サーマルプルームの三次元熱流動解析*

(定式化と数値解析法)

能登勝久^{*1}, 松下陽一^{*2}, 中島 健^{*3}Three-Dimensional Numerical Analysis of
Flow and Heat Transfer in Thermal Plume
(Formulation and Numerical Methodology)Katsuhisa NOTO^{*4}, Yoichi MATSUSHITA and Tsuyoshi NAKAJIMA^{*4} Graduate School of Science and Technology, Kobe University,
1-4 Rokkodai, Nada-ku, Kobe-shi, Hyogo, 657-8501 Japan

A thermal plume above a heated square on the earth ground in stably stratified air was formulated as a three-dimensional, time-dependent motion of the fluid with variable density and property, the Coriolis force, and the pressure as weight of air column. A direct numerical simulation (DNS) methodology was obtained. Computed results of plumes with and without the Coriolis force in neutrally or stably stratified air were shown, and three-dimensionality and time-dependency in those plumes were elucidated. The computed results were validated as follows: Features and differences between plumes without the Coriolis force in neutrally stratified air from the square and a point source were validated as reasonable. In stably stratified air, the computed plume without the Coriolis force showed the cross-over phenomenon and the time-dependent temperature with the constant maximum value, and agreed qualitatively with those of a plane plume. The computed plume with the Coriolis force in neutrally or stably stratified air was physically reasonable.

Key Words: Natural Convection, Compressible Flow, Three-Dimensional Flow, Thermal Plume, Coriolis Force, Stably Stratified Air, Formulation, Direct Numerical Simulation (DNS)

1. 緒 言

開放空間で生じるサーマルプルーム(以後「プルーム」と記す)は科学技術上で種々に応用され, 自然界の大気現象でもよく生じ, 熱流体力学での基本的かつ重要な現象で, 従来から研究されてきた⁽¹⁾. ここでプルームとは熱源から浮力によって時間的かつ空間的に連続して上昇する熱流動をいう. この熱流動は流体が気体であれば熱気流になる. 従来の研究のほとんどは二次元のプルームを対象にしてきた. 三次元プルームの実験は佐藤ら⁽²⁾の火災旋風を模擬したモデル実験のみである. 三次元プルームの解析では非成層場(以後「中立成層場」と記す)での Baum ら⁽³⁾と菅ら⁽⁴⁾によるコリオリの力を伴わない場合, および Komurasaki⁽⁵⁾によるコリオリの力を伴う場合の各計算のみである. 大スケールのプルームの研究は文献(5)のみである.

さて熱源が高温でしかも熱源域が広ければプルーム

自体の空間スケールが大きくなる. この大スケールのプルームは三次元の時間依存の現象と考えられる. 大スケールのプルームでは次の4事項を考慮する必要がある. (1) 浮力項と静水圧と静水圧以外の圧力の関連には注意を要する. ここで「静水圧」とは空気が積み重なった重さによる圧力である. (2) 地面から上空約300 mまでの大気は地面での放射冷却などによって安定成層(以後「成層」と記す)を形成する⁽⁶⁾. (3) 地球の自転によるコリオリの力が無視できなくなる. (4) プルームの温度変化が当然大きくなるため, プルームを密度が変化し(以後「変密度」と記す)かつ変物性の流体として扱う必要がある. 従来研究での上記の(1)～(4)の扱いは次のとおりである.

(1) 静水圧の高さ方向への微分値は浮力項のみに含まれ, 静水圧は浮力項以外には現れない⁽⁷⁾⁽⁸⁾のが一般的である. しかし文献(4)で静水圧が浮力項と圧力項に現れ, 文献(5), (9)では静水圧を考慮していない.

(2) 成層内のプルームでは定物性の定密度の流体で境界層近似と軸対称を仮定して Lugt ら⁽⁹⁾が計算した. しかし境界層近似をしているため実際の現象⁽¹⁰⁾と非常に異なる結果を得た.

(3) コリオリの力を伴うプルームでは中立成層場

* 原稿受付 2002年7月5日.

^{*1} 正員, 神戸大学大学院自然科学研究科(〒657-8501 神戸市灘区六甲台).^{*2} 神戸大学大学院.^{*3} 神戸大学工学部.

