熱的壁面境界条件が異なる非圧縮性チャネル乱流の数値解析*

森 西 洋 平^{*1}, 玉 野 真 司^{*1}, 仲 村 栄 祐^{*2}Numerical Analysis of Incompressible Turbulent Channel Flow
with Different Thermal Wall Boundary ConditionsYouhei MORINISHI^{*3}, Shinji TAMANO and Eisuke NAKAMURA^{*3} Department of Mechanical Engineering, Nagoya Institute of Technology,
Gokiso-cho, Showa-ku, Nagoya-shi, Aichi, 466-8555 Japan

The effects of the different thermal wall boundary conditions on the turbulence statistics are investigated using direct numerical simulation (DNS) of the incompressible turbulent channel flow with passive scalar transport. The flow between isothermal walls with same temperature (Case 1), the flow between isothermal walls with a temperature difference (Case 2), and the flow between isothermal and adiabatic walls (Case 3) are considered. The simulations are carried out on the flow with Reynolds numbers based on the channel half-width and wall friction velocity of 150 and 300, and with Prandtl number of 0.72. The present DNS shows that the absolute value of correlation coefficient between velocity and temperature fluctuations near the adiabatic wall (Case 3) is much smaller than those of Cases 1 and 2. It is shown that turbulent Prandtl number varies linearly with the square of wall unit very close to the adiabatic wall. In addition, the budgets with respect to the temperature variance, its dissipation rate, and turbulent heat fluxes near the adiabatic wall are clarified.

Key Words: Boundary Condition, Numerical Analysis, Turbulent Flow, Heat Transfer, Incompressible Flow, Channel Flow, DNS

1. 緒 言

熱輸送を伴う平行平板間の非圧縮性乱流は、熱的壁面境界条件の相違により、上下壁の温度差がない等温壁間の流れ (Case 1), 上下壁の温度差がある等温壁間の流れ (Case 2), および断熱壁と等温壁間の流れ (Case 3) とに大別される⁽¹⁾. これまでに、Case 1 に対応した直接数値シミュレーション (DNS)^{(2)~(4)}, ならびに Case 2 に対応した DNS^{(5)~(9)} は多数実行され、熱輸送を伴う乱流モデル構築に有用な知見を提供している. 一方、Case 3 に対応した DNS は著者らの知る限りこれまでになされていないが、断熱壁上の流れの解析は工学的のみならず工業的にも重要で不可欠である.

スペクトル法は最も高精度な空間離散化手法であり、高次乱流統計平均量を含む DNS データベースの構築には理想的な手法である. しかし、Case 3 の熱的壁面境界条件はディレクレ条件 (等温条件) とノイマン条件 (断熱条件) の双方を含むために、従来の平板チャネ

ル乱流に対するスペクトル法の計算手法⁽¹⁰⁾をそのまま使用することができない. これが、これまで Case 3 の DNS がなされなかった原因の一つであるとも考えられる.

本研究ではまず Case 3 の DNS を実行可能とするスペクトル法のコードを作成し、Case 1, Case 2, および Case 3 の DNS を実行した. 得られた数値計算結果を用いて乱流統計平均量に現われる熱的壁面境界条件の違いの効果について考察した.

2. 計 算 手 法

本論文で用いられる記号, u_i ($i = 1, 2, 3$), T , ρ , p , μ , $\nu = \mu/\rho$, H , c_p , Pr , $\kappa = c_p\mu/Pr$, $q_j = -\kappa\partial T/\partial x_j$, Q , および y はそれぞれ, x_i 方向の速度成分, 温度, 密度, 圧力, 粘性係数, 動粘性係数, 流路半幅, 定圧比熱, プラントル数, 熱伝導率, 熱流束, 一様な内部発熱源 [式 (4) 参照], および参照されている壁面からの距離である. x_1 , x_2 および x_3 はそれぞれ主流, 壁面およびスパン方向の空間座標である. 主流およびスパン方向と時間に関するレイノルズ平均化操作を $\langle \rangle$ で, レイノルズ平均値からのずれを $'$ で表す. また, 主流およびスパン方向の面平均化

* 原稿受付 2002 年 9 月 19 日.

^{*1} 正員, 名古屋工業大学工学部 (☎ 466-8555 名古屋市昭和区御器所町).^{*2} 学生員, 名古屋工業大学大学院.

