円管の助走区間内流れに及ぼす入口乱れの影響*

檜原 秀樹^{*1}, 須藤 浩三^{*2}

Effects of Inlet Disturbance on Developing Pipe Flow

Hideki HIBARA^{*3} and Kozo SUDO^{*3} Department of Mechanical Engineering, Ehime University,
3 Bunkyo-cho, Matsuyama-shi, Ehime, 790-8577 Japan

Developing pipe flow has been studied experimentally. Mean and fluctuating velocities are measured by a hot-wire anemometer for various inlet disturbance under the Reynolds number of 120 000. Figures are shown for distribution of mean velocity and Reynolds stress and explanations are offered for observed phenomena. The investigation is made into effects of the disturbance at pipe inlet on mean characteristics of developing pipe flow. It is clarified that the flow with moderate initial disturbance develops more quickly than the flows with small or large disturbance.

Key Words: Turbulent Flow, Pipe Flow, Velocity Distribution, Boundary Layer, Turbulence, Hot Wire, Developing Flow

1. 緒 言

円管内乱流は、工場や各種プラントの配管系、ガス、水道、原油などのパイプラインなどさまざまな分野において見られる。このため、円管内乱流に関する研究は古くから行われ、特に、十分に発達した流れについては多くの成果が報告されている⁽¹⁾。一方、助走区間内の流れも、建物内の換気に用いる吸・排気管あるいは発電所の冷却水の取水管などで見られるように工業上重要な流れであるため、発達した流れと同様、古くから研究の対象として取り上げられ、境界層方程式を解く解析的研究^{(2)~(5)}、速度や乱れの分布⁽⁶⁾、助走区間全般の速度場や乱流境界層の時間的変動の様子⁽⁷⁾ならびに変動が平均速度に及ぼす影響⁽⁸⁾を実験的に調べた研究、数値解析を行いその結果を実験結果と比較した研究⁽⁹⁾などがある。一般に、助走区間内流れでは、管路入口における乱れの大きさによって、下流方向への流れの発達の様子や助走区間の長さが異なることが経験的に知られており、助走区間内流れに及ぼす

入口乱れの影響を明らかにすることは工学上意義がある。しかしながら、入口乱れの大きさを変えて系統的に調べた研究は、著者らの知る限り見当たらない。また、前述の助走区間内流れに関する研究は、実験装置、測定方法、レイノルズ数等が異なるため、これらの結果を比較して入口乱れの影響を明らかにすることは難しい。このような背景から、実際の助走区間における流れの発達の様子や助走距離に及ぼす入口乱れの影響については、現在でも十分にわかっているとはいえない。

そこで本研究では、管路入口で一様な速度分布を示す流れに大きさの異なる3種の乱れを与え、速度および乱れの分布が下流方向へ変化していくようすを熱線流速計を用いて測定した。そして、その結果から管中心速度、境界層厚さ、排除厚さ等の平均流特性や乱流特性を調べ、円管の助走区間内流れに及ぼす入口乱れの影響についていくつかの知見を得たので報告する。

2. おもな記号

 a : 管半径 (=52 mm) C_p : 圧力係数 d : 管径 (=104 mm) k : 乱れのエネルギー $[(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2})/2]$

* 原稿受付 2003年1月20日。

^{*1} 正員、愛媛大学工学部(☎790-8577 松山市文京町3)。^{*2} 正員、フェロー(☎195-0072 町田市金井6-14-23)。

E-mail: hibara@dpc.ehime-u.ac.jp

- Re : レイノルズ数 ($= Wa \cdot d / \nu \approx 120\,000$)
 (r, θ, z) : 座標系
 $(\bar{U}, \bar{V}, \bar{W})$: (r, θ, z) 方向の時間平均速度
 u', v', w' : (r, θ, z) 方向の変動速度
 W_a : 断面平均流速 ($= 17.4$ m/s)
 W_c : 管中心軸上の速度
 w'_c : 管中心軸上の軸方向の乱れの強さ
 y : 管壁からの距離 $= a - r$
 δ : 境界層厚さ
 δ_d : 排除厚さ [式(5)参照]
 τ_w : 壁面せん断応力

3. 実験装置および方法

3.1 実験装置 実験装置の概略を図1, 2に, 座標系を図3に示す。装置は, 整流用固定流路, 絞りノズル, 供試管路, 送風機, 熱線を含む計測装置および熱線のトラバース装置より構成されている。下流の吸込送風機により整流用固定流路に流入した空気は, そこで十分に整流されたのち絞り部を通過して, 供試管路へ流入する。

