoshio INOUE and Katsuhito YAMAGUCHI^{*4} Graduate School of Engineering, Osaka University, 2-1 Yamadaoka, Suita-shi, Osaka, 565-0871 Japan

In order to reduce measurement errors and fill missing data points, we have already proposed the cost function method (CFM) in which governing equations are applied to the correction and interpolation of measured data. In this paper, in order to study the applicability to the unsteady flow fields, we compare the properties of CFM with those of the four-dimensional data assimilation (FDDA), which is a method that is conventionally applied to unsteady flow fields in the field of numerical weather prediction. It was found that CFM produces a more suitable solution that does FDDA, according to our evaluation criteria. Then we applied PIV to a Karman vortex flow behind a plate and applied CFM to the data obtained. Furthermore, we examined the effect of the number of measured data points on the CFM results. It was found that the CFM is effective in correcting errors in the data, and also in filling missing data points smoothly both spatially and temporally. It is difficult to model a complicated flow field correctly using PIV or CFD separately. However, we can conclude from the results of this study that for the estimation of flow fields, CFM may be an effective technique also for unsteady flow.

Key Words: Particle Image Velocimetry, Computational Fluid Dynamics, Cost Function, Four-dimensional Data Assimilation

1. はじめに

近年, 流れ場の測定技術はコンピュータの利用によって簡易化, 高速化されており, 特に速度計測においては, PIV 技術の利用によって測定値の密度が格段に向上した. しかし依然として, 測定システム自体や外部的要因による測定誤差や, 特にPIVにおいて発生する欠測は未だ解決されていないために, 十分な精度と空間解像度により流れ場全体の特性を把握するのは現状では困難である.

これに対して我々は既に, CFD の技術と測定値とを融合させて, 測定値の誤差や欠測の影響を最小限にとどめて流れ場全体を推定する手法として費用関数法(CFM: Cost Function Method)を提案⁽¹⁾⁽²⁾し, 定常流れ場のPIV測定値に対してその有効性を検証した⁽³⁾.

本論文ではこの手法の非定常流れ場への適用性を検証する. まず, 数値気象予測の分野において, 時間変動する気象場の計算値を観測値になじませるための一般

の手法であり, 本論文で取り扱っている手法と目的において共通部分を持つデータナッジング法⁽⁴⁾と, 本論文で提案する費用関数法との性能比較を, 数値シミュレーションを用いて行う. 次に本手法を, 風洞内に置いた平板下流のカルマン渦流測定結果に適用することによって, その適用性と特性とを明らかにする.

おもな記号

i, j, k : メッシュ番号
 F : Navier-Stokes 式の残差
 G_ϕ : ナッジング係数
 w_t : 時間に関する重み係数
 w_l : 空間に関する重み係数
 ϕ : 最適化対象とする物理量
 ϕ_{obs} : 測定値

2. 費用関数法とデータナッジング法の概要

2.1 費用関数法の概要 費用関数法は, 測定値と求めようとする解の差, 連続式の残差, Navier-

* 原稿受付 2002年4月15日.

^{*1} 正員, 大阪大学大学院 (〒565-0871 吹田市山田丘2-1).^{*2} 大阪大学大学院 [現: (株) きんでん].^{*3} 大阪大学大学院.

E-mail: a.kaga@env.eng.osaka-u.ac.jp

Stokes 式の残差の各々2乗したものの和を費用関数として定義し、これを最適化の対象となる物理量および圧力で微分して0とおいた式を解くことにより最小化して最適解を求める方法であり、定義式および係数については既報⁽¹⁾で記述した通りである。なお非定常流れ場に対して計算の収束を早めるために、計算開始時間ステップでの欠測点にはCFDの結果を用い、以降の時間ステップでの欠測点には前の時間ステップの最適化結果を初期値として用いるものとする。また、手法を非定常問題に適用するとき生じる時間微分項については、各時刻における推定値と前時刻の推定値を用いた前進差分で近似する。したがって、計算開始時刻での時間微分項のみが零となる。

2.2 データナッジング法の概要 データナッジング法は、数値気象予測で用いられる四次元同化法において、観測値を数値計算に反映させるための基本的な方法であり、次式⁽⁴⁾および連続式を満足させる解を求める。

$$\frac{\partial \phi(i, j, k)}{\partial t} = F(\phi) + G_{\phi} \cdot w_t \cdot w_l \cdot \{ \phi(i, j, k) - \phi_{obs}(i, j, k) \} \cdots \cdots (1)$$

ここで、 ϕ は求めようとする解、 ϕ_{obs} は測定値、 F は Navier-Stokes 式の残差、 G_{ϕ} はナッジング係数、 w_t 、 w_l は時間および空間に関する重み係数である。

連続の式はそのままの形で用いられるため、本手法は連続条件を満たしつつ、運動方程式の解からは若干外れても、観測値により近い解を推定値として時系列的に求めてゆく手法である。

2-dimensional driving cavity

- cavity dimensions: 10 cm × 10 cm
- moving wall velocity: 0 → 12.5 cm/s
- Reynolds number: 0 → 12,400 [–]

