ウォーターベルの形成に及ぼす界面活性剤の影響*

大山博史^{*1}, 庵原昭夫^{*2}

Effects of Surfactant on Formation of Water Bell

Hiroshi OYAMA and Akio IHARA^{*3}^{*3} Department of Mechanical Systems Engineering, Utsunomiya University,
7-1-2 Yoto, Utsunomiya-shi, Tochigi, 321-8585 Japan

Water bell which resulted from the equilibrium between surface tension and centrifugal acceleration was found by Felix Savart in 1833 for the first time. To investigate the effects of surfactant on water bell formation, we took photographs of the water bells for distilled water and dilute surfactant solutions with high-speed video camera and digital camera. From the analysis of these photos, it was found that the surface shapes at the same injection pressure were almost same in spite of an addition of surfactant and became very stable when the surfactant was added. Then we performed a numerical simulation based on the equilibrium of a liquid sheet. Results showed the closely coincidence with the calculated shapes and the measured ones.

Key Words: Jet, Free Surface Flow, Stability, Water Bell, Surfactant

1. 緒 論

ノズルから噴出させた円柱状の液体噴流を表面が平らな円板に垂直に衝突させると、円板上に薄い液体の層が水平方向に向かって広がり、これが円板端より静止雰囲気の大気中に流出することによって液膜が形成される。このような方法により、1833年 Felix Savart⁽¹⁾ によって行われた実験的研究においてウォーターベルの存在が明らかにされ、歴史上、この研究がウォーターベル研究の始まりとなった。形成された液膜の形状がベル形になることからウォーターベルと呼ばれている。この液膜の形成や安定性は、複雑な液体微粒化過程の重要な要素の一つであるため、これらの問題は今もなお、興味深いものである⁽²⁾。

このウォーターベルに対して Clanet⁽³⁾ は、蒸留水を用いて、ウォーターベルの形状に及ぼす噴流速度、噴流直径、円板直径の影響ならびにウォーターベルが形成される条件を明らかにし、さらに液膜に働く力の釣合いからウォーターベルの形状に対する解析的な解を与えて

いる。しかし、ウォーターベルの形状に大きな影響を与えると考えられる表面張力を変化させた場合については言及していない。

よって、本研究では、蒸留水に界面活性剤を添加した水溶液を用いてウォーターベルを形成し、高速度ビデオカメラおよびデジタルカメラによる撮影を行い、液膜の形状を観測、比較することによりこの形状に及ぼす界面活性剤の影響を明らかにする。そして、液膜に働く力の釣合いの式を数値的に積分することにより、Clanet⁽³⁾⁽⁴⁾ の解析解よりも広いパラメータ領域でウォーターベルの形状を予測し、実験で得られたウォーターベルの形状と比較を行うことにより、解析結果の妥当性とウォーターベル形成の理解を深める。

2. おもな記号

P_0 : 噴射圧
 D_0 : 噴流直径
 U_0 : 噴流速度
 D_i : 円板直径
 g : 重力の加速度
 ρ : 液体密度
 ν : 動粘度
 σ : 表面張力

* 原稿受付 2004年3月15日。

^{*1} 宇都宮大学大学院工学研究科(〒321-8585 宇都宮市陽東7-1-2)。^{*2} 正員, フェロー, 宇都宮大学工学部。

E-mail: iharaaki@cc.utsunomiya-u.ac.jp

Fig. 1 Experimental setup

r : 水平方向の位置

z : 鉛直下向きの位置

h : ノズル出口から円板までの距離

ϕ_0 : 液膜出口角

Re : レイノルズ数 $= D_0 U_0 / \nu$

We : ウェーバ数 $= \rho D_0 U_0^2 / \sigma$

Fr : フルード数 $= gh / U_0^2$

3. 実験方法および装置

実験装置の概略図を図1に示す。下ぶたにノズルを取付けた貯水槽(内径129.2 mm, 高さ450 mm, 材質: アクリル樹脂)に液体を注入し, 上部より圧縮空気を注入し, ノズル入口にかかる圧力(噴射圧 P_0)を調節することによって, ノズルから噴出する噴流の速度を調整した。圧力は貯気槽との貯水槽の間にレギュレータを介在させることにより貯水槽内の圧力を一定に保った。また, ノズル入口圧力の測定は貯水槽下ぶたに取付けた水柱マノメータを用いて行った。液体噴流の速度は噴流の流量を測定することにより決定した。なお, 噴流速度については, 同一噴射圧に設定した場合, 界面活性剤を加えても変わらないとし, 流量測定は蒸留水のみで行った。本実験で使用した噴射圧 P_0 とそのときの噴流速度 U_0 の実測値を表1に示す。なお, 使用したノズルの構造と円板を図2に示す。本実験ではノズル出口直径4 mmのものを使用した。また, 液体噴流を衝突させる円板はさびにくいという性質から黄銅を用いて製作し, 噴流衝突面を注意深く磨き, 角度30°の鋭いふちを付けた。使用した円板の直径は, 20 mmである。ノズル出口から衝突円板までの距離 h は衝突前の噴流の収縮や加速を無視できる範囲の, 約25 mmとした。各噴流速度に基づいた, レイノルズ数およびフルード数を表1に示す。本実験では使用液体として蒸留水および界面活性剤を加えた