Fig. 1 Schematic diagram of experimental apparatus

(a) Configuration of nozzle

(b) Experimental condition

Fig. 2 Nozzle

整流用固定流路は一辺 1200 mm の正方形断面を有する長さ 1000 mm の流路で, 流路内の乱れを十分に小さくするために, 流路入口には 12 メッシュ, 入口から 250, 500 mm の位置には 20 メッシュのスクリーン (径 0.4 mm のステンレス製) が挿入されている。ノズル [図 2(a)] は, 入口径 278 mm, 出口径 104 mm, 長さ 200 mm で, その内部は正弦曲線状に緩やかに絞られている。また, ノズル入口あるいはノズルの内部に 1 枚から 3 枚のスクリーン (径 0.7 mm のステンレス製) を装着することが可能な構造となっており [図 2(b)], これにより管路入口の乱れの大きさ (乱れの強さ) を変えることができる。供試管路は, 内径 104 mm, 外径 110 mm, 長さ 11 mm の直円管 (PYREX ガラス管, 真円度公差 1.1 mm) である。送風機については, モータの回転数をインバータ回路で制御しており, 流量の変動は 0.1% 以内に抑えられている。

3.2 実験方法 速度の測定には熱線流速計を使用し, 軸方向速度については, I 形熱線プローブを用いて壁面上 0.2 mm の位置より管中心まで計 36 点において行った。また, 3 方向の時間平均速度の測定は, 単一傾斜熱線をプローブ軸回りに回転させる回転プローブ法⁽¹⁰⁾を採用して, 壁面上 2 mm の位置から管中心まで計 12 点において行った。なお, 速度測定の正確さを期するために, 測定の前後において計測システムの校正を行い, 実験終了後の校正結果が開始時のそれに対して 3% 以上異なる場合にはその測定データを破棄し, 再度測定を行った。壁面せん断応力の測定は, 厚さ 0.05 mm のポリマシート上にニッケルフィルムを蒸着した接着形フィルムセンサ (DANTEC-TYPE 55 R 47) を壁面上に張り付けて行った。壁面静圧の測定には, 直径 0.5 mm の静圧孔を使用した。

3.3 実験条件 実験は, レイノルズ数 $Re \approx 120\,000$ (断面平均流速 $W_a \approx 17.4$ m/s) の下で, 管路入口における乱れ (以後, 入口乱れと呼ぶ) の大きさを変えて行った。なお, 入口乱れの大きさは, 図 2 のようにノズルに装着するスクリーンの枚数と装着位置を変えることにより変化させた。図 4 に示すように, 管路入口における軸方向の時間平均速度および乱れの強

Fig. 3 Coordinates system

Fig. 4 Distribution of axial velocity and turbulence intensity at $z/d=0$

Fig. 5 Wave form of axial fluctuation velocity at a center of inlet section

さは壁面のごく近傍を除いてほぼ一様な分布を示すので、本研究では、入口乱れの指標値として管路入口における管軸上の軸方向乱れの強さの値を用いることにした。これによると、本実験の場合、入口乱れの大きさは、それぞれ断面平均流速の約0.5% [図2(b)Sの場合]、1% [図2(b)Mの場合]、3.5% [図2(b)Lの場合]となる。なお、便宜上、管路入口における管軸上の乱れの強さが約0.5, 1, 3.5%をそれぞれ条件S(乱れが小), M(中), L(大)と呼ぶこととする。また、参考のため、各条件における管路入口の管軸上の軸方向変動速度の波形を図5に示しておく。

なお、測定データの計測の不確かさ $U_{rss}^{(11)}$ は表1に示すとおりである。

4. 実験結果および考察

4.1 平均流の諸特性

4.1.1 流れ場の概略 入口乱れの大きさを変えて調べた壁面静圧の軸方向分布を図6に示す。壁面静圧は圧力係数 C_p :

$$C_p = \frac{p - p_{ref}}{\rho W_a^2 / 2} \quad (1)$$

Table 1 Measurement errors

Quantity	U_{rss}
$\bar{W}$	$\pm 4.1\%$
$k[\frac{1}{2}(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2})]$	$\pm 4.8\%$
C_p	$\pm 3.9\%$
τ_w	$\pm 5.9\%$

