回転するポリゴンミラーまわりの流れ構造*

小原 弘道^{*1}, 西村 大志^{*2}, 後藤 智幸^{*3}
金子 好司^{*4}, 堀越 了^{*4}, 松平 晏明^{*1}

Flow Structure Around a Rotating Polygon Mirror

Hiromichi OBARA^{*5}, Daishi NISHIMURA, Tomoyuki GOTO,
Koji KANEKO, Satoru HORIKOSHI and Yasuaki MATSUDAIRA^{*5} Department of Mechanical Syntem Engineering, Tokyo Metropolitan Institute of Technology,
6-6 Asahigaoka, Hino-shi, Tokyo, 191-0065 Japan

A polygon mirror is one of the important optical scanning components for a laser beam printer, a copy machine and so on. It has the serious troubles related to the fluid dynamic flow structures such as high frequency noise, frosted mirror and jittering of the rotating mirror under high rotating speed condition. The flow structures around the rotating polygon mirror were investigated by the flow visualization using a Particle Image Velocimetry and the velocity measurement using a Laser Doppler Velocimetry. As the results, significant flow structures were clarified and associated with these troubles. The first is the periodical fluctuating structure, which induces the high frequency noise, showing as a bow-shaped region and a pair of the vortex tubes. The second is an alternative flow structure shedding from near the polygon mirror, which is considered as one of the causes of the jittering. In addition, this flow accompanies the complicated three-dimensional vortices on the outskirts of the alternative flow structure. The third is the sinking flow structure toward the polygon mirror contributing the frosted mirror trouble.

Key Words: Flow Visualization, Flow Noise, Rotating Disk, Polygon Mirror, PIV, LDV

1. 緒 言

ポリゴンミラーはレーザプリンタやコピー機などに必要不可欠なレーザ走査装置の重要な要素部品である。近年、高速印刷、高精度印刷のためにポリゴンミラーの回転速度の高速化が図られる中で、いくつかの克服すべき技術課題が生じてきている。その一つとして、高速回転化に伴い顕著化してきたポリゴンミラーの高周波騒音がある。この騒音は、回転数とミラーの角数の積に対応した卓越周波数を示す特性を有しており、軸受や基板の振動などの機械的な要因から生じる騒音とは異なるものであり、特に騒音レベルは回転速度の増加に伴い急激に増加することから早急な解決が望まれている。次に、ミラー性能の観点から、長時間連続運転による鏡面の曇りの問題がある。これは環境中に浮遊する物質が鏡面上の角部から辺上1/3を中心とする局所的な領域に積層・凝着され曇り領域を形成

する現象であり、どのような形で浮遊物質が供給され積層・凝着されるのか、この生成機構は明らかではない。曇り領域は、ポリゴンミラーの鏡面の反射性能を劣化させ、ポリゴンミラーユニットのメンテナンスコストの増大や製品寿命と直結する。さらに、走査精度の劣化につながる回転の不安定化の問題がある。これは軸受の改良などの機械的な取組みにより解決が図られた部分もあるが、明確な原因が不明なために、依然として残された課題となっている。以上のポリゴンミラーに関する技術課題に対して、機械的な振動・騒音特性などの観点からいくつかの研究⁽¹⁾⁽²⁾はあるものの、流体力学的な観点からの研究⁽³⁾は低速回転域においてさえも、知見する限りほとんどなされていない。

以上の背景のもとに本研究では、ポリゴンミラーまわりの流れの基礎的な知見を得るために、低回転数域において、ポリゴンミラー各断面における二次元PIV計測とLDV計測を併用し、そのベクトルマップと速度時間履歴を求める。これより、回転円盤とポリゴンミラーの流れ構造を比較検討し、流体騒音、鏡面の曇りおよび回転むらの要因となるポリゴンミラー固有の流れ構造を明らかにする。さらに、ポリゴンミラー近傍部に形成される一対の渦管の立体構造も明らかにする。

* 原稿受付 2003年5月16日。

^{*1} 正員、東京都立科学技術大学機械システム工学科(〒191-0065 日野市旭が丘6-6)。^{*2} 川崎重工業(株)(〒650-8680 神戸市中央区東川崎町1-1-3)。^{*3} 東京都立科学技術大学大学院工学研究科。^{*4} 富士写真光機(株)(〒330-8624 さいたま市北区植竹町1-324)。