E-mail: noto@mech.kobe-u.ac.jp

例えば 50 km の正方形の地面の緯度幅と経度幅はそれぞれ 0.45° と小さい。その結果、この地面を平面とみなすことができる。 $z'=0$ 面上に x' 方向と y' 方向にともに長さ L' 、温度 T_{w1} の伝熱面(以後「高温面」と記す)が存在する。高温面の中心は $(x', y', z')=(0, 0, 0)$ にある。 $L' \ll R'$ のため、高温面と次に述べる断熱面は地球中心からの緯度 ϕ の半径線と直交し $z'=0$ 面での平面とみなすことができる。この平面は平地に対応する。

図 1 で x', y', z' は右手系の直交座標系で、 x' は平面上での真南の方向、 y' は平面上での真東の方向、 z' は地上から鉛直上向き方向、 x', y', z' の原点は平面の中心である。重力方向に関しては 2・3 節で述べる。座標系 x', y', z' は地球に固定された回転座標系である。 x', y', z' 方向の瞬時速度を u', v', w' とする。

$z'=0$ 面で高温面を除く領域は温度は T_{w0} の断熱面、高温面から十分に離れた位置の断熱面の温度を $T_0' (< T_{w1})$ とする。 T_{w1} と T_0' はともに時間的に変化しない一定である。 $0 < z'$ の領域でプルームの周囲流体の温度 T_∞' は上方向に増大する。その結果、周囲流体は成層度 st' (記号欄参照) の安定な温度成層を形成する。対象とする領域は $-\infty < x' < \infty, -\infty < y' < \infty, 0 \leq z' < H'$ の空間である。成層が作用しない場合は $H' = \infty$ 、成層が作用する場合は H' は成層高さである。

高温面から立ち昇るプルームを地球上から観察する。地球は回転座標系のためコリオリの力と遠心力が見掛け上、生じる。この成層場でコリオリの力を伴うプルームは変密度かつ変物性の流体の時間依存の三次元挙動をする。プルーム速度は音速より十分に小さい。その結果、エネルギー式で圧力項と粘性散逸項が無視できる。熱流動状態が層流、遷移、乱流状態かをあらかじめ特定しない。

2・2 基礎方程式 上記の回転座標系での基礎方程式は次の質量保存式、 j 方向の運動量保存式、エネルギー式、状態方程式になる。 Rg はガス定数である。

$$\partial \rho' / \partial t' + \partial (\rho' u'_i) / \partial x'_i = 0 \quad \cdots \cdots (1)$$

$$\begin{aligned} \partial (\rho' u'_j) / \partial t' + \partial (\rho' u'_i u'_j) / \partial x'_i + K_j + L_j \\ = -\partial p' / \partial x'_j + \partial \{ \mu [\partial u'_j / \partial x'_i + \partial u'_i / \partial x'_j \\ - (2/3) \delta_{ij} (\partial u'_k / \partial x'_k)] \} / \partial x'_i - \rho' g' \delta_{j,3} \quad \cdots \cdots (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \partial (\rho' T') / \partial t' + \partial (\rho' u'_i T') / \partial x'_i \\ = \partial \{ (\lambda' / c_p) (\partial T' / \partial x'_i) \} / \partial x'_i \quad \cdots \cdots (3) \end{aligned}$$

$$p' = \rho' R g' T' \quad \cdots \cdots (4)$$

2・3 コリオリの力と遠心力と重力 コリオリの力 K_j と遠心力 L_j を導けば次式になる。

$$K_j = 2\rho' \Omega' \{ v' \sin \phi, -(w' \cos \phi + u' \sin \phi),$$

$$v' \cos \phi \} \quad \cdots \cdots (5)$$

$$L_j = \rho' \Omega'^2 R' (\cos \phi \sin \phi, 0, \cos^2 \phi) \quad \cdots \cdots (6)$$

式(5)のようにコリオリの力は x', y', z' の 3 方向に生じ、緯度 ϕ によって異なる。式(6)の遠心力と真の重力の加速度 g'_i の合力が見掛けの重力の加速度 g' になる。 $-90^\circ \leq \phi \leq 90^\circ$ で $0.997 < g'/g'_i < 1.000$ で、 g' の方向は $-z'$ 方向から $0 \sim 0.086^\circ$ だけ外側になる。 $\phi = 35^\circ$ では g'/g'_i は 0.998 で、 g' の方向は $-z'$ 方向から 0.093° だけ外側になる。上記の 0.086° は非常に小さい。その結果、 g' は g'_i の大きさで、 $-z'$ 方向と見なすことができる。したがって 2・4 節以降では式(6)の遠心力を無視する。

2・4 状態方程式と周囲流体 p', T' を流体の静水圧をもつ周囲流体の値と、その値からの偏差に分解すれば次式になる。

$$p' = p^* + p_\infty(z')' \quad \cdots \cdots (7)$$

$$T' = T^* + T_\infty(z')' \quad \cdots \cdots (8)$$

ここで $p_\infty(z')'$ は密度 $\rho_\infty(z')'$ と温度 $T_\infty(z')'$ の流体の静水圧で、空間的には次式に基づいて変化する。

$$dp_\infty(z')' / dz' = -\rho_\infty(z')' g' \quad \cdots \cdots (9)$$

$T_\infty(z')'$ は上方ほど高温になって、次式で表され、周囲流体は成層 ($0 < st'$) を形成する。

$$T_\infty(z')' = T_0' + st' z' \quad \cdots \cdots (10)$$

さて Rehm ら⁽⁷⁾ の次式の近似を適用して、中立成層場 ($st'=0$) では場全体で $(\rho' T')$ が一定値と近似⁽⁸⁾ した。

$$p^* \ll p_\infty(z')' \quad \cdots \cdots (11)$$

後で定量的に明らかにするように成層場では上方ほど密度の小さい流体が存在する。その結果、周囲流体の圧力 $p_\infty(z')'$ の上方への変化 [式(9)参照] は中立成層場より成層場のほうがより小さくなる。つまり成層場での式(4)での $(\rho' T')$ の一定値近似はより妥当になる。すなわち次の関係が成り立つ。

$$\rho' T' = \rho_0' T_0' = \rho_\infty(z')' T_\infty(z')' \quad \cdots \cdots (12)$$

