気流を伴う挿入管型消音器における共鳴音の卓越化について*

江崎 孝志^{*1}, 三上 真人^{*2}, 小嶋 直哉^{*2}

Predominance of Resonance in Insert-Pipe-Type Muffler with Flow

Takashi ESAKI^{*3}, Masato MIKAMI and Naoya KOJIMA^{*3} Graduate School of Science and Engineering, Yamaguchi University,
2-16-1 Tokiwadai, Ube-shi, Yamaguchi, 755-8611 Japan

For insert-pipe-type mufflers with flow, the predominance of resonance in the flow-induced noise occurred in particular combinations of muffler configuration and flow velocity as well as for simple expansion-cavity-type mufflers. The phenomenon is caused by a self-excited oscillation based on the feedback response from acoustic resonances of the muffler to the shear flow. Transitions from a tail pipe resonance to a cavity resonance and from a cavity resonance to a tail pipe resonance were also observed. This is called "resonance frequency transition". The coupled effect of the predominance of resonance and the frequency transition was investigated in the present research. For insert-pipe-type mufflers, predominance of resonance occurred not only at tail pipe resonance frequencies but also at cavity resonance frequencies. Firstly, the frequency transition was demonstrated through the wave theory. Then, the predominance phenomena was expressed in a general way based on the wave theory and the feedback response from sound to flow.

Key Words: Noise, Aerodynamic Acoustics, Muffler, Predominance of Resonance, Self-Excited Oscillation, Wave Theory

1. 緒 言

気流を伴う消音器においては、消音器という準閉空間により内部の流れが複雑となり、さらに、消音器の空洞と尾管における音響特性が影響するため、気流騒音の理論的な取り扱いが困難である。そのため、過去の研究においても実験的な手法により研究が進められているのが現状である。消音器から発生する気流騒音と音響特性の関連については萩ら⁽¹⁾、藤本⁽²⁾、福田ら⁽³⁾が報告しており、小幡ら⁽⁴⁾⁽⁵⁾は空洞内の流れを可視化することにより、気流音の発生機構について考察を行っている。また、和泉ら⁽⁶⁾は消音器の気流音の低減について、小嶋ら⁽⁷⁾は気流音と空洞内の速度変動の相関を使って気流音の発生場所を特定する試みについてそれぞれ報告している。また、森山ら⁽⁸⁾⁽⁹⁾が尾管長を長くすることにより尾管共鳴音を小さくさせ、空洞共鳴音について調査した結果を報告している。

消音器における共鳴音の卓越化とは、特定の消音器形状とそのサイズ、流速の組み合わせにおいて、気流音圧レベルが大幅に増大する現象である。劉らは単純空洞型消音器において空洞長、尾管長、流速

を変化させた実験により、卓越化現象の発生状況、発生機構を明らかにしている⁽¹⁰⁾。この卓越化現象の発生機構は、消音器内で音響増幅された共鳴音により空洞入口部のせん断層が加振されて共鳴周波数と等しい周波数の環状渦塊が発生し、それが尾管入口部に衝突しさらに大きな共鳴音を発生させるというものである。さらに、劉らは尾管共鳴音の卓越化現象についてのみ無次元数を提示して卓越化現象を統一的に整理している⁽¹¹⁾。

気流を伴う消音器から発生する気流音の主成分は尾管共鳴音と空洞共鳴音である。挿入管型消音器において挿入長を一定にして、空洞長を増加させると尾管共鳴周波数は空洞共鳴周波数に、空洞共鳴周波数は尾管共鳴周波数に共鳴周波数が移行する。これを共鳴周波数の移行現象と呼ぶ⁽¹²⁾。

本研究では、気流を伴う挿入管型消音器においても共鳴音の卓越化が起こること、さらに共鳴周波数の移行現象が起こることを確認した。そして、共鳴音の卓越化と共鳴周波数の移行現象の関連について調査し、挿入管型消音器における卓越化現象の発生条件の予測を行った。