E-mail: obara@tmit.ac.jp

2. おもな記号

d : ポリゴン内接円, 円盤直径

Re : レイノルズ数 $= d/2 \cdot (\Omega/\nu)^{1/2}$

Re_c : 遷移レイノルズ数

V : 面内合速度

V_d : ポリゴン, 円盤外接円周速度

V_r : 半径方向速度

V_θ : 周方向速度

V_z : 軸方向速度

θ : ポリゴン角部からの回転角度 ($0 \sim 60^\circ$)

ξ : 無次元渦度 $= d/V_d \{ (\partial V_z / \partial r) - (\partial V_r / \partial z) \}$

Ω : 角速度

3. 実験装置および実験方法

図1にポリゴンミラー(以下, ポリゴンとする)ならびに円盤を収納する容器とモータ制御部により構成される実験装置を示す。容器は可視化観察のための三つの透明アクリル窓を有し, その中央にポリゴンおよび円盤の回転軸が取付けられている。軸はパルスモータで駆動されており, 200 rpm から 3000 rpm までの任意の回転数範囲で安定して回転させることが可能である。PIV および LDV 計測用シーディング粒子として, 噴霧したグリセリン水粒子を用いた。ポリゴン, 円盤ともに厚さ 6 mm, 内接円直径 $d=40$ mm を有し, 計測用レーザシートの乱反射を防止するために鏡面部も含め黒色の塗装がなされている。

PIV 計測システムは, 粒子画像取得のための CCD カメラ (1008×1018 ピクセル, KODAK Megaplus ES 1.0) とレーザシート形成のためのダブルパルス Nd: YAG レーザ (New wave research MINILASE-I) およびシステムを制御し速度場情報を演算するコンピュータ装置群 (Dantec Flow Map, Gateway PC) か

Fig. 1 Experimental apparatus

ら構成される。速度場情報は CCD カメラで撮影された 2 枚の粒子画像から相互相関法を用いて取得した。

LDV 計測システムは, 2 方向流速を同時計測可能なプローブを含む光学系, ならびに解析装置 (Dantec BSA) から構成されている。

ここで, ポリゴン外周の流れはポリゴン表面の境界層の影響を受ける。角速度 Ω と半径 $d/2$ より定義される円盤面上境界層の遷移レイノルズ数は $Re_c = 280 \sim 530^{(4)(5)}$ である。これに対して, 実機ポリゴンの内接円半径を用いたレイノルズ数 (回転数 2500 rpm) は $Re = 264$ であり, 円盤の Re_c 以下の値であるが, ポリゴン角部やポリゴン周辺部品の影響を受けて, 実機ではすでに境界層は乱流に遷移していると推測される。図2は, 実機におけるポリゴンの有無による騒音特性の差異を回転数と騒音の卓越周波数の関係により示したもの⁽³⁾である。また, 併せて本実験装置における回転数 200 rpm から 2000 rpm までの LDV 計測の予備実験から得た速度の卓越周波数特性を示す。ポリゴンの無い機械的な騒音のみの場合には, いずれの回転数においても回転数と一致した卓越周波数を示しており, この周波数は機械騒音とみることができる。一方, ポリゴンがある場合には回転数の 6 倍の周波数, すなわちポリゴンの角数と回転数との積で表される周波数に卓越周波数を有していること, および低回転数域ではあるが LDV により得られた速度も同一の卓越周波数を得ていることから, この周波数は流体騒音と関連づけられる。このことは, ポリゴン面上に形成さ

Fig. 2 Peak frequency of noise and velocity

Fig. 3 Coordinate system and measurement planes

れる層流または乱流境界層にかかわらず、ポリゴン外周の流れにおいて角部の存在により形成されるポリゴン固有の流れ構造が低回転数から高回転数に至る広い回転数範囲で維持されていることを意味している。これより、本実験条件下ではポリゴン面上の境界層が実機とは異なる層流であると予想されるが、ポリゴン固有の流れ構造が支配的かつ明示できると考え、500 rpm ($Re=37$) の低回転数域において PIV 計測を行った。