$T_\infty(z')'$ が式(10)のように変化するため $\rho_\infty(z')'$ は時間的に変化しない。次に周囲流体の密度 $\rho_\infty(z')'$ の空間的な変化を求める。式(12)の第 2 式と第 3 式の関係に式(10)を代入すれば次式を得る。

$$\rho_\infty(z')' = \rho_0' (1 - st' z' / T_0') \quad \cdots \cdots (13)$$

式(9)に式(13)を代入し、積分すれば周囲流体の圧力 $p_\infty(z')'$ は次式になる。

$$p_\infty(z')' = p_0' - \rho_0' g' z' + \rho_0' g' st' z'^2 / (2 T_0') - \cdots \quad \cdots \cdots (14)$$

式(14)で次の関係がある。

$$\rho_0' g' z' (1 - st' z' / 2 T_0' + \cdots) / p_0' < \rho_0' g' z' / p_0' \ll 1 \quad \cdots \cdots (15)$$

式(13)で ρ_∞ は z' 方向に $st'=0$ で一定で, $0 < st'$ で減少する. $st'z'/T_0' \ll 1$ のため式(15)のように p_∞ は z' 方向に $0 < st'$ でやや減少し, $st'=0$ でより減少する. つまり静水圧の考慮は $0 \leq st'$ で絶対的に必要である. 密度変化の考慮は $0 < st'$ では絶対的に必要であるが, $st'=0$ ではブーネスク近似を用いていないため考慮する必要がある.

2.5 無次元数 有次元量を無次元化した.

$$\begin{aligned}\rho &= \rho' / \rho_0', u_j = u_j' / U', P^* = p^* / (\rho_0' U'^2), \\ T^* &= T' / T_0', x_j = x_j' / L', t = t' U' / L', H = H' / L', \\ C_p &= c_p' / c_{p0}', \mu = \mu' / \mu_0', \lambda = \lambda' / \lambda_0' \dots\dots\dots (16)\end{aligned}$$

2.6 基礎方程式の変換 式(1)に式(16)を代入すれば次式を得る.

$$\partial \rho / \partial t + \partial (\rho u_i) / \partial x_i = 0 \dots\dots\dots (17)$$

式(2)に式(5), (7), (9), (13), (16)を代入し, 記号欄の記号を用いれば, 次の x, y, z 方向の運動方程式を得る.

$$\begin{aligned}\partial (\rho u) / \partial t + \partial (\rho u u_i) / \partial x_i - \rho v \cdot \sin \phi / Ro \\ = -\partial P^* / \partial x + [\tau_1] / (2Gr)^{1/2} \dots\dots\dots (18)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\partial (\rho v) / \partial t + \partial (\rho v u_i) / \partial x_i \\ + \rho (w \cdot \cos \phi + u \cdot \sin \phi) / Ro \\ = -\partial P^* / \partial y + [\tau_2] / (2Gr)^{1/2} \dots\dots\dots (19)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\partial (\rho w) / \partial t + \partial (\rho w u_i) / \partial x_i - \rho v \cdot \cos \phi / Ro + z / 2Sd \\ = -\partial P^* / \partial z - (\rho - 1) / Fr^2 + [\tau_3] / (2Gr)^{1/2} \dots\dots\dots (20)\end{aligned}$$

ここに

$$[\tau_j] = \partial \{ \mu [\partial u_j / \partial x_i + \partial u_i / \partial x_j - (2/3) \delta_{ij} (\partial u_k / \partial x_k)] \} / \partial x_i \dots\dots\dots (21)$$

式(3)に式(8), (10), (16)を代入し, 記号欄の記号を用いれば, 次式を得る.

$$\begin{aligned}\partial (\rho T^*) / \partial t + \partial (\rho u_i T^*) / \partial x_i + \rho w Fr^2 / Sd \\ = \{ 1 / Pr (2Gr)^{1/2} \} \partial \{ (\lambda / C_p) (\partial T^* / \partial x_i) \} / \partial x_i \dots\dots\dots (22)\end{aligned}$$

式(12)の第1式と第3式の関係に式(8), (10), (13), (16)を代入すれば次式を得る.

$$\rho (T^* + 1 + Fr^2 z / 2Sd) = 1 \dots\dots\dots (23)$$

2.7 境界条件と初期条件 境界条件は次のようになる. T^* が定まれば ρ の値は式(23)で定まる.