E-mail: morinisi@cfm.mech.nitech.ac.jp

Table 1 Computational parameters

Case	Case 1		Case 2		Case 3	
Re_τ	150	300	150	300	150	300
Pr	0.72					
L_1	$4\pi H$	$2\pi H$	$4\pi H$	$2\pi H$	$4\pi H$	$2\pi H$
L_2	$2H$					
L_3	$4\pi H/3$	$2\pi H/3$	$4\pi H/3$	$2\pi H/3$	$4\pi H/3$	$2\pi H/3$
N_1	128					
N_2	129	161	129	161	129	161
N_3	128					
Δx_1^+	15					
Δx_2^+	0.045 - 3.7	0.058 - 5.9	0.045 - 3.7	0.058 - 5.9	0.045 - 3.7	0.058 - 5.9
Δx_3^+	4.9					
C_f	0.00851	0.00699	0.00857	0.00700	0.00854	0.00700
Nu_u	16.1	29.6	10.5	19.4	0	0
Nu_l	16.1	29.4	10.5	19.4	12.8	23.5

操作を $\langle \rangle_{x_1-x_3}$ で、面平均値からのずれを " で表す。 τ_w および q_w はそれぞれ壁面せん断応力および壁面熱流束である。下付き添字 w は壁面上でのレイノルズ平均値を意味する。また、下付き添字 u および l はそれぞれ上壁および下壁でのレイノルズ平均値を意味する。 $\theta = T - T_l$ は偏差温度である。 $u_\tau = \sqrt{\tau_w/\rho}$, $\theta_\tau = q_w/(\rho c_p u_\tau)$, および $\delta_v = \nu/u_\tau$ はそれぞれ壁面摩擦速度、壁面摩擦温度、および粘性長さスケールである。これらで正規化された諸量には上付き添え字 + を付けて表す。 $U_m = \int_{-H}^H \langle \rho u_1 \rangle dx_2 / (2\rho H)$ および $\theta_m = \int_{-H}^H \langle \rho c_p u_1 \theta \rangle dx_2 / \int_{-H}^H \langle \rho c_p u_1 \rangle dx_2$ はそれぞれ平均速度および平均温度である。無次元数 $C_f = 2\tau_w/(\rho U_m^2)$, $Re_\tau = u_\tau H/\nu$, および $Nu = 2Hq_w/[\kappa(\theta_w - \theta_m)]$ はそれぞれ、壁面摩擦係数、レイノルズ数、およびヌセルト数である。ここで、Case 2 と Case 3 に対しては、 θ_w と q_w は上壁および下壁それぞれにおいて定義される。

非圧縮性流体の運動の支配方程式として連続の式、運動方程式、およびエネルギー（パッシブスカラー）方程式を用いる。

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + u_j \frac{\partial \theta}{\partial x_j} = \frac{\kappa}{\rho c_p} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_j \partial x_j} + Q \quad (3)$$

ここで、本論文に現れるイタリックの繰り返し添字 (i, j, k 等) は総和規約に従い、ギリシャ文字の繰り返し添字 α については総和規約に従わないものとする。式 (2) と式 (3) において対流項は勾配型で表記されているが、本 DNS の対流項には混合型が用いられている。空間的離散化手法として、主流およびスパン方向にはフーリエ・擬スペクトル法が、壁面方向にはチェビシェフ・タウ法がそれぞれ用いられている⁽¹⁰⁾。時間

進行法として、粘性項にクランク・ニコルソン法が、その他の項には 3 次精度のルンゲ・クッタ法 (RK3) がそれぞれ用いられている⁽¹¹⁾。RK3 の各段における連続の式と運動方程式のカップリングには、修正 Kleiser-Schumann 法^{(12) (13)} が用いられている。Case 1 および Case 2 における温度のチェビシェフ係数の行列は奇数モードと偶数モードとに分離されるため従来の解法 (変形 3 重対角行列の掃出し法)⁽¹⁰⁾ が使用できる。一方、Case 3 の熱的壁面境界条件はディレクレ条件とノイマン条件の双方を含み、奇数モードと偶数モードとの分離が不可能である。そこで、温度のチェビシェフ係数の行列解法 (変形 5 重対角行列の掃出し法) を作成し、Case 3 の DNS を実行した。

3. 計算条件

熱輸送を伴う非圧縮性チャネル乱流に対する無次元パラメータとして、レイノルズ数 $Re_\tau = 150, 300$ およびプラントル数 $Pr = 0.72$ を与える。また、動粘性係数 ν および熱伝導率 κ はそれぞれ一定値とする。