2. 実験装置および方法

供試消音器は軸対称の挿入管型消音器であり、アクリル製である。その形状を図1に示す。本実験では空洞径 D は 150mm、入口管径および尾管径 d は 32mm

* 原稿受付 2003年2月21日。

^{*1} 正員、山口大学大学院理工学研究科(〒755-8611 宇部市常盤台2-16-1)。^{*2} 正員、山口大学工学部。

E-mail: b2497@yamaguchi-u.ac.jp

Fig.1 Geometry of test muffler

尾管長 l_t は 150mm と固定し、間隙長 l_g (=挿入管出口と尾管入口との間隙長さ)、空胴入口挿入長 l_{in} または空胴出口挿入長 l_{ex} を変化させた。消音器の空胴長 L は空胴入口挿入長 l_{in} と間隙長 l_g と空胴出口挿入長 l_{ex} の和 ($L=l_{in}+l_g+l_{ex}$) である。また、本実験では主に空胴入口挿入長 $l_{in}=30, 90$ mm、空胴出口挿入長 $l_{ex}=0$ mm の場合に間隙長 l_g を変化させた。気流は、送風機から内部吸音処理したサージタンクを通し、さらに 3 段階に絞った後、無響音室に設置した供試消音器に導入した。消音器入口管中心流速 U は、消音器空胴入口より上流 1150mm に設置したピトー管により測定した。本研究では $U=45$ ms とした。消音器出口から放射される気流音の測定は、消音器軸に対して 45° 、尾管端から 300mm の位置を定点とし、その位置に設置したコンデンサマイクロホンにより行った。この信号はデータレコーダに記録後コンピュータ上での FFT 演算を含む信号処理により解析した。

3. 実験結果

3.1 挿入管型消音器における共鳴音の特徴

空胴入口挿入長 $l_{in}=30$ 、および 90mm の 2 種類の挿入管について、気流音スペクトルから間隙長 l_g の変化に伴う音圧レベル L_p および共鳴周波数 F_r の変化を調べた。空胴入口挿入長 $l_{in}=30$ mm の結果を図 2 に、空胴入口挿入長 $l_{in}=90$ mm の結果を図 3 に示す。図 2(a)、図 3(a) では、各共鳴周波数 F_r における音圧レベル L_p に加え、音圧レベルのオーバーオール値 L_p も示した。また、音圧レベルのピークを黒丸で示した。空胴入口挿入長の場合の全てにおいて、特定の間隙長 l_g で音圧レベル L_p が増大する共鳴音の卓越化現象が起こっており、それによりオーバーオール値 L_p も卓越することがわかる。また、間隙長 l_g の増加に伴い音圧レベル L_p の卓越度が小さくなることからわかる。音圧レベル L_p に対応する周波数の図(b)を見ると、間隙長 l_g の増加に

対して共鳴周波数 F_r が I-I', II-II', III-III', ... に沿って増減する跳躍現象が起こっている。このように気流を伴う系の代表周波数が系のある代表寸法の変化にともない増減する跳躍現象は卓越化現象⁽⁹⁾や軸対称噴流—リング系および直管系等⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾の自励振動ループに特有な現象である。

3.2 共鳴周波数の移行現象

図 2, 3 の間隙長 l_g に対する共鳴周波数において、図中の丸(○)および及び三角(△)は実測値 F_r であり、実線は空胴部分および尾管部分の共鳴周波数をそれぞれ独立に計算した尾管共鳴周波数 f_{rt} および空胴共鳴周波数 f_{rc} を示している。

尾管共鳴は、尾管内の軸方向の音響固有モードによって励起される。空胴共鳴は、空胴内の軸方向および径方向の音響固有モードのうち軸方向が強く励起される。尾管共鳴周波数 f_{rt} および空胴共鳴周波数 f_{rc} は下式から求められる⁽¹⁰⁾。尾管共鳴周波数 f_{rt} は

$$f_{rt} = \frac{c}{2(l_t + 0.6d)} \quad \dots \dots \dots (1)$$

となる。空胴共鳴周波数 f_{rc} は

$$f_{rc} = \frac{c}{2L} \quad \dots \dots \dots (2)$$

となる。ここで、 c は音速、 l_t は尾管長、 d は尾管径、 L は空胴長である。間隙長 l_g の増加に対して一定のところは尾管共鳴周波数 f_{rt} を表し、単調に減少しているところは軸方向の空胴共鳴周波数 f_{rc} を表している。