$$\begin{aligned}(1) \quad z=0 \text{ の面: } u_j=0, (\partial P^* / \partial z)_w = (1 - \rho_w) / Fr^2 \\ + \{ \partial (\mu \partial w / \partial z) / \partial x + \partial (\mu \partial w / \partial z) / \partial y \\ + (4/3) \partial (\mu \partial w / \partial z) / \partial z \}_w / (2Gr)^{1/2} \dots\dots\dots (24)\end{aligned}$$

ここで $\rho_w = \rho'_w / \rho'_0$

$$\begin{aligned}(i) \quad \text{高温面: } T^* = T_{w1}^* (= T_{w1}' / T_0') \\ (ii) \quad \text{断熱面: } (\partial T^* / \partial z)_{w0} = 0 \dots\dots\dots (25)\end{aligned}$$

(2) 上方: 高さ H に設置され, z 軸に垂直な水平面で構成する.

$$\begin{aligned}\partial (u, v) / \partial z = 0, \partial T^* / \partial z = 0, \\ \partial P^* / \partial z = \rho v \cos \phi / Ro - z / 2Sd - (\rho - 1) / Fr^2 \dots\dots\dots (26)\end{aligned}$$

(3) 側方: 十分な遠方に設置された境界面を x 軸または y 軸に垂直な面で構成する.

$$(i) \quad x \text{ 軸に垂直な面上: } \partial (v, w) / \partial x = 0, \partial T^* / \partial x = 0, \partial P^* / \partial x = \rho v \cdot \sin \phi / Ro \dots\dots\dots (27)$$

$$(ii) \quad y \text{ 軸に垂直な面上: } \partial (u, w) / \partial y = 0, \partial T^* / \partial y = 0, \partial P^* / \partial y = -\rho (w \cdot \cos \phi + u \cdot \sin \phi) / Ro \dots\dots\dots (28)$$

なお(i)の u , (ii)の v , 式(26)の w は境界に隣接するセル内で式(17)の連続の式を満足するように決める.

初期条件は次式とした. T^* は高温面の上方と側方にのみ分布が存在するようにする.

$$\rho = (1 + Fr^2 z / 2Sd)^{-1}, u_j = P^* = 0 \dots\dots\dots (29)$$

上記の境界条件と初期条件によって, z' 一定で $x', y' \rightarrow \pm \infty$ では次式の分布をするようにする.

$$\rho \rightarrow (1 + Fr^2 z / 2Sd)^{-1}, T^* \rightarrow 0 \dots\dots\dots (30)$$

2.8 従属変数とパラメータ 基礎方程式は式(17)~(23)の6式, 境界条件は式(24)~(28), 初期条件は式(29), 未知の従属変数は ρ, u_j, P^*, T^* の6個, 独立変数は t, x_j の4個, パラメータは $Ro, \phi, Sd, Gr, T_{w1}', T_0', H'$ の7個である. 物性値 C_p, μ, λ の値は温度のみの関数として4.4節で与える. T_0' から Pr が, T_{w1}' と T_0' から Fr がそれぞれ決定される.

2.9 北極と南極($\phi = \pm 90^\circ$)での諸式 $\phi = \pm 90^\circ$ は北極と南極であって, 経線(東西方向)が存在しないため特異点になる. したがって上記の定式化は $-90^\circ < \phi < 90^\circ$ で有効であるが, $\phi = \pm 90^\circ$ と置いても諸式が得られる. これらの諸式は座標系の原点が北極または南極にあって, $L \times L$ の高温平面が原点で角速度 Ω で回転する場合での対流挙動の方程式系である.

3. 座 標 変 換

次式の座標変換をした.

$$X_j = (a/\pi) \tan^{-1} x_j \dots\dots\dots (31)$$

高温面からのブルームの現象がどの領域にまで及ぶかを正確にあらかじめ特定することが不可能である. つまり計算を行う空間の広さをあらかじめ特定することができない. そのため式(31)によって $x_j = \pm \infty$ は $X_j = \pm a/2$ の有限位置になって, 式(31)によって例えば物理的な半無限空間 ($-\infty < x_j < \infty$) が有限体積の計算空間 ($-a/2 \leq X_j \leq a/2$) に変換された. 基礎方程式(17)~(23), 境界条件式(24)~(28), 初期条件式(29)を式(31)に変換し, 方程式(以後「変換方程式」

と記す)群を求めた。上記の変換によって2・8節での独立変数 x_j は X_j となり、パラメータに α が加わる。計算空間で数値計算を行って、数値解を求める。その数値解を物理空間で表示し直す。