Table 1 Relation between the injection pressure and jet velocities

Pressure(kPa)	U_0 (m/s)	Re	Fr
0.7	1.26	4755	0.154
1.3	1.59	6000	0.097
1.9	1.85	6981	0.072
2.5	2.06	7774	0.058
3.1	2.30	8679	0.046
3.7	2.48	9358	0.040
4.3	2.68	10113	0.034

Fig. 2 Shape of (a) nozzle and (b) impactor, and its dimensions

水溶液を用いた。界面活性剤は, 臭化セチルトリメチルアンモニウム(分子量364.45)を使用した。蒸留水および界面活性剤添加水溶液の表面張力は液滴法により測定した。また, 実験中の液温は $18.0 \pm 3.0^\circ\text{C}$ であるので以下すべての場合で 18.0°C の物性値を用いて考察する。表面張力の測定値と使用した液体の物性値⁽⁵⁾を表2に示す。噴流を円板中心に衝突させ, 形成された液膜の撮影には高速度ビデオカメラおよびデジタルカメラを使用した。なお, デジタルカメラによる撮影では, 以下断りがなければすべてシャッタースピード1/30, 絞り2.5, 照明はライトをつねに当てた状態で行った。

4. 実験結果および考察

4.1 静的形状について

4.1.1 噴射圧の影響 使用液体として蒸留水および界面活性剤水溶液100 ppmを用い, 噴射圧を変化させた場合のウォータベルの形状変化を図3に示す。図3の基準寸法はすべて同じである。蒸留水を用いた場合, 図3に示すように噴射圧を増加させていくとそれに伴い液膜の広がりが大きくなっていくのがわかる。また, 図3(a)~(c)は液膜が閉じたベルにな

Table 2 Physical properties of test liquid (18.0°C)

Test solution	σ (N/m)	ρ (kg/m ³)	ν (m ² /s)
Distilled water	0.073	998.6	1.06×10^{-6}
Surfactant(10ppm)	0.056		
(20ppm)	0.048		
(30ppm)	0.042		
(60ppm)	0.035		
(100ppm)	0.033

Fig. 3 Configuration of water bell (distilled water)
 (a) $Re=4\,755$, $We=87$ (b) $Re=6\,000$, $We=138$
 (c) $Re=6\,981$, $We=187$ (d) $Re=7\,774$, $We=232$
 (e) $Re=8\,679$, $We=289$ (f) $Re=9\,358$, $We=337$

っているが、(d)～(f)ではウォータベルの下部において液膜が分裂し、液滴となって散らばっていくようすを観察することができる。これを開いたベルと呼ぶ。次に、図4は界面活性剤水溶液100 ppmを用いた場合であり、蒸留水の場合と同様に噴射圧の増加に伴い液膜の広がりが大きくなる。しかし、図3(d)では開いたベルを観察することができたが、図4(d)では噴射圧が等しいにもかかわらず、閉じたベルになっていることがわかる。噴射圧を増加させると、ウォータベルの形状は本質的に変化しないまま液膜の広がりが大きくなっていき、ある噴射圧より大きくなるとウォータベルの下部において液膜の分裂が生じる。しかし、界面活性剤を加えることによって液膜が分裂しにくくなるということがわかる。

4・1・2 界面活性剤の影響 4・1・1項で示した界面活性剤の影響を明らかにするために噴射圧4.3 kPaにおいて、蒸留水および界面活性剤水溶液(濃度20, 60, 100 ppm)におけるウォータベルを比較したものが図5である。この写真から明らかに界面活性剤の濃度の増加とともに液膜が分裂しにくくなっていることがわかる。その原因として、表面張力の低下により、

Fig. 4 Configuration of water bell (100 ppm)
 (a) $Re=4\,755$, $We=192$ (b) $Re=6\,000$, $We=306$
 (c) $Re=6\,981$, $We=414$ (d) $Re=7\,774$, $We=514$
 (e) $Re=8\,679$, $We=640$ (f) $Re=9\,358$, $We=744$

Fig. 5 Influence of surfactant on bell configuration ($P_0=4.3$ kPa)
 $Re=10\,113$ and (a) $We=393$ (b) $We=598$ (c) $We=820$ (d) $We=869$

液膜の表面エネルギーが低下したことによると考えられる。また、界面活性剤の棒状ミセルによるとされるじょう乱抑制効果⁽⁶⁾により、層流状態が維持されるため、液膜が安定し、分裂が抑制されるということが考えられる。

4・1・3 形状比較 噴射圧は液膜の広がり大きな影響を与え、また界面活性剤水溶液の濃度は液膜の不安定性に影響を与えることがわかった。では、界面活性剤は液膜の広がりによどのような影響を与えるのだろうか。界面活性剤の影響として、粘性や表面張力の変化が考えられるがここでは表面張力以外の影響をできるだけ少なくするために、比較的濃度の低い界面活性剤水溶液を用いる。使用液体は蒸留水および界面活性剤水溶液(濃度10, 20, 30 ppm)である。デジタルカメラにより撮影を行い、写真から得られたウォータベルの形状をグラフ上にプロットし、これらを重ねて比較する。一つのウォータベルの形状につき、5枚程度の写真から得られたデータの平均値である。