図3は座標系、PIV による計測断面および LDV による計測点を示す。座標系は極座標を用い、原点はポリゴン中心とした。PIV 計測においては、 r - z 断面について 32×32 mm ($\Delta t=400$ μ s) および 64×64 mm ($\Delta t=1000$ μ s) の領域、 r - θ 断面については中央断面の $z/d=0$ ($\Delta t=300$ μ s) とポリゴン上面と同一面の $z/d=0.1$ ($\Delta t=1500$ μ s) において計測を行った。ここに、 Δt は PIV 計測時の2枚の粒子画像取得時間間隔であり、画角ごとに設定した。LDV による計測は中央断面上 ($z/d=0$) の点(a) $r/d=0.7$ 、点(b) $r/d=0.8$ で行った。

4. 実験結果および考察

4.1 円盤とポリゴンの比較 図4は回転円盤ならびにポリゴンまわりの r - θ 断面 ($z/d=0$) 瞬間速度ベクトルを示す。図4(a)円盤では、外周近傍の流れは、円盤回転周速度の70~80%の周方向速度を有する回転流を形成しており、円盤から離れるにしたがって周方向のみならず半径方向速度も含む速度分布となる。さらに、半径方向へ向かうにつれて速度は減衰する。これらの様相は、図示を割愛しているが50枚の計測データから算出された時間平均速度分布と同一の

(a) Disk

(b) Polygon

Fig. 4 Instantaneous velocity vector map (r - θ plane, $z/d=0$)

結果となっている。図4(b)ポリゴンでは、角部近傍にポリゴン周速度 V_d と同程度の周方向速度を有し、周囲に比べて局所的に速い速度を示す領域(A)が形成されている。さらにポリゴンから少し離れた $r/d < 0.7$ の領域においては、ポリゴン周速度 V_d の50%程度の半径方向速度を有する局所的に速度の速い領域(B)が存在する。この領域(A)と(B)の間においては、領域(B)に向かうにつれて周方向速度が支配的な流れから半径方向速度が支配的な流れへと徐々に変化し、回転方向上流側から下流側へと旋回しつつ弧状の領域を形成している。なお、これらの領域はポリゴンの各辺に対応して存在し、この流れ構造は図5に示す四角形など他の多角形においても、それぞれの角部の角数に対応して形成される結果を得ている。これらの

Fig. 5 Instantaneous velocity vector map
(Square, 500 rpm, r - θ plane, $z/d=0$)

事実から、角部の通過により形成される流れ構造であるといえる。さらに、角数の増加によりそれぞれの構造ごとの間隔が狭まり、相互の干渉の効果が強く現れてくると考えられる。

図6はポリゴンまわりの広い計測領域における r - θ 断面瞬間速度ベクトルを示す。ここに、図4(b)と同一面の図6(a) $z/d=0$ と、ポリゴン上面と同一面である図6(b) $z/d=0.1$ をそれぞれ示している。図6(a) $z/d=0$ においては、前述した速い領域(A)・(B)で形成される弧状の領域のさらに外周側に領域(A)・(B)に比べ速度は小さいがポリゴン周速度 V_d の40%程度の速度を有する局所的に速度の速い領域(C)が形成されている。これは、回転方向一つ上流側のポリゴン角部通過によって形成された弧状の領域が旋回してきたものである。さらに、外周側 $r/d > 0.8$ においては、いずれもポリゴン周速度 V_d の20%程度の半径方向速度を有し、 $r/d=1.3$ 付近に局所的に遅い速度領域も現れている。次に、図6(b) $z/d=0.1$ においては、ポリゴン極近傍には後述するポリゴン角部ごとに形成される鏡面側への流れが示されているものの、最大でもポリゴン周速度 V_d の20%と $z/d=0$ 断面に比べ全領域にわたり小さい速度となっている。特に、 $z/d=0$ において示された弧状の領域が形成される $r/d < 0.8$ の領域ではポリゴン周速度 V_d の数%の非常に低速度の領域となっている。この領域の外周側 $r/d > 0.8$ においては局所的に速い速度領域や遅い速度領域がまだら状に現れる分布となっており、この計測面を横断する速度 V_z を含む三次元的

(a) $z/d=0$

(b) $z/d=0.1$

Fig. 6 Instantaneous velocity vector map around the polygon (r - θ plane, wide view)

な流れ構造となっていると考えられる。なお、他の瞬間速度ベクトル結果から、この三次元的な流れ構造はポリゴン角部位置すなわち回転角度に無関係にさまざまなまだら状態を示すことを確認している。