主流およびスパン方向には周期境界条件が課されている。また、上下壁では速度すべりなし条件が課されている。温度の壁面境界条件として、Case 1 に対しては上下壁ともに等温 (上下壁の温度差 $\Delta\theta = 0$) 条件 ($\theta|_{x_2=\pm H} = 0$) が、Case 2 に対しては上下壁ともに等温 (上壁高温、下壁低温) 条件 ($\theta|_{x_2=H} = \Delta\theta$, $\theta|_{x_2=-H} = 0$) が、Case 3 に対しては上壁に断熱条件 ($d\theta/dx_2|_{x_2=H} = 0$) および下壁に等温条件 ($\theta|_{x_2=-H} = 0$) がそれぞれ課されている。ここで、Kasagi ら⁽⁴⁾ は Case 1 の等温境界条件よりも現実的なものとして等熱流束 (ただし、壁面温度変動はゼロ) 境界条件の使用を提案している。しかしながら、等熱流束条件の計算結果と等温条件のものとの差はほとんどないことから⁽⁴⁾、本研究では Case 1 として上下壁の温度差が

ない等温壁間の流れを扱う。また、Case 2 としては $\Theta = T + \Delta T x_2 / (2H)$ の変換を行うことで熱的壁面境界条件として $\Theta|_{x_2=\pm H} = 0$ を課する方法もある^{(5) (6)}。これは本計算例のものと本質的に等価であり、Case 1 の場合と同様に乱流統計平均量に現われる差はほとんど無いものと考えられる。さらに、Kasagi ら⁽¹⁴⁾は、作動流体として空気を考えたとき、壁面厚さが極めて小さい場合を除き実用的な材料の壁面上での温度乱れはゼロとみなせることを報告している。しかしながら、本研究ではより厳密に断熱条件 ($d\theta/dx_2|_{x_2=H} = 0$) を課すために、面平均値からのずれ θ'' に対しては $\theta''|_{x_2=H} = 0$ ではなく $d\theta''/dx_2|_{x_2=H} = 0$ を与え、面平均値 $\langle \theta \rangle_{x_1-x_3}$ に対しては $d\langle \theta \rangle_{x_1-x_3}/dx_2|_{x_2=H} = 0$ を与えている。

式 (3) 中の一様な内部発熱源 Q は、Case 2 に対しては $Q = 0$ 、Case 1 および Case 3 に対しては次式により与えられる⁽¹⁾。

$$Q = -\frac{(\langle q_2 \rangle|_{x_2=H} - \langle q_2 \rangle|_{x_2=-H})/2}{\rho c_p H} \quad (4)$$

Case 3 の上壁では断熱条件が課されているために、Case 3 の内部発熱源の大きさは Case 1 のものの半分となることに注意されたい。なお、Case 2 において内部発熱源を与えその大きさを調整することで、上壁においてほぼ断熱 ($d\langle \theta \rangle_{x_1-x_3}/dx_2|_{x_2=H} \approx 0$) 条件を作り出すことができる。この場合には本数値計算 (Case 3) とは異なり、上壁において $\theta''|_{x_2=H} = 0$ (ただし $d\theta''/dx_2|_{x_2=H} \neq 0$) となり、Kasagi ら⁽¹⁴⁾の提案する熱的壁面境界条件に対応した断熱条件を課することになる。これと Case 3 との相違については今後の検討課題とする。

主流、壁面およびスパン方向の計算領域 (L_1 , L_2 および L_3)、格子数 (N_1 , N_2 および N_3)、および格子解像度を表 1 にまとめて示す。表中の格子解像度は壁座標で表され、 $\Delta x_i^+ = \Delta x_i / \delta_v$ により定義される。ここで、 Δx_i は x_i ($i = 1, 2, 3$) 方向の格子幅である。格子解像度 Δx_i^+ については、本計算と同様にスペクトル法を用いた従来の DNS^{(2)~(4) (7) (9) (15)} と同程度以上に設定されている。また、 $Re_\tau = 150$ および 300 の計算例に対する無次元時間刻み幅 $\Delta t / (H/u_\tau)$ はそれぞれ 0.001 および 0.0004 である。ここで、本計算例における乱流統計平均量は、統計的定常な流れ場および温度場を得た後に $20H/u_\tau$ 時間の積分によって得られたデータのレイノルズ平均値である。なお、表 1 には壁面摩擦係数およびヌセルト数の値も併せて示されている。Case 3 の上壁におけるヌセルト数 Nu_u を除き、レイノルズ数 $Re_\tau = 300$ でのヌセルト数の値は

Fig. 1 Profiles of mean velocity and temperature

$Re_\tau = 150$ のものよりも約 1.8 倍大きい。

本論文では紙面の都合上示さないが、本計算例の主流およびスパン方向 1 次元エネルギースペクトル分布は高波数領域においてなめらかに減衰していることを確認している。さらに、主流およびスパン方向 2 点相関係数の分布を調べることで、本計算領域が乱流構造を捉えるのに十分であることも確認している。