Fig. 6 Distribution of wall static pressure

で表示してあり、基準圧力 p_{ref} には十分下流 $z/d=105$ の位置における壁面静圧を用いた。

管路の入口付近では、乱れが大きいくほど面上に形成される境界層の成長が抑制されて層内の速度こう配が大きくなるため、乱れによる損失に加えて壁面摩擦による損失が大きくなり、よって圧力損失は大きくなる。しかし、下流に進むにつれて流れが発達し、後に示すように速度分布や乱れの大きさに入口乱れによる差が見られなくなるため、圧力損失も入口乱れによらずほぼ同じ値となる。具体的には図6に見られるように、壁面静圧は管路流入後の $z/d=0 \sim 15$ にかけて大きく減少し、その下降率は入口乱れが大きいくほど大きくなる。そしてその後は、下降率は次第に緩やかになり、いずれの条件でも $z/d=20$ より下流ではほぼ同じ割合で圧力は減少する。

軸方向の時間平均速度 $\bar{W}$ の変化の様子を図7に示す。管路入口 $z/d=0$ では入口乱れの大きさによらず断面内の速度分布はほぼ一様で、下流に進むにつれて境界層が発達していくが、 $z/d=29$ 付近で流れの一様な領域が消滅して、管中心で極大値をとる凸形の分布となる(図7)。その際、入口乱れの小さい条件Sでは、条件M, Lに比べて壁面側で流れが遅く、逆に中心部では速くなる。しかし、下流に進むにつれて次第に中心部で減速、壁面側で増速して、 $z/d=58$ 付近で速度はほぼ発達した分布形を示す。一方、入口乱れの大きい条件Lでは、 $z/d=23 \sim 52$ の区間で、条件S, Mの場合に比べて管壁側で高速に、中心部で逆に低速になる。その後、 $z/d=52 \sim 70$ にかけて管壁側で減速する

Fig. 7 Distribution of time mean velocity

とともに中心部で加速し、速度分布は徐々に発達した分布形へ移行する。これらに対し、中間の入口乱れの条件 M の流れでは、壁面近傍および中心部の速度の下流方向への変化は条件 S, L の流れに比べて緩やかで、発達した速度分布形へより滑らかに移行する。そして、他の 2 条件の場合より、より上流の $z/d=46$ 付近でおおむね発達した分布形を示す。このように、入口乱れの大きさによって、速度が変化していく様子が異なることがわかる。これは後述のように、入口乱れの大きさによって乱れの生成の割合や分布が異なり、これが速度分布の変形に大きく影響すると考えられる。

4・1・2 壁面せん断応力と対数則分布 壁面せん断応力 τ_w の下流への推移を図 8 に示す。いずれの場合も、管入口 $z/d=0$ で最大値を示したあと大きく減少するが、その程度は、管壁近傍の速度がより早く減速され、速度こう配が小さくなる割合に対応している。すなわち、入口乱れが小さいほど減少の割合は大きくなる。条件 S, M の場合には、発達流の値より小さい値を示す領域が存在し、 $z/d=15$ 付近で極小値をとる。そしていずれの場合も、 $z/d=30$ 付近より下流では発達流の値とほぼ同じ値を示す。この壁面せん断

Fig. 8 Distribution of wall shear stress

応力のアンダシュート現象は、境界層内の乱れが発達した流れの乱れのレベルに達していないことに起因するものと考えられる。一方、上流 $z/d=0 \sim 30$ の壁面せん断応力は入口乱れが大きいほど大きく、このことは先に述べたように、管路入口から $z/d=30$ 付近までは入口乱れが大きいほど境界層の成長が抑えられ、壁面近傍の速度こう配が大きくなることによる。

先ほど示した軸方向速度の分布を、無次元速度 W^+ ($=\bar{W}/W_\tau$; $W_\tau=\sqrt{\tau_w/\rho}$) と無次元距離 y^+ ($=W_\tau y/\nu$) で整理した結果を図 9~11 に示す。図 9~11 中の実線は、発達した円管内乱流の速度分布を表す Prandtl-Nikuradse の式、

$$W^+=5.5+5.75 \log_{10} y^+ \quad (2)$$

を、一点鎖線は

$$W^+=y^+ \quad (3)$$

を示す。なお、各図の上段は管壁から管中心にわたる速度分布の結果を、下段は $y^+=10 \sim 10^2$ の範囲を拡大して図示したものである。

入口乱れの小さい条件 S の場合には、境界層が管中心で合体するまでの区間、 $z/d \leq 30$ における境界層内速度は、式 (2) で示す対数則分布ではなく、

$$W^+=4.8+5.75 \log_{10} y^+ \quad (4)$$

で表される分布式に従う。さらに下流に進むと、速度は式 (4) の示す値より大きくなり始め、その分布は徐々に式 (2) の対数則分布へ漸近していく。そして、 $z/d=58$ より下流では、速度は $y^+=80 \sim 300$ において発達した円管内乱流の対数則分布に従うようになる。