以上、ポリゴン周りには約 $r/d=0.8$ を境界としてその内側では角部の通過によるポリゴン辺ごとに対応して形成される周期的かつ比較的安定した弧状の領域、および外側では、回転角度に無関係に不安定かつ三次元的な流れの二つに大別することができる。

図7は図4に示した点線上における円盤、ポリゴンの周方向速度 V_θ 、半径方向速度 V_r の半径方向変化を示す。ここに、回転角度に無関係な50枚の瞬間速度分布から算出された時間平均速度分布も併せて示してある。円盤の周方向速度 V_θ は平均、瞬間ともに半径

Fig. 7 Average and instantaneous velocity profile (500 rpm)

方向になめらかに減衰する。半径方向速度 V_r は $r/d = 0.63$ 付近まで増加し、半径の増加とともに緩やかに減衰する。円盤の平均、瞬間の V_θ 、 V_r は定性・定量的に一致しており、円盤回転に伴う流れはつねに図4の速度分布を有する定常流とみなせる。また、 $r/d > 0.7$ では V_θ/V_r はほぼ一定の値となることから、この領域では自由旋回流となっていると考えられる。一方、ポリゴンにおいて V_θ の時間平均分布は円盤のそれとポリゴン近傍を除き一致しているが、瞬間分布は、 $r/d \geq 0.6$ において、時間平均分布と大きく異なり $r/d = 0.6$ から 0.7 まで $V_\theta/V_a = 0.4$ の大きな値を示し、さらに $r/d = 0.85$ に極大値をもつ階段状の特異な分布となっている。半径方向平均速度分布は、円盤と同様に、ポリゴン近傍の $r/d = 0.63$ 付近に最大値を有している。 $r/d > 0.63$ ではポリゴンは円盤に比し、全領域にわたり半径方向平均速度は大きく、 $r/d > 0.8$ の外周域においても減衰することなく 0.2 程度の半径方向速度を有している。また、ポリゴンの瞬間速度 V_r は $r/d = 0.65$ に卓越した最大値を有するとともに、 V_θ と同様に $r/d > 0.65$ では半径方向に階段状に減少を示している。この階段状の速度変化は局所的に速度の速い領域である弧状の領域に対応する。

図8は円盤およびポリゴンの回転角度 $\theta = 33^\circ$ にお

Fig. 8 Instantaneous velocity vector map (r - z plane)

ける r - z 断面の瞬間速度ベクトルを示す。なお、円盤、ポリゴン z 軸方向上下遠方では円盤、ポリゴン近傍に比べきわめて小さい速度となることから、これらの近傍断面に着目して図示している。円盤は、 $z/d = 0$ 軸に上下対称な速度分布となっており、半径方向成分が支配的な分布となっている。また、円盤上下面上には、本計測の計測分解能ならびに近傍部の反射の影響等から境界層の構造までは議論できないが、半径方向への流れが存在している。一方、ポリゴンは円盤同様にポリゴン面上に半径方向の流れが存在し、 $z/d = 0$ 軸上では $r/d = 0.7$ 近傍から上下の揺動を伴う半径方向に向かう周囲に比べて速い流れが存在している。この流れの上下幅はポリゴン近傍においては円盤に比し狭い。 $r/d = 0.8$ から 1.2 においては、徐々に幅を広げ、その振幅はポリゴンの幅よりも大きくなり、さらに、揺動流の外側の領域には上下交互に渦が形成されている。この大きな渦構造は、図示は割愛しているが回転角度と無関係にさまざまな大きさ、配置のものが存在している。これらの揺動流および渦形成は、図6(b) ($z/d = 0.1$) に示された局所的な速度の大小により形成されるまだら状の流れ構造に対応する。ポリゴンの回転角度と無関係に r - z 断面に現れる揺動流やその上下の不規則な渦群は、前述した r - θ 断面の $r/d < 0.8$ に現れる比較的安定した弧状の領域の流れ構造が $r/d > 0.8$ の外周域では複雑な流れ構造に変化することによる。また、高速回転 (2000 rpm) する円盤においても、レイノルズ数増加に伴う変化により $r/d > 0.8$ の領域にこのような揺動流に類似した流れ構造を