図 2 の実測値については、尾管共鳴周波数 F_{rt} の 1 次成分である 1000Hz 付近の周波数は、間隙長 $l_g=120$ mm の付近まではほぼ一定となっているが、それ以降の間隙長 l_g では共鳴周波数 F_r の低下が起きていることが分かる。一方、間隙長 $l_g=100$ mm において発生した 1300Hz 付近の空胴共鳴周波数 F_{rc} は低下をはじめ、間隙長 $l_g=160$ mm 付近において、ほぼ尾管共鳴周波数 F_{rt} と一致していることがわかる。このように、尾管共鳴周波数 F_{rt} から空胴共鳴周波数 F_{rc} へ、空胴共鳴周波数 F_{rc} から尾管共鳴周波数 F_{rt} へ、共鳴周波数 F_r が移行する。図 3 の空胴入口挿入長 $l_{in}=90$ mm においても同様に、尾管共鳴周波数 F_{rt} から空胴共鳴周波数 F_{rc} へ、空胴共鳴周波数 F_{rc} から尾管共鳴周波数 F_{rt} へ、共鳴周波数 F_r が移行している。また図 2, 3 において、空胴部分および尾管部分の共鳴周波数をそれぞれ独立に計算した方法では実測値 F_r と計算値 f_r に差異が確認され、共鳴

(a) Sound pressure level L_p (b) Resonance frequency F_r Fig.2 Sound pressure levels and resonance frequencies for $l_{tr}=30\text{mm}$ and $l_{cr}=0\text{mm}$ (a) $l_{tr}=30\text{mm}$ and $l_{cr}=0\text{mm}$ (b) $l_{tr}=90\text{mm}$ and $l_{cr}=0\text{mm}$ Fig.4 Relation between sound pressure level L_p and resonance frequency F_r (a) Sound pressure level L_p (b) Resonance frequency F_r Fig.3 Sound pressure levels and resonance frequencies for $l_{tr}=90\text{mm}$ and $l_{cr}=0\text{mm}$

周波数の移行現象が起こる周辺の、共鳴周波数を算出できていないことが分かる。共鳴音の移行現象は、尾管共鳴と空洞共鳴の音響的相互作用によって起こる現象であると思われる。

3.3 共鳴音の卓越化と共鳴周波数の移行現象の関連

図 2, 3 において、I-I', II-II', III-III', ... に沿って変化する共鳴周波数 F_r を横軸とし、それぞれに対応する音圧レベル L_p を縦軸として図 4 に示す。この図を基に、共鳴音の卓越化と共鳴周波数の移行現象の関連について調べる。図 4(a)の空洞入口挿入長 $l_{tr}=30\text{mm}$ については、尾管共鳴周波数 $F_{tr}=1000\text{Hz}$ を中心とした周波数範囲で音圧レベル L_p の増加がみられる。すなわち、尾管共鳴音のみの卓越化現象である。これは、図 2 からわかるように空洞入口挿入長 $l_{tr}=30\text{mm}$ では、尾管共鳴周波数 F_{tr} から空洞共鳴周波数 F_{cr} へ移行しない間隙長 l_g で卓越化現象が発生しているためである。図 4(b)の空洞入口挿入長 $l_{tr}=90\text{mm}$ については、尾管共鳴周波数 F_{tr} を中心とした周波数範囲で音圧レベル L_p の増加 (I-I' ~ III-III') と空洞共鳴周波数 F_{cr} 付近での音圧レベル L_p の増加 (IV-IV') の 2 種類が見られる。すなわち尾管共鳴音と空洞共鳴音の卓越化現象である。

図 3 より空洞入口挿入長 $l_{er}=90\text{mm}$ では、共鳴音が尾管共鳴周波数 F_r から空洞共鳴周波数 F_{ec} へ移行した間隙長 l_g でも卓越化現象が発生していると言える。

以上のことより、挿入管型消音器の卓越化現象の予測には、尾管共鳴音のみでなく空洞共鳴音の考慮も必要である。さらに、消音器への流速や消音器の幾何形状により共鳴周波数 F_r の移行中に卓越化が起こることも在りうる。よって、共鳴周波数 F_r が移行する間隙長 l_g での卓越化現象の予測を可能にする必要がある。