中間の入口乱れの条件 M では、条件 S のように式 (4) で示す分布に従う区間に見られず、下流に進むにつれて徐々に式 (2) へと漸近していく。そして、 $z/d=30$ 付近からは $y^+=60 \sim 300$ において式 (2) に従うようになり、速度が式 (2) に従う領域は下流に進むにつれて管中心側へ拡大していく。そして、 $z/d=46$ より下流では速度分布はほぼ同じ分布形を示すようにな

Fig. 9 Distribution of axial velocity in case of S

Fig. 11 Distribution of axial velocity in case of L

Fig. 10 Distribution of axial velocity in case of M

る。

入口乱れの大きい条件Lでは、速度は上流 $z/d \approx 9$ から発達した乱流の対数則分布、式(2)に従う領域 ($y^+ = 60 \sim 200$ 付近)が見られるようになり、式(2)に

従う領域は下流に進むにつれて少しずつ壁面側から管中心側へと移動していく。しかし、下流の $z/d \approx 35 \sim 52$ においても、速度分布は管中心側でわずかに変化しており、 $z/d = 70$ 付近でようやく下流方向に変わらなくなる。

4・1・3 特性量 速度のデータをもとに、流れの代表的特性量の下流方向への変化を調べ、助走区間内流れに及ぼす入口乱れの影響について検討する。

管軸上の速度 W_c の下流方向への変化を図12に示す。 W_c は、流入後いずれの場合も増速するが、 $z/d = 10$ 付近より増速率が異なり、入口乱れが小さいほど W_c は大きくなる。そして、入口乱れの小さい条件Sの場合には、すでに指摘されているようにいったん発達流の値 ($W_c/W_a \approx 1.21$) よりも大きくなり、 $z/d = 35$ 付近で極大値をとる⁽⁷⁾。その後、 W_c は減少し、 $z/d = 58$ 付近より発達流の値を示すようになる。一方、入口乱れがやや大きい条件Mの場合には、下流に進むにつれて加速の割合が徐々に小さくなり、 W_c は単調に増加して $z/d = 46$ 付近より発達流の値 ($W_c/W_a \approx 1.21$) を示すようになる。これらに対し入口乱れの大きい条件Lでは、 $z/d \approx 10$ を過ぎるあたりから W_c の増速の割合は急激に小さくなり、 $z/d \approx 35 \sim 50$ の区間で発達流の値より小さい一定値 ($W_c/W_a \approx 1.16$) を示すようになる。この特異な現象は、強い乱れによって

Fig. 12 Variation of velocity on the pipe axis

Fig. 13 Boundary layer thickness

壁面側(低速領域)と中心部(高速領域)の流体の混合が過剰に行われるためと考えられる。その間に乱れは次第に減衰して他の条件の値に近づくにつれて(図15参照)流体塊の混合も弱まり、 W_c は $z/d=52$ 付近より再び増加し始めて、 $z/d=70$ 付近から発達流の値($W_c/W_a \approx 1.21$)を示すようになる。

境界層厚さ δ の下流方向への変化を図13に示す。なお、境界層厚さ δ は、速度が管中心速度 W_c の99%となる半径方向位置とした。いずれの場合も、境界層厚さは下流に進むにつれて急速に大きくなるが、入口乱れが中程度の条件Mの場合に比べて入口乱れが小さい条件Sの場合のほうが管中心部の速度一定の領域がより下流まで存続するため、条件Sに比べて条件Mのほうが境界層の増加率は大きくなる。また、入口乱れの大きい条件Lの場合には、先に述べたように壁側と中心部の流体の混合が活発に行われるため、他の2条件に比べて境界層の発達が遅れる。しかし、条件Sの場合には管中心部の速度のオーバシュート現象により、 $z/d=25$ 付近から境界層は急激に増加し、条件Mとほぼ同様に $z/d=30$ 付近で境界層は合体する。これに対し条件Lの場合には、少し下流の $z/d=35$ 付近で境界層は合体する。これにより、入口乱れが中、小、大の順に、より上流側で境界層の発達することがわかる。