Fig. 9 Velocity wave and frequency spectrum

形成するが、ポリゴンのもつ弧状領域は現れないことを確認している。以上の結果より、弧状の領域の干渉や境界層の特性の変化により形成される揺動流はポリゴンが配置された容器内に大規模かつ複雑な流動を形成し、ポリゴンに不規則な振動を誘起させ回転むらの原因となっていると考えられる。以降では、ポリゴンの辺に対応して周期的かつ比較的安定した流れ構造を有するポリゴン近傍域 $r/d < 0.8$ に着目し、その流れ構造の生成機構を詳細に検討する。

4.2 ポリゴンまわりの流れの詳細構造 図9は図3, 8に示した点(a), (b)でのLDV計測による半径方向変動速度 V_r の波形と周波数分布を示す。 r - θ 断面において弧状の領域が通過する点(a) ($r/d=0.7$) においては、大振幅の周期性の強い波形を示し、これらの周波数特性は50 Hzに最大卓越周波数を有するものとなっている。この周波数は、ポリゴンの角数と回転数の積で表される角部通過回数の周波数と一致している。このことは、ポリゴンの角部ごとに形成される弧状の領域がこの周波数で通過していることを意味している。さらに前述した騒音特性が同様の周波数特性を有することから、この弧状の領域と流体騒音発生に相関があるとみられる。次に、図8に示された r - z 断面の上下揺動流が始まる点(b) ($r/d=0.8$) では、点(a)に類似した50 Hzの周期的な変動波形を有しているが、変動波形の振幅は点(a)のそれに比べ小さくなっている。加えて、波形は長周期的な揺動も含まれ、その周波数特性は8 Hz程度のもとなっている。これらの低周波数の変動は前述した回転むらなどの原因と考えられる揺動流の変動に対応しているといえる。

図10は上述の周期性の強い流れ構造を各回転角度

Fig. 10 Phase average velocity vector map (r - z plane)

ごとの r - z 断面におけるポリゴン近傍速度ベクトルにて示す。ここに、各回転角度の50枚の瞬間速度を位相平均処理し、ポリゴン角部を $\theta=0^\circ$ とした 15° ごとの分布(a)~(c)を示している。図10(a) $\theta=15^\circ$ ではポリゴン上下表面から鏡面部へと流れ込む流れがあり、これらが鏡面部近傍域に上下対称の二つの渦対を形成している。さらに、この渦対間には半径方向への流れが存在し、この流れは図4(b)に示された弧状の領域に対応している。また、図8の揺動流ほど大振幅ではないが半径方向流れの上下の揺動も現れている。これがさらに増幅し、外周域において前述した揺動流へと発達すると考えられる。図10(b) $\theta=30^\circ$ では、(a)の鏡面部近傍の渦対の中心は半径方向へと移動し、(c) $\theta=45^\circ$ では、さらに渦対中心が半径方向に移動している。以上の結果は、角部の通過ごとに $\theta=15^\circ \sim 30^\circ$ 間で渦対が形成を開始し、その渦対間に弧状の領域を伴いながら、渦対は θ の増加とともに半径方向に旋回しつつ移動するといえる。

図11は各回転角度の r - z 断面におけるポリゴン近傍渦度分布を示す。無次元渦度は位相平均処理された

Fig. 11 Vorticity map (r - z plane)

r - z 断面速度分布から算出されたものであり、反時計回りを正としている。図 11(a) $\theta=15^\circ$ ではポリゴン極近傍にベクトル分布において示された渦対に対応して正負の強い渦度が集中している。また、その外周に別の正負の渦対が存在し、その強さは極近傍の渦対に比し小さい。この渦対は一つの上流側の辺において形成された渦対がこの領域に旋回してきたものである。図 11(b) $\theta=30^\circ$ では近傍の渦対の中心は半径方向へと移動し、その渦度は(a)に比し 1~4% 大きくなっている。また、ポリゴン極近傍には上下からの流れ込みによって示される二次的な渦度が形成されている。外周の渦対は図 11(a) に比し 10% 程度渦度を拡散させ半径方向に中心を移動させている。図 11(c) $\theta=45^\circ$ では、近傍の渦対の渦度中心はさらに半径方向に移動し、渦度は 80% 程度となり拡散を始めている。この渦対がさらに半径方向に移動し、渦度を減衰し、図 11(a) の外周側の渦対となる。

図 12 は回転するポリゴンの上面近傍 $z/d=0.1$ の r - θ 断面の速度ベクトルである。図 12 中点線部へ左右から流れ込む流れが示されている。この領域では V_z 成分も含む複雑な三次元構造を有する流れが形成