4 考 察

4.1 挿入管型消音器における共鳴周波数の算出

共鳴音の卓越化が発生するのは、特定の位相基準を満たす強い攪乱(環状渦塊)の発生周波数と消音器の共鳴周波数が等しいときであると考えられている⁽¹⁾。したがって、共鳴音の卓越化を予測するには、消音器の共鳴周波数を把握する必要がある。挿入管型消音器においては、空洞部分および尾管部分の共鳴をそれぞれ独立に計算した方法では、共鳴音の移行現象が起こる間隙長での共鳴周波数を正確に予測できない。そこで、本研究では挿入管出口から尾管出口までの間に平面波理論⁽⁷⁾を適用し消音器の共鳴周波数 f_r を算出した(付録参照)。その算出結果を図 5 に破線として示す。空洞入口挿入長 $l_{er}=30\text{mm}$ および空洞入口挿入長 $l_{er}=90\text{mm}$ において、実測値 F_r と理論計算値 f_r とがよい一致を示している。尾管と空洞とを連結して共鳴周波数を計算することにより、移行現象も含む共鳴周波数を正確に計算できることがわかる。

4.2 共鳴音の卓越化の予測

共鳴音の卓越化が発生するのは特定の位相基準を満たす強い攪乱(環状渦塊)が消音器内に平均 n 個存在しながら移流する際の発生周波数 f_m と消音器における共鳴周波数 f_r が等しいとき

$$f_{en} = f_r \cdots \cdots (3)$$

であると考えられている。ここで、間隙長 l_g の中に n 個の渦塊が存在する場合の環状渦塊の発生周波数 f_m は、文献⁽¹¹⁾にならい

$$f_{en} = \frac{n\alpha U}{l_g} \quad (n=1,2,3,\dots) \cdots \cdots (4)$$

と表される。ここで U は空洞入口管中心流速、 α は無次元移流速度である。 f_m の間隙長依存性を図 6 に示す。実線が環状渦塊の発生周波数 f_m を示し、破線が消音器

(a) $l_{er}=30\text{mm}$ and $l_{ex}=0\text{mm}$

(b) $l_{er}=90\text{mm}$ and $l_{ex}=0\text{mm}$

Fig.5 Estimation of frequency transition

Fig.6 Estimation of predominance phenomena

($l_{er}=90\text{mm}$ and $l_{ex}=0\text{mm}$)

Fig.7 Dimensionless convective velocity α vs. gap length l_g

の共鳴周波数 f_r である。図 6 においては実線と破線の交点で式(3)の卓越化条件が成り立ち、共鳴音の卓越化が発生すると考えられる。ここでは、 f_m を求める際に α の代表値として 0.5 を用いた。しかし α の値は空胴長と共に増加する傾向があると報告⁽¹⁾されているため、厳密には空胴長 L または間隙長 l_g と共に α の値を変える必要がある。 α については 4.3 節で検討する。図 6 を見ると空胴共鳴音についても卓越化が発生するところが、数多く確認できる。平面波理論を用いて消音器の共鳴周波数 f_r を算出することにより、間隙長 $l_g=70\text{mm}\sim 100\text{mm}$ の共鳴音の移行現象が起きる付近での卓越化現象の予測が可能となる。

4.3 無次元移流速度 α の間隙長依存性

環状渦塊の発生周波数の式(4)と実際に卓越化現象が起きた周波数から、間隙長 l_g に対する移流速度 α の変化を調べた結果を図 7 に示す。挿入長が変化しても移流速度 α は間隙長 l_g と共にほぼ直線的に増加することがわかる。その原因は、消音器は閉空間であり主流に対して逆流を生じるためと思われる。間隙長 l_g が短いと逆流の影響が大きいため渦塊の移流速度が主流速度に対して遅くなる。逆に間隙長 l_g が長いと逆流の影響が小さいため渦塊の移流速度は主流速度に対してあまり遅くならないと考えられる。以上のことより、図 6 のように無次元移流速度 α を代表値として 0.5 を用いたのでは、卓越化現象の発生予測の間隙長と実測の間隙長に差異が顕著となる。

4.4 共鳴音の卓越化の予測と実測の比較

無次元移流速度 α は前の 4.3 節より、間隙長 l_g に対して線形で変化する傾向があり、卓越化現象を予測する際にも間隙長依存性を考慮する必要があることがわかった。そこで本節の卓越化現象予測の際には、図 7 に示される無次元移流速度 α の間隙長 l_g への依存性を考慮する。