なお本研究に先立ちレイノルズ数 $Re_\tau = 100$ の DNS も実行したが、この場合には乱流統計平均量に長周期の揺らぎが現れたため、ここではその結果を省略した。乱流統計量のレイノルズ数依存性が従来の知見^{(15)~(19)}と一致することは確認している。また、本研究ではプラントル数 Pr を一定値 (0.72) としているが、プラントル数依存性については、例えば文献^{(2) (20)}を参照されたい。

4. 計算結果

4.1 平均速度および平均温度分布 平均速度 $\langle u_1 \rangle / U_m$ および平均温度 $\langle \theta \rangle / \theta_m$ の分布を図 1 に示す。平均速度分布は熱的壁面境界条件に依存しないため、図には Case 1 の $\langle u_1 \rangle / U_m$ の値のみが示されている。Case 1, Case 2 および Case 3 の平均温度は、上壁近傍において大きく異なり、それに応じて下壁側でも差が生じる。Case 1 の平均温度のみ平均速度とほぼ相似な分布となる。また断熱壁近傍の $\langle \theta \rangle / \theta_m$ は他のものに比べて壁面方向変化が小さく、その分布にはレイノルズ数依存性がほとんど現われない。

平均温度 $\langle \theta \rangle^+ = \langle \theta \rangle / \theta_\tau$ および平均速度 $\langle u_1 \rangle^+ = \langle u_1 \rangle / u_\tau$ の分布を図 2 に示す。ただし、図の横軸は壁座標 $y^+ = y / \delta_v$ である。断熱壁上では $\theta_\tau = 0$ であ

Fig. 2 Profiles of mean velocity and temperature in wall units

るため、Case 3 については等温壁側の $\langle \theta \rangle^+$ の分布のみが示されている。同図には比較のため、Iwamoto ら⁽¹⁵⁾ ($Re_\tau = 150, 300$), Kasagi ら⁽⁴⁾ ($Re_\tau = 150$, $Pr = 0.71$, 熱的壁面境界条件は Case 1 に対応), および Kasagi and Iida⁽⁷⁾ ($Re_\tau = 150$, $Pr = 0.71$, 熱的壁面境界条件は Case 2 に対応) の平行平板間の非圧縮性乱流の計算結果も示されている (参照データは 3 点毎にプロットされている)。平均速度分布に関して本計算結果は、 Re_τ が 150 および 300 ともに Iwamoto ら⁽¹⁵⁾ の計算結果とよく一致している。また、平均温度分布に関して、 $Re_\tau = 150$ の Case 1 および Case 2 の計算結果はそれぞれ従来の計算結果^{(4) (7)} とほぼ一致している。これらより、本研究で得られた DNS データの信頼性が確認された。 Re_τ が 150 および 300 それぞれにおいて、Case 3 の等温壁側 (ただし $y^+ > 30$) の平均温度は、Case 1 と Case 2 の値のほぼ中間の値をとる。また、平均温度 $\langle \theta \rangle^+$ のレイノルズ数依存性は $y^+ > 10$ において現われ、Case 2 のものが最も大きい。同じ Re_τ であれば、ヌセルト数が大きくなるにつれて、 $y^+ > 10$ での $\langle \theta \rangle^+$ の値は小さくなる。

平均速度および平均温度の対数則を調べるために $y^+ d\langle u_1 \rangle^+ / dy^+$ および $y^+ d\langle \theta \rangle^+ / dy^+$ の分布を図 3 に示す。平均速度分布については $Re_\tau = 150$ および 300 ともに明確な対数則領域が確認されるが、平均温度分布については $Re_\tau = 300$ における Case 1 のみに明確な対数則領域が現われている。これらは、Case 1 ($Re_\tau = 150$) の場合には低レイノルズ数効果のため、

Fig. 3 Profiles of $y^+ d\langle u_1 \rangle^+ / dy^+$ and $y^+ d\langle \theta \rangle^+ / dy^+$

Fig. 4 Profiles of RMS temperature fluctuation

Case 2 および Case 3 の場合には対向壁の熱的壁面境界条件の影響のため、速度と温度の相似性が破綻したことによると考えられる。

4.2 乱れ統計量 温度の変動強度 $(\theta')_{rms} / \theta_m = \sqrt{\langle \theta'^2 \rangle} / \theta_m$ の分布を図 4 に示す。Case 3 の断熱壁側の温度の変動強度は断熱壁に近づくにつれて単調に減少し、断熱壁上においてゼロでない値 (約 0.01) となる。