Fig. 1 Schematic diagram of flow field

3. 数値シミュレーションによる費用関数法とデータナッジング法の比較

費用関数法、データナッジング法はともに測定値あるいは観測値を利用する、流れ場全体の推定法であるが、その性能を定量的に評価するにあたっては「正解値」とみなせるデータが必要であるため、ここでは数値シミュレーション結果により作成した擬似の測定値を用いる。

3.1 対象流れ場 対象とした流れ場は、図1に示すような二次元ドライビングキャビティにおいて、静止状態から上部壁の一定速度の移動を開始したときの、定常状態に至るまでの遷移流れ場とした。

3.2 数値計算および模擬測定値 移動壁を開始してから30 s後の数値計算結果を図2(a)に示す。ここでは乱流モデルとして標準 $k-\epsilon$ モデルを、圧力解法として SIMPLE 法を、差分法として 40×40 の均等メッシュに対してべき乗則を用い、静止壁近傍の境界流れに対しては対数則による壁関数を適用した。壁を起動してから定常状態に至るまでの所要時間は約 190 s であった。

次に、この数値計算結果を正しい流れ場であると仮定し、同一の境界条件、同一の計算手法でメッシュを 20×20 の均等メッシュと粗くした数値計算結果から、各時刻共通の位置でランダムに 50% のデータを取り除いて欠測点とし、残ったデータに対して時間ステップと無関係にランダムに最大 $\pm 10\%$ の誤差を与えたものを模擬測定値とした。得られた模擬測定値の例を図2(b)に示す。なお数値計算の時間ステップは 0.1 s としたが、測定値は 10 s ごとに得られたと仮定し、その間の数値計算結果は破棄した。

以上のデータを用い、費用関数法とデータナッジング法の、誤差や欠測を含む模擬測定値から正解値へのデータ修復能力を比較する。

3.3 融合計算結果 図2(b)の模擬測定値に費用関数法を適用した結果を図2(c)に示す。ここで融合計算の時間間隔は 1.0 s とし、測定値が存在しない計算時刻においては、前後の時刻において測定値が存在する点ではその測定値を時間的な単純内挿により補間した値を、欠測点では前の時間ステップの最適化結果を初期値として計算を行った。また各測定値に対する精度係数は 1.0、費用関数各項への重み係数は全て 1.0 とし、Navier-Stokes 式の時間差分項には 1 つ前の時間ステップとの差分値を用いた。さらに、同様の計算条件でデータナッジング法を適用した結果を図2(d)に示す。

次に、費用関数法とデータナッジング法の各計算時間毎の融合結果と正解値との誤差の2乗平均値(RMS)を、代表速度に対する無次元量で比較したものを図3に示す。図3を見ると、誤差のRMSは費用関数法、データナッジング法ともに 60 s 付近まで周期的に変化しているが、これは 10 s 間隔で与えた模擬測定値を用いた融合計算の場合には誤差は比較的小さく抑えられているが、その間の時刻では測定値がないために誤差が大きくなっていると考えられる。また、1 ステップ目の値を除いて費用関数法のほうがデータナッジング法よりも誤差が小さくなっており、費用関数法の方が推定精度が高いと結論できる。

さらに、費用関数法の重み係数 α 、 β とデータナッジ

ング法のナッジング係数 G_ϕ 、重み係数 w_t 、 w_l を変化させて同様の融合計算を行い、定常状態時(190 s後)の費用関数がそれぞれ最小となるパラメータ条件での各項の値、即ち測定値と推定値との差の2乗、連続式の残差の2乗、Navier-Stokes式の残差の2乗を表1に示す。表1において、費用関数法およびデータナッジング法それぞれの費用関数の最小値はこの表で変化させた係

数の範囲($1.0E-3 < \alpha, \beta < 5.0E+2$, $1.0E-5 < G_\phi < 2.0E+1$, $1.0E-5 < w_{t,l} < 1.0E+0$)にあり、費用関数法での費用関数の最小値は、データナッジング法のそれよりも小さいことがわかる。しかし融合結果が連続式を厳密に満足することを要求されるような場合には、データナッジング法では原理上、この連続式の残差がほぼ零となるので有利であるといえる。

Fig. 2 Examples of CFD, measured data, combined results of CFM and FDDA(after 30 s)

Fig. 3 RMS between combined values and assumed correct values of CFM and FDDA

Table. 1 Comparison of the minimum values of the cost function obtained from CFM and FDDA

	(a)	(b)	(c)	(a) + (b) + (c)
CFM	1.97E-8	3.35E-8	5.36E-8	1.07E-7
FDDA	1.54E+0	nearly 0.0	1.57E-2	1.55E+0

- (a) : The sum of square of differences between observed values and the solution
 (b) : The sum of square of remainder of the continuity equation
 (c) : The sum of square of remainder of Navier-Stokes equation