図 8 は共鳴音の卓越化の発生予測と実測を比較したものであり、黒丸が実際に共鳴音の卓越化が発生したときである。尾管共鳴音およびそれから移行した空胴共鳴音の卓越化は f_m と f_r が一致したところにおいてほぼ起きており、平面波理論を適用することにより共鳴周波数の移行現象が起こる間隙長での卓越化現象の予測が可能であることが示された。しかし、空胴共鳴音の卓越化は図 6 で予想されるほど起きていない。その原因は、次節で検討する。

挿入管型消音器において、空胴部分および尾管部分の共鳴をそれぞれ独立に計算する従来の方法では、

Fig.8 Comparison between estimation and measurement of predominance phenomena for $l_m=90\text{mm}$ and $l_a=0\text{mm}$

Fig.9 Relation between sound pressure level L_p and f_r/f_{en} ($l_m=90\text{mm}$ and $l_a=0\text{mm}$)

(a) Sound pressure level L_p

(b) Resonance frequency F_r

Fig.10 Sound pressure levels and resonance frequencies for $l_m=0\text{mm}$ and $l_a=90\text{mm}$

共鳴音の移行現象が起こる間隙長での実測の共鳴周波数 F_r を正確に予測できない。しかし、4.1 節で示したように平面波理論を適用することにより共鳴音の移行現象が起こる間隙長を含んだ全ての間隙長で共鳴周波数 f_r を計算できた。そこで図 4(b)において横軸の消音器共鳴周波数の実測値 F_r を計算値 f_r で書き直し、さらに環状渦塊の発生周波数 f_m で除して無次元化したものを図 9 に示す。無次元周波数 $f/f_m=1$ 付近において音圧レベルが最も大きく、共鳴音の卓越化の発生は環状渦塊の発生周波数 f_m と消音器の共鳴周波数 f_r が等しいときであるという式(3)の理論が正しいことが示される。前報⁽¹⁾において行った同様の整理方法は、尾管共鳴音の卓越化現象についての統一化的整理であり、尾管共鳴音のみの卓越化現象の予測を可能にするものであった。しかし本報告の結果は、尾管共鳴音にさらに空胴共鳴音も含んだ無次元化による整理であり、前報に比べより一般性に優れた整理方法であると言える。

4.5 流れによる音源位置と共鳴音の卓越化の関係

前の 4.4 節において、尾管共鳴音の卓越化は図 6 での予想されるとおり起きているが、空胴共鳴音の卓越化は予想ほど起きていなかった。本節ではその原因について、消音器内の各位置での粒子速度の特性と音源の関係から考察する。尾管共鳴音の場合、粒子速度は尾管入口において最大となり、しかもその場所に音源があるため尾管共鳴音の卓越化は予測通り発生したと考えられる。空胴共鳴音の場合、粒子速度の最大となる場所は空胴中央であり、図 8 の場合その場所に音源はないため、空胴共鳴音の卓越化は予測通り発生しなかった。逆に言うと粒子速度が最大の場所に音源があると空胴共鳴音においても卓越化現象が起こると言える。空胴共鳴において粒子速度の最大となる場所である空胴中央に音源が存在する条件は空胴入口挿入長 $l_a=0\text{mm}$ および空胴出口挿入長 $l_e=90\text{mm}$ および間隙長 $l_g=90\text{mm}$ である。空胴出口挿入長 $l_e=90\text{mm}$ の挿入管について、間隙長 l_g の変化に伴う音圧レベル L_p および共鳴周波数 F_r の変化を図 10 示す。共鳴周波数の図 10(b)には、共鳴音の卓越化の発生予測に必要な消音器の共鳴周波数 f_r および環状渦塊の発生周波数 f_m の計算値も加えている。図 10(a)より予測通り間隙長 $l_g=90\text{mm}$ 付近において音圧レベル L_p が増大しており、それに対応する周波数の図 10(b)では、共鳴周波数 F_r の跳躍現象が見られ卓越化現象が起きていることがわかる。以上の事より、卓越化現象は粒子速度の最大位

置と各共鳴音の音源位置が一致する必要があることがわかった。

5 結 論

挿入管型消音器から放射される気流音における共鳴音の卓越化現象について、挿入長と間隙長を変化させて実験的に調べた。平面波理論を用い卓越化現象の発生条件の予測を行った。主たる結論は以下のとおりである。