速度の変動強度 $(u'_\alpha)^+_{rms} = (u'_\alpha)_{rms} / u_\tau = \sqrt{\langle u'_\alpha u'_\alpha \rangle} / u_\tau$ ($\alpha = 1, 2, 3$) および温度の変動強度 $(\theta')^+_{rms} = (\theta')_{rms} / \theta_\tau$ の分布を図 5 に示す。Case 3 については等温壁側の $(\theta')^+_{rms}$ の値が示されている。また、 $(u'_i)^+_{rms}$ ($i = 1, 2, 3$) の値には Case 1 の値が用いられている。速度の変動強度分布に関して本計算結果は、 Re_τ が 150 および 300 ともに Iwamoto ら⁽¹⁵⁾ の計算結果とよく一致している。また、温度の変動強度分布に関して、Case 1 および Case 2 の計算結果はそれぞれ従来の計算結果^{(4) (7)} とほぼ一致している。ここで、Case 1 と Kasagi ら⁽⁴⁾ の計算結果との僅かな差は、3 節で述べた通り熱的壁面境界条件が厳密には同じでないことにより生じたと考えられる。また、Case

Fig. 5 Profiles of RMS velocity and temperature fluctuations in wall units

2 と Kasagi and Iida⁽⁷⁾ の計算結果との僅かな差は積分時間の相違によるものと考えられる。 Re_τ が 150 および 300 それぞれにおいて、Case 3 の等温壁側 (ただし $y^+ > 10$) の温度の変動強度分布は、Case 1 と Case 2 の分布の間に位置する。温度の変動強度 $(\theta')_{rms}^+$ のレイノルズ数依存性は Case 2 が最も大きく、Case 3 が最も小さい。

乱流熱流束 $\langle u_1'^+ \theta'^+ \rangle = \langle u_1' \theta' \rangle / (u_\tau \theta_\tau)$ および $-\langle u_2'^+ \theta'^+ \rangle = -\langle u_2' \theta' \rangle / (u_\tau \theta_\tau)$ の分布を図 6 に示す。ここでは $Re_\tau = 300$ の計算結果のみが示されている。また図 6(b) には平均温度勾配項 $d\langle \theta \rangle^+ / dy^+ / Pr$ および全熱流束 $q_{total}^+ = -\langle u_2'^+ \theta'^+ \rangle + d\langle \theta \rangle^+ / dy^+ / Pr$ の分布も併せて示されている。Case 3 の断熱壁側の $\langle u_1'^+ \theta'^+ \rangle$ の値はほぼゼロである。Case 1, Case 2, および Case 3 の $-\langle u_2'^+ \theta'^+ \rangle$ の分布は、 $y^+ > 30$ において互いに大きく異なる。また、全熱流束については、Case 2 ではほぼ一定値をとり、Case 1 および Case 3 では下壁から上壁に向かいそれぞれ一定勾配で減少する。ただし、Case 3 の勾配の大きさは Case 1 のほぼ半分である。

圧力と温度の相関 $\langle p'^+ \theta'^+ \rangle = \langle p' \theta' \rangle / (\rho u_\tau^2 \theta_\tau)$ の分布を図 7 に示す。Case 1, Case 2, および Case 3 の $\langle p'^+ \theta'^+ \rangle$ の分布は流路中央部 ($y^+ = 300$) に対してそれぞれ、線対称、点対称、および非対称である。そのため流路中央部において、Case 1 の $\langle p'^+ \theta'^+ \rangle$ は極値を

(a) $\langle u_1'^+ \theta'^+ \rangle$

(b) $-\langle u_2'^+ \theta'^+ \rangle$

Fig. 6 Profiles of turbulent heat fluxes at $Re_\tau = 300$

Fig. 7 Profiles of correlation of pressure and temperature at $Re_\tau = 300$

持ち、Case 2 および Case 3 のものはある勾配を持つ。

速度変動と温度変動の相関係数 $R_{u_1' \theta'} = \langle u_1' \theta' \rangle / ((u_1')_{rms} (\theta')_{rms})$ および $R_{u_2' \theta'} = -\langle u_2' \theta' \rangle / ((u_2')_{rms} (\theta')_{rms})$ の分布を図 8 に示す。Case 2 と Case 3 の等温壁側 ($y^+ < 300$) の相関係数分布はほぼ一致する。これは両者とも高温の上壁から低温の下壁に向かって熱が輸送されるためである。また、Case 1 の $R_{u_1' \theta'}$ および $R_{u_2' \theta'}$ は、 $y^+ < 150$ において、Case 2 および Case 3 のものとよく一致する。壁面最近傍点の $R_{u_1' \theta'}$ の絶対値は Case 3 の断熱壁側で約 0.25 で、Case 3 の等温壁側および Case 2 と Case 3 の値 (約 0.9) に比べて非常に小さい。また、 $R_{u_2' \theta'}$ は壁面に近づくに