Fig. 14 Displacement thickness

式(5)で定義した境界層の排除厚さ δ_d の下流方向への変化を図14に示す。

$$\begin{aligned} \int_0^a (a-y)(W_c - \bar{W}) dy &= \int_0^{\delta_d} (a-y) W_c dy \\ &= W_c \left(a - \frac{\delta_d}{2} \right) \delta_d \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

いずれの条件においても、排除厚さ δ_d は、先に述べた管軸上速度 W_c の変化とほぼ同様な変化を示す。 δ_d と z/d の関係については、 W_c や δ の記述の際に行ったと同様、乱れによる流体塊の混合作用を考慮することにより説明できる。

ここで上述の特性量ならびに速度分布の結果から判断すると、これらが発達した流れの値または分布を示す位置は、それぞれ $z/d=58$ (条件S)、 46 (M)、 70 (L)付近で、入口乱れが小さすぎても逆に大きすぎても助走距離は長くなることがわかる。その値については、条件Mの場合が一般にいわれている乱流の助走距離($z/d=25 \sim 40$)に近い値を示し、条件S、Lの場合には従来の結果よりもかなり大きな値となっている。

4.2 乱れの強さおよび乱れのエネルギー 本節では乱れの強さおよび乱れのエネルギーの下流方向への変化を調べ、助走区間内の乱れの成長や減衰あるいはその分布に及ぼす入口乱れの影響について検討する。

乱れの強さがどのように変化していくかを示す一例として管中心軸上の乱れ強さ w'_c を取り上げ、その推移を描くと図15のようになる。流路入口における w'_c は、当然入口乱れが大きいほど大きな値を示す。その後 w'_c は、条件S、Mの場合にはほぼ入口の値のままあるいはやや減衰しながら推移するが、入口乱れの大きい条件Lの場合にはいったん大きく減衰する。その後、壁面側で生成される乱れが拡散によって管中心部に運ばれるため、いずれの場合も w'_c は増加し始めるが、この乱れの増加する現象は、入口乱れが大きいほど上流で生じる。そして、条件Mの場合には z/d

Fig. 15 Variation of axial turbulence intensity at a center of pipe

Fig. 16 Distribution of turbulence energy

≈ 40 付近より発達流の値 ($w'_c/W_a \approx 0.039$) を示すようになる。一方、条件 S, L の場合には、 $z/d = 30$ 付近でいったん発達流の値より大きい値まで増加し、 $z/d \approx 40$ で極大値をとったあと減衰して、条件 S の流れでは $z/d = 58$ 付近より発達流の値 ($w'_c/W_a \approx 0.039$) を、条件 L の場合は $z/d = 80$ 付近より発達流の値を示すようになる。この w'_c の特異な振る舞いは、条件 S の場合は中心部速度のオーバーシュートに見られる急激な速度分布の変形に、条件 L の場合は $z/d = 35 \sim 50$ の区間で生じる異常な速度分布による乱れの生成と拡散によるものと推測される。

次に、乱れのエネルギー k の分布が下流方向に変化する様子を示し、入口乱れの大きさの違いが下流域での乱れの生長や拡散にどのように影響するかについて述べる。

乱れのエネルギー k の下流への推移を図 16 に示す。なお、この k の分布に大きく寄与するのは乱れの生成率 P_k で以下の式で表される。

$$P_k = -\left(\overline{w'u'} \frac{\partial \bar{W}}{\partial r} + \overline{w'^2} \frac{\partial \bar{W}}{\partial z}\right) \dots\dots\dots (6)$$