Fig. 4 Outline of an experimental setup

(a) Visualized flow pattern of Karman vortex street

(b) Measured vector by PIV

(c) Combined result

Fig. 5 Examples of PIV and combined vectors

4. 費用関数法の適用例

費用関数法の非定常流れ場の測定値への適用例として、図4に示すように、長さ30 cm、厚さ1 cm、奥行180 cmの平板を設置した実験用風洞(断面寸法180 cm×180

cm)に風速50 cm/sの一様流を流入させた時の、平板後方に発生するカルマン渦列を対象にした。

この風洞内の上流よりグリセリンミストレーサを注入し、ハロゲンランプのシート光を照射して可視化した流れ場をCCDカメラにより撮影し、VTRに記録したものを画像速度計測法⁽⁵⁾により処理して1/60 s毎の速度ベクトルを抽出した。可視化画像と得られた速度ベクトルの例を図5(a),(b)に示す。

次に、得られた図5(b)のような測定値に対して費用関数法を適用し、各測定値に対する精度係数および重み係数はすべて1.0、計算時間間隔は測定と同じ1/60 sで融合計算を行った。結果の例を図5(c)に示す。また、測定領域内の5点での測定値および費用関数法による融合結果の時系列変化を図6に示す。図6の結果からも、欠測や誤差を含む測定値が、時系列的にも滑らかに補間、補正されていることが分る。したがって、費用関数法は非定常流れ場に対しても有効であると結論できる。

なお、非定常計算では、各時間ステップごとに繰り返し計算により費用関数を最小化する手順が必要のため、演算時間の増加が懸念される。本適用例では、192ステップ分の計算に対するCPU時間は4時間32分(CPU: Pentium 500MHz)であった。これは、欠測点の初期値にCFDの結果を用いて行う定常計算に要する時間のおよそ125倍であり、各時刻の欠測点の初期値に前時刻の値を用いたことの演算時間短縮効果が現れている。

5. 測定値密度の流れ場再現性への影響

ここでは、4で述べた二次元平板後流を対象として、PIVにより得られた速度ベクトルを間引いてデータ密度を変化させ、費用関数法と単純内挿法とでデータの補間を行って得られた結果を比較した。これは、本論文のように良好な可視化画像が得られず抽出ベクトル数が大幅に減少した場合や、あるいは測定がPIVではなく点センサーで行われる場合を想定して、ベクトル数の減少が推定結果に及ぼす影響を見ようとしたものである。

なお、計算対象領域の格子数1,989点に対してPIVにより得られた速度ベクトルの点数は各時刻で平均700～800点であるが、これを100,10,1点となるよう時間的にランダムに間引いてデータ密度を変化させた。各々のデータ個数の場合の費用関数法と単純内挿法による補間結果を、図6と同じ位置での速度ベクトルの時系列変化で表示したものを図7に示す。なお単純内挿法は距離の2乗に反比例した重み付けによる内挿とした。この図より、単純内挿法ではデータ数が100点以下になると補間精度が著しく劣化するのに対して、費用関数法ではデータ数が10点と非常にデータ密度が

低い場合においても、カルマン渦列の挙動を把握するのに十分な結果が得られることが分かった。

さらに、以上の結果から渦度分布を算出したものを図 8 に示す。速度ベクトルの差分で算出される渦度は、データの質の低下に対する感度が高いと考えられるが、測定値の内挿結果から算出される渦度の値が、データ数の減少に伴い内挿のなまし効果によって小さくなる傾向があるのに対し、費用関数法では比較

的少ないデータ数まで、妥当な渦度の値を算出できている。

6. まとめ

測定値に含まれる欠測や誤差を補間、補正し、流れ場全体の把握を可能にする 1 方法として提案してきた費用関数法について、非定常流れ場への有効性の検証を行った。

Fig. 6 Time series transitions of velocity vectors

Fig. 7 Time series transitions of velocity vectors from CFM and interpolation

まず、二次元ドライビングキャビティでの遷移流れ場を対象に、費用関数法と四次元同化法で用いられているデータナッジング法との推定精度の比較を数値シミュレーションにより行い、本手法の有利性を明らかにした。次に、非定常流れ場への適用例として、平板後方のカルマン渦列の速度場を画像速度計測を用いて測定し、これに費用関数法を適用してその有効性を確認した。その結果、費用関数法は誤差の低減に有効

であり、また空間的、時間的な欠測に対して、データ密度が小さい場合においても滑らかな補間を行え、流れ場の把握に有効であることがわかった。

現状では、測定もしくは数値計算のみで非定常の複雑な流れ場を把握することはまだ困難であり、汎用的なツールも開発されていない状況にある。これに対して、本論文では費用関数法の援用によりその可能性を示唆できたと考えている。

Using all data

Number of data = 100

Number of data = 10

Number of data = 1

(a) CFM

Using all data

Number of data = 100

Number of data = 10

Number of data = 1

(b) Interpolation

Fig. 8 Vortex distributions obtained from CFM and interpolation

参考文献

- (1) 山口克人・ほか 5 名, 機論 B, **66**-642(2000)
- (2) A.Kaga・et al, *The second international workshop on PIV*,

Fukui, Japan (pp.131-136,1997)

- (3) 塩田卓・ほか 4 名, 空衛学会論文集, **79** (pp.29-36,2000)
- (4) 鶴野伊津志, 大気環境学会誌, **30**-6(1995)
- (5) 加賀昭和・ほか 2 名, 可視化情報, **14**-53(1994)