4. 数 値 解 析

4・1 スタガード格子と格子点 まず計算空間内の X, Y, Z 方向に $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ の間隔の格子群、すなわちセル群を生成した。 $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ の値はそれぞれ一定である。次に計算空間内の各格子点間を二分分割してスタガード格子群⁽¹²⁾を形成した。スタガード格子上に $\rho, P^*, u_j, T^*, C_p, \mu, \lambda$ の格子点番号を次のように付けた。 $\rho, P^*, T^*, C_p, \mu, \lambda$ の格子点は $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ で成るセルの体積中心、 u は X の小さいほうの ΔY - ΔZ 面の面積中心、 v は Y の小さいほうの ΔZ - ΔX 面の面積中心、 w は Z の小さいほうの ΔX - ΔY 面の面積中心にそれぞれ存在する。 $Z=0$ 面近傍では w の格子点は $Z=0$ 面上に、他の変数と物性値の各格子点は $Z=0$ 面から Z 方向に $\pm(\Delta Z)/2$ だけ離れた位置に存在する。外側の境界面でも同様である。そのため地面境界と外側境界の計算空間の外側に仮想セルを設けた。

4・2 離散化 スタガード格子上で離散化した。セル内で保存則が満足される。時間は二次精度のアダムス・バッシュフォース法で離散化した。空間の離散化は対流項以外は二次精度の中心差分、対流項を三次精度の風上差分で行った。三次精度の風上差分は例えば X 方向では次式になる。

$$\begin{aligned} \partial(\rho u \Phi)_{i,j,k} / \partial X = & \{ -(\rho u \Phi)_{i+2,j,k} + 8(\rho u \Phi)_{i+1,j,k} \\ & - 8(\rho u \Phi)_{i,j,k} + (\rho u \Phi)_{i-1,j,k} \} / \{ 12(\Delta X) \} \\ & + \gamma(|u|/u) \times \{ (\rho u \Phi)_{i+2,j,k} - 4(\rho u \Phi)_{i+1,j,k} \\ & + 6(\rho u \Phi)_{i,j,k} - 4(\rho u \Phi)_{i-1,j,k} \\ & + (\rho u \Phi)_{i-2,j,k} \} / \{ 12(\Delta X) \} \dots\dots\dots (32) \end{aligned}$$

ここで Φ は u, v, w, T^* のどれか、添字 i, j, k は格子点番号である。 $\gamma=1$ で Leonard, $\gamma=3$ で Kawamura のスキームになる。

式(17)の変換方程式はセルの各面と内部を用いて、式(18)の変換方程式は u 、式(19)の変換方程式は v 、式(20)の変換方程式は w 、式(22)と式(23)の変換方程式はセルの体積中心のそれぞれの格子点を基点として離散化した。式(24)～(28)の変換方程式の境界条件は境界面の内側と外側のセルを用いて離散化した。式(29)の変換方程式の初期分布を計算空間内で離散化した。

4・3 解法アルゴリズム 陽解法の HSMAC 法を変密度の流体の解法に適用できるように次のように

拡張した。まず式(17)の変換方程式を用いて式(22)の変換方程式を変形すれば次式を得る。

$$\begin{aligned} \partial T^* / \partial t + u_i C_{xi} \partial T^* / \partial X_i + w F r^2 / S d \\ = \{ C_{xi} / \rho P r (2 G r)^{1/2} \} \{ -S_{xi} (\lambda / C_p) (\partial T^* / \partial X_i) \\ + C_{xi} \partial [(\lambda / C_p) (\partial T^* / \partial X_i)] / \partial X_i \} \dots\dots\dots (33) \end{aligned}$$

$$C_{Xj} = (\alpha / \pi) \cos^2(\pi X_j / \alpha), S_{Xj} = \sin(2\pi X_j / \alpha) \dots\dots\dots (34)$$

式(33)から T^{*n+1} を求める。次に T^{*n+1} を式(23)の変換方程式に代入し、変形し、 ρ^{n+1} を求める。計算領域内で求まった ρ^{n+1} を変密度の流体の式(17)～(20)の変換方程式に代入する。これらから u_j^{n+1} を求める手順は定密度流体の HSMAC 法の考え方と同一である。圧力補正量 $\delta P_{i,j,k}^*$ を求めるときの緩和係数を 0.9、変密度の流体の質量保存式の残差の許容値を 10^{-3} とした。

4・4 物性値 流体を空気とし 250 K から 50 K までの c_p, μ', λ' の各値⁽¹³⁾ をメモリーした。まず T_0' での c_{p0}, μ_0, λ_0 を求め、次に T^* から実温度 T' を次式で求めた。

$$T' = (T^* + 1 + F r^2 z / 2 S d) T_0' \dots\dots\dots (35)$$

その次に T' が含まれる 50 K 域を直線補間して T' での c_p, μ', λ' を求めた。最後に上記の値を用いて C_p, μ, λ の値を求めた。

4・5 初期かく乱 高温面、断熱面、外側境界、計算領域の各形状、格子点分布、境界条件、初期値の Z - X 面、 Z - Y 面での各分布はすべて Z 軸に対称で、時間に依存しない。つまり初期分布から計算を開始し、時間が進み、後流分布が Z 軸に関して非対称な分布に変化するかどうかは、時間依存の初期かく乱を与えるか、または数値計算時に発生する丸め誤差の累積に頼るしかない。後者の方法にはスイープ方向などに依存するあいまいさがある。そのため本研究では次式の微小な有限振幅の時間依存の初期かく乱を与えた。すなわち $0 \leq t \leq t_m$ の期間に点 $(x, y) = (X, Y) = (0, 0)$ を中心として高温面 $(-a/4 \leq (X, Y) \leq a/4)$ を $Z=0$ の水平面で角速度 ω で強制的に微小振動させた。