- (1) 気流を伴う挿入管型消音器においても、共鳴音の卓越化は起こる。
- (2) 挿入管型消音器においては、空胴長を変化させると空胴共鳴周波数から尾管共鳴周波数へ、尾管共鳴周波数から空胴共鳴周波数へ共鳴周波数の移行現象が起こる。
- (3) 共鳴周波数の移行現象の予測は、消音器全体系で音響特性を考え平面波理論を適用することにより可能である。
- (4) 平面波理論により算出される消音器の共鳴周波数と環状渦塊の発生周波数の関係式を用いることにより、共鳴周波数の移行現象が起こる間隙長での卓越化現象の予測が可能である。
- (5) 卓越化現象は粒子速度の最大位置と各共鳴音の音源位置が一致する場合に起こる。

参考文献

- (1) 萩・村上, 機論, 37-301, (1971), 1679-1687
- (2) 藤本, 音響学会誌, 27-11, (1971), 568-578
- (3) 福田・小嶋・岩石, 機論, 48-432, B(1982), 1586-1594.
- (4) 小幡・平田, 騒音制御, 8-4, (1984), 49-53
- (5) 小幡・平田, 騒音制御, 8-5, (1984), 44-49
- (6) 和泉・小嶋・福田, 機論, 50-456, B(1984), 1879-1887
- (7) 小嶋・中村・福田, 機論, 53-486, B(1982), 623-628
- (8) 森山・村上・萩, 機論, 53-495, B(1987), 3300-3308
- (9) 森山・村上・萩, 機論, 58-546, B(1992), 594-601
- (10) 劉・三上・小嶋, 機論, 62-600, B(1996), 3220-3226
- (11) 劉・岡・三上・小嶋, 機論, 63-611, B(1997), 2500-2506
- (12) Liu, B., Kojima, N., Zhou, H. and Mikami, M., ASME International Mechanical Engineering Congress & Exposition, 95-WA/NCA-22, (1995)

- (13) 倉澤・小幡・平田・笠木, 機論, 53-488, B(1987), 1254-1261
 (14) 倉澤・小幡・平田・笠木・山之上, 機論, 53-494, B(1987), 3018-3026
 (15) 小幡・倉澤・羽田, 機論, 61-583, B(1995), 890-896
 (16) 伊藤, 音響工学原論, コロナ社, 171-175
 (17) 福田基一・他, 機械騒音ハンドブック, 日本機械学会, (1991), 493-498

付 録

共鳴周波数の移行現象の予測

共鳴音の移行現象を予測するには、尾管部および空胴部という 2つの共鳴器でなく、消音器全体を 1つの共鳴器と考える必要がある。そこで、消音器の消音量を表す挿入損失 IL (Insertion Loss) を用いて消音器の共鳴周波数を求める。

付 1. 消音器における挿入損失

挿入損失 IL は消音器を装着したときと各開口端に対して消音器を装着しないときの同一測定位置での音圧レベルの差で表され、放射音のレベルとパワーをそれぞれ L_s [dB], P [W] とすると次式で表される。

$$IL = L'_s - L_s = 10 \log \frac{P'}{P} \dots \dots \dots (5)$$

ここで、添え字'は消音器を装着しない場合を表す。平面音波が消音器内を軸方向に直進する平面波理論が成立し、消音器の有無により管端の環境が変わらないとき IL [dB] は次式で表される。

$$IL = 20 \log \frac{U'_{ex}}{U_{ex}} \dots \dots \dots (6)$$

ここで、 U_{ex} は消音器出口端での体積速度を表す。

付 2. 四端子定数

四端子定数は管路の入口と出口の音圧と体積速度の関係を表すものである。図 11 に示される管路系において四端子定数を考える。図 11 において消音器をつけないときの管路の入口端と出口端の音圧と別々に定義されている。図 11 において入口管長および出口管長をそれぞれ l_i , l_e , 空胴入口部挿入長を l_m , 空胴出口部挿入長を l_n , 挿入管間隙長を l_g , 入口管, 出口管と空胴の断面積をそれぞれ, s , S と

(a) Without the muffler

(b) With the muffler

Fig.11 Model of geometry muffler and four-terminal-constant

すると、入口管部分 l_i , 間隙長部分 l_g , 尾管部分 l_e での四端子定数は次のようになる。

$$\begin{pmatrix} A_x & B_x \\ C_x & D_x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos kl_x & j \frac{\rho c}{S_x} \sin kl_x \\ j \frac{S}{\rho c} \sin kl_x & \cos kl_x \end{pmatrix} \dots \dots \dots (7)$$