$$\underbrace{-\langle u_2'^+ \theta'^+ \rangle \frac{d\langle \theta \rangle^+}{dx_2^+}}_{\text{Production}} - \underbrace{\varepsilon_\theta^+}_{\text{Dissipation}} - \underbrace{\frac{\partial \langle u_j'^+ \theta'^+ / 2 \rangle}{\partial x_2^+}}_{\text{Turbulent Diffusion}} + \underbrace{\frac{1}{Pr} \frac{d^2 k_\theta^+}{dx_2^{+2}}}_{\text{Molecular Diffusion}} = 0 \quad (5)$$

$$\underbrace{-\frac{2}{Pr} \left[\left\langle \frac{\partial \theta'^+}{\partial x_k^+} \frac{\partial u_2'^+}{\partial x_k^+} \right\rangle \frac{d\langle \theta \rangle^+}{dx_2^+} + \left\langle \frac{\partial \theta'^+}{\partial x_k^+} \frac{\partial \theta'^+}{\partial x_j^+} \right\rangle \frac{d\langle u_j \rangle^+}{dx_k^+} \right]}_{\text{Mean Gradient Production}} - \underbrace{\frac{2}{Pr} \left\langle \frac{\partial \theta'^+}{\partial x_k^+} \frac{\partial \theta'^+}{\partial x_j^+} \frac{\partial u_j'^+}{\partial x_k^+} \right\rangle}_{\text{Turbulent Production}} - \underbrace{\frac{2}{Pr^2} \left\langle \left(\frac{\partial^2 \theta'^+}{\partial x_k^+ \partial x_j^+} \right)^2 \right\rangle}_{\text{Dissipation}} - \underbrace{\frac{1}{Pr} \frac{d}{dx_2^+} \left\langle u_2'^+ \left(\frac{\partial \theta'^+}{\partial x_k^+} \right)^2 \right\rangle}_{\text{Turbulent Diffusion}} + \underbrace{\frac{1}{Pr} \frac{d^2 \varepsilon_\theta^+}{dx_2^{+2}}}_{\text{Molecular Diffusion}} = 0 \quad (6)$$

$$\underbrace{-\langle u_i'^+ u_2'^+ \rangle \frac{d\langle \theta \rangle^+}{dx_2^+} - \langle u_2'^+ \theta'^+ \rangle \frac{d\langle u_i \rangle^+}{dx_2^+}}_{\text{Production}} - \underbrace{\left(1 + \frac{1}{Pr} \right) \left\langle \frac{\partial u_i'^+}{\partial x_j^+} \frac{\partial \theta'^+}{\partial x_j^+} \right\rangle}_{\text{Dissipation}} + \underbrace{\left\langle p'^+ \frac{\partial \theta'^+}{\partial x_i^+} \right\rangle}_{\text{Pressure Temperature-Gradient Correlation}} - \underbrace{\frac{d\langle p'^+ \theta'^+ \rangle}{dx_i^+}}_{\text{Pressure Diffusion}} - \underbrace{\frac{d\langle u_i'^+ u_2'^+ \theta'^+ \rangle}{dx_2^+}}_{\text{Turbulent Diffusion}} + \underbrace{\frac{d}{dx_2^+} \left[\frac{1}{Pr} \left\langle u_i'^+ \frac{\partial \theta'^+}{\partial x_2^+} \right\rangle + \left\langle \theta'^+ \frac{\partial u_i'^+}{\partial x_2^+} \right\rangle \right]}_{\text{Molecular Diffusion}} = 0 \quad (7)$$

Fig. 8 Profiles of correlation coefficients between velocity and temperature fluctuations at $Re_\tau = 300$

つて、Case 3 の断熱壁側では単調にゼロに漸近し、それ以外の例では壁面ごく近傍で一度極値を持ちその後ゼロに漸近する。これら $R_{u_1' \theta'}$ および $R_{u_2' \theta'}$ に現われる相違は、断熱壁近傍において温度の乱れがほとん

Fig. 9 Near wall asymptotic behavior at $Re_\tau = 300$

ど生成されないことに起因している [図 10(a) 参照].

乱流プラントル数 $Pr_t = \langle u_1'^+ u_2'^+ \rangle d\langle \theta \rangle^+ / dy^+ / (\langle u_2'^+ \theta'^+ \rangle d\langle u_1 \rangle^+ / dy^+)$, 平均温度勾配 $d\langle \theta \rangle^+ / dy^+$, および壁面方向乱流熱流束 $-\langle u_2'^+ \theta'^+ \rangle$ の壁面漸近挙動を図 9 に示す (Case 3 の等温壁近傍, Case 1, および Case 2 のものはこの図では識別困難である). Pr_t は Case 3 の断熱壁近傍では y^+ の 2 乗で, それ以外の例ではほぼ一定値 (約 1.1) でそれぞれ壁面に漸近する [図 9(a) 参照]. この相違は, $d\langle \theta \rangle^+ / dy^+$ および $-\langle u_2'^+ \theta'^+ \rangle$ の壁面漸近挙動の相違により説明される. つまり, Case 3 の断熱壁側では平均温度勾配が y^+ の 1 乗 [図 9(b)] および乱流熱流束が 2 乗 [図 9(c)] で壁面に漸近するのに対し, それ以外の例では平均温度勾配が 0 乗および乱流熱流束が 3 乗で壁面に漸近する.