$$(u_{w1}, v_{w1}) = (-y, x) 2^{1/2} \delta a \cdot \sin(2\pi \omega t), w_{w1} = 0 \dots\dots\dots (36)$$

変換方程式系を数値的に解くための巨大かつはん用性のあるプログラムと各種の作図プログラムを For-

Table 1 Values of $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ and Δt

Cond.	$\Delta X, \Delta Y$	ΔZ	Δt
Case A	0.05	0.050	0.010
Case B	0.05	0.025	0.010
Case C	0.05	0.025	0.005

Fig. 2 Influence of $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ and Δt at $Ra=3.0 \times 10^5, Sd=\infty$ and $(x, y, z)=(0, 0, 0.535)$

tran 言語と Postscript 言語で作成し, Gateway 社製 PC の GP 7-600 で計算した. 5 章で示す中立および安定成層内でコリオリの力を伴わない各プルーム, および伴う各プルームの時間ステップ数 10^4 までの計算時間はそれぞれ約 40, 60, 80, 80 h であった.

5. 三次元プルームとその妥当性

5・1 中立成層内のプルーム 中立成層場でコリオリの力を伴わないプルームを計算した. 本研究の解析モデルと同一の従来研究はない. $Ro=Sd=\infty, T_0=300.0\text{ K}, Ra=3.0 \times 10^5$ とした. その結果, $Pr=0.717, T_{w1}=306.4\text{ K}, Fr=0.204, Gr=4.18 \times 10^5$ となった.

5・1・1 格子依存性と熱流動状態の特定 空間と時間の離散化幅の影響を調べるために, 表 1 のケース A~C で計算を行った. 表 1 の各ケースでの速度 w , 圧力 P^* , 温度 T^* の時間変化の計算結果を図 2 に示す. ケース B, C では時間がたてば定常状態になって, w と P^* と T^* は時間的に変動しなかった. その結果, 本プルームは定常かつ層流と特定できる. さらにケース B, C は同じ分布をした.

5・1・2 ヌッセルト数 高温面の局所と平均のヌッセルト数の瞬時値は次式になる.

$$\begin{aligned} Nu_x &= -\{(\partial T^*/\partial z)_{w1} + Fr^2/2Sd\}/T_{w1}^* \\ &= -\{(a/\pi)(\partial T^*/\partial Z)_{w1} + Fr^2/2Sd\}/T_{w1}^* \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (37)$$

$$Nu_m = \iint Nu_x dx dy = \iint Nu_x C_X C_Y dX dY \quad \dots\dots\dots (38)$$

式(38)の Nu_m の計算値はケース(A, B, C)で(11.361, 11.052, 11.052)であった. ケース B とケース C の Nu_m は同一になった. 式(37)の Nu_x の等値線分布もケース B とケース C で同一であった. したがってケース B, C の数値解が妥当である. このことは 5・1・1 項での結果と合致する.

本計算の Nu_m 値を長方形の水平加熱面からの層流

(a) $f'/\eta - \eta$

(b) Using half width

Fig. 3 Velocity w on the given height at $Ra=3.0 \times 10^5$ and $Sd=\infty$

の自然対流の $Nu_m^{(14)}$ と比較した. Gr, Pr, Nu_m の代表温度は本計算では T_0', T_0', T_{w1}' , 従来研究⁽¹⁴⁾ ではすべて $[T_{w1}-0.38(T_{w1}-T_0)]$ である. 本計算での Gr, Pr, Nu_m の値を上記の代表温度で求め直した. その結果は $Gr=4.09 \times 10^5, Pr=0.717, Nu_m$ はケース(A, B, C)で(12.57, 12.22, 12.22)であった. 従来の実験式⁽¹⁴⁾ では $Nu_m=12.15$ になった. 本計算値と従来値の差はケース(A, B, C)で(3.34, 0.57, 0.57)%であった. したがってケース B, C が妥当である. 上記のようにケース B, C の数値解が妥当であった. そのため以後, ケース B で計算を行った.