ここで、 $x=i, g, e$ である。また、挿入部分 l_m , l_n の四端子定数は次式で表される。

$$\begin{pmatrix} A_y & B_y \\ C_y & D_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ j \frac{S - s}{\rho c} \tan kl_y & 1 \end{pmatrix} \dots \dots \dots (8)$$

ここで、 $y=en, ex$ である。また

$$k = 2\pi f / c$$

であり、 f は周波数、 c は音速、 ρ は空気密度を表す。消音器空胴内のどの位置でも平面音波が直進するとすれば、消音器を付けなかったときの管路の四端子定数、消音器を付けたときの消音器全体の四端子定数は、四端子定数の従属接続の考え方により、以下のようになる。

$$\begin{pmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_i & B_i \\ C_i & D_i \end{pmatrix} \dots \dots \dots (9)$$

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_i & B_i \\ C_i & D_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{en} & B_{en} \\ C_{en} & D_{en} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_g & B_g \\ C_g & D_g \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{ex} & B_{ex} \\ C_{ex} & D_{ex} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_t & B_t \\ C_t & D_t \end{pmatrix} \cdots \cdots \cdots (10)$$

このときの D , D' , B , B' の値は、式(9)および式(10)を計算することにより以下のように求められる。

$$\begin{aligned} D = & \cos kl_i \cos kl_g \cos kl_t - \frac{S}{S} \sin kl_i \sin kl_g \cos kl_t - \sin kl_i \cos kl_g \sin kl_t \\ & - \frac{S}{S} \cos kl_i \sin kl_g \sin kl_t - \frac{S-S}{S} \cos kl_i \tan kl_{en} \cos kl_g \sin kl_t \\ & + \frac{S-S}{S} \sin kl_i \sin kl_g \tan kl_{ex} \sin kl_t - \frac{S-S}{S} \cos kl_i \cos kl_g \tan kl_{ex} \sin kl_t \\ & - \frac{S-S}{S} \cos kl_i \tan kl_{en} \sin kl_g \cos kl_t + \frac{(S-s)^2}{Ss} \cos kl_i \tan kl_{en} \sin kl_g \tan kl_{ex} \sin kl_t \cdots \cdots (11) \end{aligned}$$

$$D' = \cos kl_i \cdots \cdots \cdots (12)$$

$$\begin{aligned} B = & j \frac{\rho c}{S} \sin kl_i \cos kl_g \cos kl_t + j \frac{\rho c}{S} \cos kl_i \sin kl_g \cos kl_t + j \frac{\rho c}{S} \cos kl_i \cos kl_g \sin kl_t \\ & - j \frac{\rho c S}{s^2} \sin kl_i \sin kl_g \sin kl_t - j \frac{\rho c (S-s)}{s^2} \sin kl_i \tan kl_{en} \cos kl_g \sin kl_t \\ & - j \frac{\rho c (S-s)}{Ss} \sin kl_i \tan kl_{en} \sin kl_g \cos kl_t + j \frac{\rho c (S-s)^2}{Ss^2} \sin kl_i \tan kl_{en} \sin kl_g \tan kl_{ex} \sin kl_t \\ & - j \frac{\rho c (S-s)}{Ss} \cos kl_i \sin kl_g \tan kl_{ex} \sin kl_t - j \frac{\rho c (S-s)}{s^2} \sin kl_i \cos kl_g \tan kl_{ex} \sin kl_t \cdots \cdots (13) \end{aligned}$$

$$B' = j \frac{\rho c}{S} \sin kl_i \cdots \cdots \cdots (14)$$

挿入損失 IL は消音器の消音量を表すものであるから、挿入損失 IL が正の値をとるときは消音を表し、負の値をとるときは増音をあらわすため、共鳴とは挿入損失 IL が負の無限大になる時である。そして IL が負の無限大になるには D/D' , B/B' が限りなく 0 に近づく必要がある。本実験で用いた定常気流発生装置は消

音器の有無により音源の体積速度変化しないため、定速度音源とみなすことができる。すなわち $D/D' \neq 0$ となるのが共鳴を表していることになる。そこで、 $D/D' \neq 0$ となる空洞長に対する周波数を計算した。この計算結果が図 5 である。図 5 に示す周波数は、空洞部において平面波理論が成立する周波数範囲である。