Fig. 10 Budgets of temperature variance k_θ^+ , dissipation rate of temperature variance ε_θ^+ , streamwise turbulent heat flux $\langle u_1^+ \theta'^+ \rangle$, and wall-normal turbulent heat flux $\langle u_2^+ \theta'^+ \rangle$ at $Re_\tau = 300$ for Case 3. The adiabatic wall corresponds to $y^+ = 600$.

4.3 乱れ統計量の収支 熱輸送を伴う完全発達非圧縮性チャネル乱流において、温度バリエーション $k_\theta^+ = \langle \theta'^+{}^2 \rangle / 2$ 、温度バリエーションの散逸率 $\varepsilon_\theta^+ = \langle (\partial \theta'^+ / \partial x_k^+) (\partial \theta'^+ / \partial x_k^+) \rangle / Pr$ 、および乱流熱流束 $\langle u_i^+ \theta'^+ \rangle$ の輸送方程式はそれぞれ式 (5)、式 (6)、および式 (7) となる。

Case 3 について、 k_θ^+ 、 ε_θ^+ 、 $\langle u_1^+ \theta'^+ \rangle$ 、および $\langle u_2^+ \theta'^+ \rangle$ の収支を図 10 に示す。ただし、図中の残差のデータ (黒丸) は 2 点毎にプロットされている。ここでは紙面の都合上、Case 1 および Case 2 に対するこれらの諸量の収支については省略するが、従来の結果⁽⁴⁾⁽⁷⁾ とほぼ一致していることを $Re_\tau = 150$ の DNS データで確認している。断熱壁近傍では温度のバリエーションの生成項 $P_\theta^+ = -\langle u_2^+ \theta'^+ \rangle d\langle \theta \rangle^+ / dx_2^+$ および散逸項 ε_θ^+ がほぼゼロであり [図 10(a) 参照]、断熱壁近傍において温度乱れが非常に小さくなる原因となっている。このことは、生成項と散逸項の比 $P_\theta^+ / \varepsilon_\theta^+$ の値が、Case 3 では流路中央部から断熱壁面に近づくにつれて急激に小さくなることから確認される (図 11 参照)。流路中央部 ($y^+ = 300$) から断熱壁上 ($y^+ = 600$) まで $\langle u_1^+ \theta'^+ \rangle$ の輸送方程式の各項はほぼゼロである

Fig. 11 Profiles of ratio of production and dissipation terms in the temperature variance transport equation at $Re_\tau = 300$

[図 10(c) 参照]。一方、 $\langle u_2^+ \theta'^+ \rangle$ については、生成項は断熱壁側 ($y^+ > 300$) において、圧力拡散項は流路中央部近傍において、また圧力と温度勾配の相関項は断熱壁近傍においてそれぞれ僅かに値を持つ [図 10(d) 参照]。これらの相違により、断熱壁側での乱流熱流束 $\langle u_1^+ \theta'^+ \rangle$ および $-\langle u_2^+ \theta'^+ \rangle$ の分布に差が生じる (図 6 参照)。ここで、流路中央部において圧力拡散項がゼ

Fig. 12 Profiles of temperature pressure-gradient correlation term at $Re_\tau = 300$

ロとならないことは $\langle p'^+ \theta'^+ \rangle$ の分布から理解される (図 7 参照)。なお、ここでは圧力と温度勾配の相関項と圧力拡散項を分解して考察したが、乱流熱流束モデルの構築を行う上では、これらを足し合わせた温度と圧力勾配の相関項 $-\langle \theta'^+ \partial p'^+ / \partial x_2^+ \rangle$ も用いられる (図 12 参照)。

5. 結 言

本論文ではまず、上下壁ともに等温 (上下壁の温度差なし) 条件 (Case 1), 上下壁ともに等温 (上壁高温, 下壁低温) 条件 (Case 2), 上壁に断熱条件および下壁に等温条件 (Case 3), が課された平行平板間の非圧縮性チャネル乱流の DNS ($Re_\tau = 150, 300$) を実行した。さらに得られた計算結果を用いて、熱的壁面境界条件の違いが乱流統計平均量に及ぼす影響について検討した。その結果、以下の結論を得た。