5・1・3 上昇速度 本計算の面熱源からのプルームの速度 w を点熱源からの層流プルームの相似則分布と比較した. 上記の相似則は定物性の層流境界層理論⁽¹⁾ によった. 記号を次式で, 添字 CL は対称軸上を示す.

$$\eta = (x'/z')Gr_x^{1/4} = (x/z)Gr_x^{1/4} \quad \dots\dots\dots (39)$$

Fig. 4 Streaklines at $Ra=3.0 \times 10^5$

Fig. 5 Stable stratification effect on time-averaged temperature at $Ra=3.0 \times 10^5$ and $(x, y)=(0, 0)$

Fig. 6 Time-dependent temperature T^* at $Ra=3.0 \times 10^5$, $Sd=15.66$ and $(x, y, z)=(0, 0, 0.535)$

$$(df/d\eta)/\eta = (z'w'/\nu_0)Gr_x^{-1/2} = 2^{1/2}zw(Gr/Gr_x)^{1/2} \quad \dots\dots\dots (40)$$

$$Gr_x = z^3 g \beta \{T'_{cl} - T_\infty(z')\} / \nu_0^2 \\ = Gr(\beta T'_0 \rho_0 / \Delta \rho') z^3 T'_{cl} \quad \dots\dots\dots (41)$$

面熱源ブルームでは式(41)の Gr は高温面の Gr 数 (記号欄参照)である。点熱源 ($x=y=z=0$) の外側は流体であって、点熱源の下部からも空間がエントレインされる。面熱源ブルームの $0 \leq x, y=0$ での各高さ z での対称軸上の w を式(40)を縦軸にして示せば図3(a)になった。面熱源は $L \times L$ の面積をもち、点熱源の直径は零である。その結果、同じ高さでは点熱源より面熱源のブルームのほうが幅が大きくなって、対称軸上の上昇速度は点熱源より面熱源のほうが小さく

Fig. 7 Flow at $Ra=3.0 \times 10^5$, $Sd=\infty$, $Ro=11.2$, and North Pole ($\phi=90^\circ$)

なった。

図3(a)の分布を半値幅 η_a で整理した図3(b)で内層 ($\eta < \eta_a$) では点と面熱源のブルームは同じ分布をした。外層 ($\eta_a < \eta$) では差異が生じ、周囲流体のエントレインの位置が両者で異なる。なお図示しないが温度分布の比較結果での共通性と相違は上記と同様であった。

5・1・4 流脈と温度の分布 ブルームの流脈を図4(a)に示す。図4下部の四辺形が高温面である。流脈の分布は高温面上の対称軸に関して対称であった。対称軸上で z が増せば、 w は増大した。対称軸上と周囲の各温度の鉛直方向分布を図5に示す。 T^* は図5の $Sd=\infty$ の分布で上方向に減少した。これらのことは点熱源ブルームの特徴⁽¹⁾と一致した。上記のように面熱源ブルームの本結果と点熱源ブルームの従来結果での共通性と相違は妥当であった。

5・2 安定成層内のブルーム 成層内でコリオリの力を伴わないブルームを計算した。本研究の解析モデルと同一の従来研究はない。 Ro, Fr, Pr, Ra は5・1節と同一値、成層数 Sd は15.66とした。 Sd の定義式から st' 値は特定していない。

5・2・1 温度波形と熱流動状態の特定 対称軸上の w と P^* と T^* は自然に時間変動した。図6で T^* の時間変化は最高温度が一定の特徴のある規則的な波形で、長周期の振動も存在した。時間がさらにたっても図6のようすは変化しなかった。この波形はランダムな乱れ波形を含まない。そのため乱流⁽¹⁵⁾ではなく、層流と特定できる。成層内の線熱源からのブルームの層流域でも最高温度が一定の波形が計測され

Fig. 8 Effect of Sd at $Ra=3.0 \times 10^5$, $Ro=11.2$, and Tokyo or Kobe ($\phi=35^\circ$)

た⁽¹⁰⁾⁽¹⁵⁾。なお上記の自然に複雑に時間変動する波形は Ra 数をもっと大きくなれば乱流波形に変化した。

5・2・2 流脈 流脈を図4(b)に示す。図4(b)は図4(a)とまったく異なった。図4(b)ではブルームはある高さ以上に上昇しなかった。つまり成層によってブルーム高さが抑制された。そして水平そしてやや下向きに複雑にかつ非対称で流れた。すなわち三次元性と時間依存性が生じた。上記のことは成層内の水平線熱源からの従来結果⁽¹⁰⁾⁽¹⁶⁾の特徴と定性的に一致した。

5・2・3 クロスオーバー 図5の $Sd=15.66$ の分布でブルーム温度が周囲温度より低温になる領域、つまりクロスオーバー域⁽¹⁷⁾が生じた。このことはクロスオーバーが成層場で生じ、中立成層場で生じないという従来結果⁽¹⁷⁾の特徴と一致した。上記のように成層ブルームの本計算結果の特徴は従来結果⁽¹⁰⁾⁽¹⁶⁾⁽¹⁷⁾と合致した。

5・3 コリオリの力を伴うブルーム コリオリの力を伴うブルームを計算した。本研究の解析モデルと同一の従来研究はない。 Fr , Pr , Ra は5・1節と同一値、 Ro を11.2とした。