Fig. 12 Phase average velocity vector map (r - θ plane, $z/d=0.1$)

Fig. 13 Vorticity isosurface

されていると考えられ、図 9 の r - z 断面の分布から、渦対の構造と対応して存在している。さらに、この点線の始点すなわち渦対形成開始点となるポリゴン鏡面部に、全領域から流れが集中している。このことは、この位置においてポリゴン鏡面中央部へ向かう z 軸方向の流れが形成されていることを意味しており、この流れは渦対形成の要因となる。また、ポリゴン鏡面に形成される曇り領域は、この流れと回転方向上流側角部の間に形成されている。このことは、この流れに

より供給される環境中の浮遊物質が取り込まれ、化学的および熱的要因によりこの領域に凝着すると考えられる。

図13は図10の r - z 断面における渦度分布をさらに詳細に 3° ごとに求め、全領域において再構築した無次元渦度等値面の準三次元立体表示である。全体像(a)と側面像(b)を示しており、渦度の正負を色の濃淡で表現している。これより、ポリゴン近傍を開始点としてポリゴンまわりを旋回する一対の渦管が形成されていることが明瞭に示されている。前述のとおり、 r - θ 断面に示された騒音特性と同様の周波数特性を有する弧状の領域に対応し上下に形成される渦管構造が存在しており、騒音はこれらが複雑に干渉することや、ポリゴンや周囲壁などの物体と相互に干渉することで発生すると考えられる。また、これらの渦管はポリゴン極近傍ではほぼ上下対称であるが、ポリゴンから離れた領域においては、渦管同士が相互干渉、あるいは伸縮・合体することによって、 r - z 断面の $r/d > 0.8$ の外周域の揺動流や不規則な渦構造など、複雑な流れ構造に変化するとみることができる。

以上のポリゴン固有の流れ構造の生成を抑制することにより、ポリゴンまわりの騒音や鏡面の曇り、回転のむらなどの問題を解決することが期待できる。

5. 結 言

回転するポリゴンミラーまわりの流れに関して、各断面における二次元PIV計測と、詳細な速度情報を得るためのLDV計測を併用し、回転円盤とポリゴンミラーの流れ構造を比較検討した。さらにポリゴン近傍部に着目することにより、ポリゴンミラー固有の流

れ構造を明らかにし、以下の結果を得た。

(1) 回転するポリゴンミラーまわりには円盤まわりの流れと大きく異なり、角部の存在によりポリゴン近傍の弧状の速い速度領域を伴う一対の渦管形成域、およびその外周方向に広がる揺動流とその上下に不規則に形成される大きな渦構造域の二つの特徴的な流れ構造が形成される。

(2) ポリゴン極近傍角部通過ごとに形成される一対の渦管の形成は、ポリゴンの角数と回転数の積で表される角部通過回数の周波数を有する流体騒音の原因となる。また、これらの渦管形成開始点の回転角 $\theta = 15 \sim 30^\circ$ の鏡面部に集中した三次元的な流れ込みがあり、この流れが鏡面の曇りを誘引するといえる。

(3) 一対の渦管の外周域では、これらの渦管が相互干渉、伸縮・合体するため、揺動流および不規則な渦構造に変化する。これらの流れが、ポリゴンミラーの回転むらなどの要因となるといえる。

文 献

- (1) 太田浩之・丈田雅也, スキャナモータ音に関する研究, 機論, **65**-639, C (1999), 4564-4571.
- (2) 大久保信行・片岡宏之・中山司, 実験および数値計算を用いた高速回転体の騒音解析および低騒音化, 機論, **58**-549, C (1992), 1406-1410.
- (3) Obara, H., Nishimura, D., Goto, T., Kaneko, K., Horikoshi, S. and Matsudaira, Y., Flow Structure Around a Rotating Polygon Mirror, *Proc. 5th. JSME-KSME Fluids Eng. Con.*, (2002), 152.
- (4) Reed, H. L. and Saric, W. S., Stability of Three-Dimensional Boundary Layers, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, **21** (1989), 235-284.
- (5) Saric, W. S., Reed, H. L. and White, E. B., Stability and Transition of Three-Dimensional Boundary Layers, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, **35** (2003), 413-440.