(1) Case 3 の等温壁側の平均温度 $\langle \theta \rangle^+$ は、 $y^+ > 30$ において Case 1 と Case 2 の値のほぼ中間の値をとる。また、Case 2 および Case 3 では対向壁の影響により明確な平均温度の対数則領域が現われない。

(2) 断熱壁近傍では温度のバリエーションの生成および散逸がほとんどないため、温度乱れが非常に小さくなる。ただし、その値は断熱壁上においてもゼロとはならない。

(3) Case 3 の断熱壁側の相関係数 $R_{u_1' \theta'}$ の絶対値は等温壁側のものに比べて非常に小さい。また、相関係数 $R_{u_2' \theta'}$ は壁面に近づくにつれて、Case 3 の断熱壁側では単調にゼロに漸近し、それ以外の例では壁面ごく近傍で一度極値を持ちその後ゼロに漸近する。

(4) 乱流プラントル数 Pr_t は Case 3 の断熱壁側では y^+ の 2 乗で、それ以外の例ではほぼ一定値でそれぞれ壁面に漸近する。

(5) 断熱壁近傍では圧力と温度勾配の相関項、流路中央部近傍では圧力拡散項により、壁面方向乱流熱流

束 $-\langle u_2'^+ \theta'^+ \rangle$ はゼロとならない。

謝 辞

本研究に関し、日本原子力研究所計算科学技術ソフトウェア研究開発 (平成 13, 14 年度), および平成 14 年度科学研究費補助金基盤研究 (C) (課題番号 14550148) の補助を受けている。ここに記して感謝の意を表す。

文 献

- (1) Teitel, M. and Antonia, R.A., *Int. J. Heat Mass Transfer*, **36**(6) (1993), 1701-1706.
- (2) Kim, J. and Moin, P., *Turbulent Shear Flows VI*, (Springer, Berlin), (1989), 85-96.
- (3) Horiuti, K., *J. Fluid Mech.*, **238** (1992), 405-433.
- (4) Kasagi, N., Tomita, Y., and Kuroda, A., *Trans. ASME, J. Heat Transfer*, **114** (1992), 598-606.
- (5) Lyons, S.L., Hanratty, T.J. and McLaughlin, J.B., *Int. J. Heat Mass Transfer*, **34** (1991), 1149-1161.
- (6) 川元昇・河村洋, 機論, **65**-637, B (1999), 3117-3124.
- (7) Kasagi, N. and Iida, O., *Proc. 5th ASME/JSME Joint Thermal Engineering Conference, In CD-ROM, March 15-19, San Diego, California*, (1999).
- (8) Na, Y. and Hanratty, T.J., *Int. J. Heat Mass Transfer*, **43** (2000), 1749-1758.
- (9) Iida, O., Kasagi, N. and Nagano, Y., *Int. J. Heat Mass Transfer*, **45** (2002), 1693-1703.
- (10) Canuto, C., Hussaini, M., Quarteroni, A. and Zang, T., *Spectral Methods in Fluid Dynamics*, (Springer-Verlag, Berlin), (1988).
- (11) Spalart, P.R., Moser, R.D. and Rogers, M.M., *J. Comput. Phys.*, **96** (1991), 297-324.
- (12) Kleiser, L. and Schumann, U., *Proc. 3rd GAMM Conference on Numerical Methods in Fluid Mechanics, edited by E. H. Hirschel*, Vieweg, Braunschweig, (1980), 165-173.
- (13) Werne, J., *J. Comput. Phys.*, **120** (1995), 260-265.
- (14) Kasagi, N., Kuroda, A. and Hirata, M., *Trans. ASME, J. Heat Transfer*, **111** (1989), 385-392.
- (15) Iwamoto, K., Suzuki, Y. and Kasagi, N., *Int. J. Heat Fluid Flow*, **23** (2002), 678-689.
- (16) Antonia, R.A., Teitel, M., Kim, J. and Browne, L.W., *J. Fluid Mech.*, **236** (1992), 579-605.
- (17) Kawamura, H., Abe, H., Matsuo, Y. and Yamamoto, K., *Turbulent Heat Transf. 2, Manchester, U.K.*, **1** (1998), 15-22.
- (18) Moser, R.D., Kim, J. and Mansour, N.N., *Phys. Fluids*, **11**(4) (1999) 943-945.
- (19) Abe, H., Kawamura, H. and Matsuo, Y., *J. Fluids Eng.*, **123** (2001), 382-393.
- (20) Kawamura, H., Ohsaka, K., Abe, H. and Yamamoto, K., *Int. J. Heat Fluid Flow*, **19** (1998), 482-491.