乱れのエネルギーは、いずれの条件でも、管路入口 $z/d=0$ では管壁の極近傍を除きほぼ一様な分布となる。下流に進むにつれて一様流の領域の縮小とともに管中央部の k の小さい領域は縮小していく。この過程において、一様流の領域では生成率 P_k はほぼ零とみなすことができ、乱れの生成は行われず初期乱れはむしろ減衰していく。このため、条件 S, M の場合には、乱れはほぼ同じ値のままあるいはやや減衰しながら推移するが、入口乱れの大きい条件 L の場合には、流路入口での乱れを維持できず乱れはいったん減衰する。一方、管壁側では、活発に乱れが生成されるため、そこでの k の値は急激に大きくなる。特に、入口乱れが大きいほど、式(6)の右辺第 1 項の寄与が大きくなり、この傾向は強くなる。このようにして、壁面側の k は下流方向へ急速に増大していくが、それとともに、流体塊の混合作用によりその影響はひとたび乱れの衰えた管中心側へ及んでいく。そして、いずれの場合も、境界層が管内全体をおおう $z/d \approx 29 \sim 35$ より下流では、 k は壁面近傍で最大値をとり管中心に向かって単調に減少する分布となる。境界層が合体した後、条件 M の場合の k の分布は下流方向に変化しなくなるが、乱れの小さい条件 S の場合には、既述のように条件 M の流れに比べて境界層の発達が遅く、かつ $z/d \approx 30$ で生じる管中心部の増速現象による速度分布形の異常な変形に対応して、断面にわたって k の値が大きくなる。したがって、 $z/d = 40 \sim 52$ 付近では、条件 L, S, M の順に k の値は大きくなる。さらに下流では、条件 S の場合に見られた速度のオーバーシュート現象も消滅し発達した速度分布に近づいていくため、それに応じて k の値も低下し、 $z/d \approx 69$ より下流では k の分布は条件 M の場合とほぼ一致するようになる。一方、入口乱れの大きい条件 L の場合も、速度分布が正常な乱流速度分布に漸近するにつれて k の値は減衰し始め、次第に条件 S, M と同じ分布に近づいていく。

5. 結 論

円管の助走区間内流れについて、レイノルズ数 $Re \approx 120\,000$ の下で入口乱れの大きさを変えて時間平均速度、乱れのエネルギー、壁面せん断応力および壁面圧力を測定し、助走区間における流れの発達に及ぼす入口乱れの影響について調べた結果、以下のような知

見を得た。

(1) 速度および流れの特性量(境界層厚さ, 排除厚さ等)は, 入口乱れの強さが約1, 0.5, 3%の順に, より上流側で発達した流れの分布または値に達する。すなわち, 入口乱れが小さすぎても逆に大きすぎても助走距離は長くなる。

(2) 入口乱れが小さい流れでは, 流れの発達過程で壁面せん断応力にアンダシュート現象が生じる。すなわち, 発達した流れのせん断応力より小さい値を示す区間が存在する。

(3) 境界層内の速度分布が変化していく様子は入口乱れの大きさにより異なり, 入口乱れの小さい場合には, 境界層が管中心部で合体するまでの区間に, 速度が

$$W^+ = 4.8 + 5.75 \log_{10} y^+$$

なる式に従う領域が存在する。その後は, 発達した円管内乱流の対数則分布に漸近していき, 下流では対数則分布に従うようになる。

(4) 入口乱れの大きい流れでは, 管入口のやや下流より管中心軸上の速度の増速割合が急激に小さくなり, 発達流の値より小さい一定値を示す区間が存在する。それ以降は再び増速して, 発達流の値を示すようになる。

(5) 入口乱れが小さい流れでは発達過程において

中心部速度のオーバーシュート現象が生じ, 逆に乱れが大きい流れでは中心部速度の増速が抑制される現象が起こる。このような特異な現象のため, 中央部の乱れの強さが発達流の値より大きくなる区間が存在したり, 入口乱れが小さいにもかかわらず適度な乱れの流れより, より強い乱れを生じる等の一種変わった現象が起こる。

ここに, 本研究に協力いただいた当時の大学院生高木昌彦, 田口大輔, 松本慎治, 安藤明宏君に謝意を表する。

文 献

- (1) 例えば, Laufer, J., *NACA Rep.*, 1174 (1954).
- (2) Latzko, H., *ZAMM*, **1** (1921), 268-290.
- (3) Deissler, R. G., *NACA Tech. Note*, 3016 (1953).
- (4) Szablewski, W., *Ing. Arch.*, **21** (1953), 323-330.
- (5) Ross, D. and Whippany, N. J., *Trans. ASME*, **78-5** (1956), 915-923.
- (6) Barbin, A. R. and Jones, J. B., *Trans. ASME*, Ser. D, **85-1** (1963), 29-34.
- (7) 菱田幹雄・長野靖尚・小林睦夫, 機論, **42-358** (1976), 1794-1802.
- (8) 菱田幹雄・長野靖尚・小林睦夫, 機論, **42-358** (1976), 1803-1810.
- (9) Richman, J. W. and Azad R. S., *Appl. Sci. Res.*, **28** (1973), 419-441.
- (10) 須藤浩三・ほか2名, 機論, **58-546**, B(1992), 379-385.
- (11) ASME(日本機械学会編), 計測の不確かさ, (1987), 26, 丸善.