5・3・1 北極での中立成層場 中立成層場 ($Sd=\infty$) の $\phi=90^\circ$ (北極)での流脈を図7(a)に、瞬間流跡を図7(b)に示す。図7(b)で急激に折れ曲がっている箇所がある。これらは右上方から見たときに折れ曲がって見えた。そのため特異点ではない。ブルームは確かに反時計方向に回転しながら上昇し、回転の中心軸は鉛直方向であった。これらは Lugt ら⁽¹¹⁾の熱源近傍の分布と一致した。図7で中心軸の接地点は高温面の中心から離れていたためブルームは三次元現象である。図7(a)と図7(b)が異なったためこのブルーム

の時間依存現象である。高温面の近傍にエクマン境界層が形成された。

5・3・2 中立と成層場での緯度の影響 緯度が低くなれば旋回が弱まって、流れは $\phi=35^\circ$ (東京, 神戸)では図8(a)のように北北西方向を向いた。赤道上ではまったく旋回せず、西方向を向き、定常状態の流れになった。成層 ($Sd=15.66$)によってブルーム高さは図8(b)のように減少した。このことは5・2・2項で述べた成層によるブルーム高さの抑制と合致した。

5・4 初期かく乱の影響 式(36)の初期かく乱の付与の有無による計算結果では十分に時間がたったときの Nu_x と Nu_m の値, 波形, 時間平均値, 流脈の分布は両者でまったく同一であった。初期かく乱を与えて計算すれば十分に時間がたった分布により少ない時間ステップ数で到達した。

6. 結 論

(1) 安定成層とコリオリの力の影響を受けるブルームを静水圧を考慮し、変密度かつ変物性の流体の三次元かつ時間依存挙動として初めて定式化した。定式化した方程式系の直接数値シミュレーション(DNS)の数値解析法を得た。本解析は一種の地球シミュレータである。

(2) 中立または安定成層場でコリオリの力を伴わないブルームおよび伴うブルームの熱流動状態は層流と特定された。これらのブルームの分布と三次元性と時間依存性と流れの方向の特徴を初めて明らかにした。その結果、本研究で得た定式化と数値解析法と計算結果は正しさの必要条件を次のように満足した。

(3) コリオリの力を伴わないブルームでは中立成層場の計算結果で平均ヌッセルト数は従来値と一致し、さらに従来の点熱源ブルームとの共通性と相違点は妥当であった。安定成層内の計算結果ではクロスオーバーや最大値が一定の波形が生じ、従来の二次元ブルームでの安定成層による影響の特徴と定性的に合致した。コリオリの力を伴うブルームでは中立と成層場の計算結果は物理的に妥当な分布であった。

本研究で得た定式化と直接数値シミュレーション(DNS)法によって熱気流に与える安定成層とコリオリの力の影響の詳細な解明や乱流計算の可能性がでてきたと考えられる。

文 献

- (1) Gebhart, B., ほか2名, *Buoyancy-Induced Flow and Transport*, (1988), Springer-Verlag.

- (2) 佐藤晃由, 日本伝熱学会誌「伝熱」, **35**-139 (1996), 65-71.
- (3) Baum, H. R., ほか 2 名, *J. Heat Transf. Soc. Jpn.*, **35**-139 (1996), 45-52.
- (4) 菅牧子・ほか 2 名, 機論, **65**-629, B (1999), 108-115.
- (5) Komurasaki, S., ほか 2 名, *Theoret. Appl. Mech.*, **48** (1999), 331-338.
- (6) Lugt, H. J., *Vortex Flow in Nature and Technology*, (1983), Wiley-Interscience.
- (7) Rehm, R. G. and Baum, H. R., *J. Res. Nat. Bureau Stand.*, **83** (1978), 297-309.
- (8) 能登勝久・ほか 2 名, 機論, **67**-664, B (2001), 3161-3168.
- (9) Lugt, H. J. and Schwiderski, E. W., *J. Atmospher. Sci.*, **23** (1966), 54-60.
- (10) Noto, K., ほか 2 名, *AIAA J. Thermophys. Heat Transf.*, **15**-1 (2001), 55-63.
- (11) Lugt, H. J. and Schwiderski, E. W., *J. Atmospher. Sci.*, **23** (1966), 808-810.
- (12) Fletcher, C. A. J., *Computational Techniques for Fluid Dynamics*, **2** (1988), 97-101, Springer-Verlag.
- (13) 日本機械学会編, 技術資料「流体の熱物性値集」, (1983), 162-193.
- (14) 日本機械学会編, 伝熱工学資料, 改訂第 4 版, (1986), 68-70.
- (15) Noto, K., ほか 2 名, *AIAA J. Thermophys. Heat Transf.*, **13**-1 (1999), 82-90.
- (16) 能登勝久・ほか 2 名, 機論, **58**-555, B (1992), 3421-3428.
- (17) 能登勝久・ほか 2 名, 機論, **68**-672, B (2002), 2340-2347.