図6は円板衝突面の中心を基準にして横軸に水平方

Fig. 6 Variation of the bell configuration
 13 kPa: $Re=6\,000$, $We=138$ (water), 180 (10 ppm), 210 (20 ppm), 240 (30 ppm)
 1.9 kPa: $Re=6\,981$, $We=187$ (water), 244 (10 ppm), 285 (20 ppm), 325 (30 ppm)
 2.5 kPa: $Re=7\,774$, $We=232$ (water), 303 (10 ppm), 353 (20 ppm), 404 (30 ppm)
 3.1 kPa: $Re=8\,679$, $We=289$ (water), 377 (10 ppm), 440 (20 ppm), 503 (30 ppm)

Fig. 7 Evolution of the angle of ejection ϕ_0

向の距離 r [mm], 縦軸に噴流の流れ方向(下向き)の距離 z [mm] をとってある。また、グラフ上には四つの噴射圧 1.3, 1.9, 2.5, 3.1 kPa について同時にプロットした。図 6 より、表面張力は大きな影響を与えるであろうという予想に反して、いずれの噴射圧においても、界面活性剤の量を変えても液膜の形状(広がり)はほとんど同じであるという結果が得られた。これは後述するように、表面張力が低下すると、液膜の広がり大きくなるはずであるが、界面活性剤を加えると円板端における平均流出速度が低下し、それによる液膜の狭まりとが相殺しあったことによると考えられる。

4.1.4 液膜出口角度 ϕ_0 について 液膜は円板か

Fig. 8 Dynamic behavior of the liquid sheet (water, $P_0=2.5$ kPa, $Re=7\,774$ and $We=232$)

Fig. 9 Dynamic behavior of the liquid sheet (100 ppm, $P_0=2.5$ kPa, $Re=7\,774$ and $We=514$)

ら離脱するとき液体噴流の軸と ϕ_0 (図 10 参照) の角度をなす。噴射圧によるこの角度の影響の受けやすさは図 3, 4 より明らかであるが、界面活性剤による影響はどのように受けるのかを調べる。使用液体は蒸留水および界面活性剤水溶液(濃度 10, 20, 30 ppm)である。平均化の手法はベル形状を求めた場合と同じである。図 7 は、横軸に噴射圧 P_0 を、縦軸に液膜出口角度 ϕ_0 をとってある。図 7 より、界面活性剤水溶液のほうが蒸留水に比べて、いずれの噴射圧においても ϕ_0 が小さくなっていることがわかる。これは、円板端での液体の慣性力が界面活性剤を加えると低下したことを意味する。

4.2 動的形状について 次に噴射圧を 2.5 kPa に固定して、蒸留水および界面活性剤添加水溶液 100

Fig. 10 Equilibrium of a liquid sheet element: (a) far from the edge (b) at the edge of the impactor

ppm に対して撮影されたウォータベルの動的形状を図 8 および図 9 に示す。撮影は高速度ビデオカメラを用いて行った。背景にもう一つのウォータベルが写されているがそれは本体の影である。

蒸留水の場合には図 8(b) の矢印で示した部分から、形成された液膜が徐々に分裂していくようすを観察できる。図 8(b) から (i) まで、このき裂が徐々に成長し、液膜が分裂していく様相が示される。このように、蒸留水を用いて噴射圧 2.5 kPa で形成されるウォータベルの液膜は図 8(a) のような形状を基本形とし、その後、形成されていた液膜が突然分裂した後、徐々に基本形に戻ろうとする。あるいは基本形に戻る前にさらに分裂してしまうということをつねに繰返している。このことは、蒸留水を用いて観測したすべてのウォータベルについていえる。界面活性剤添加水溶液 100 ppm を用いた場合には蒸留水の場合に比べてウォータベルの形状が安定しているのを観測することができる。これは界面活性剤を加えたことにより液膜の不安定化が抑制されたことによる。しかしながら、蒸留水と同様に界面活性剤添加水溶液においてもつねに液膜が波打っているのを観測することができた。

5. 理論解析

5.1 理論式の導出 ウォータベルの液膜に働く力の釣合式の導出は文献(3)に詳しく述べられているが、それを数値積分する方法はこの研究で新しく考案したことなので、それらについて述べる。

図 10(a) を用いて考える。今、 z 軸が噴流の流れの方向(下向き)にとられている。液膜上の位置 s において、連続の式より

$$reu = \frac{1}{8} D_0^2 U_0 \quad (1)$$

となる。ここで r , e , u はそれぞれ半径方向の位置、円板のふちからの距離 s における液膜の厚さ、その位置での局所的な流速を意味している。この流速 u は、

ベルヌーイの式より

$$u^2 = u_e^2 + 2gz \quad (2)$$

と表すことができる。ここで $u_e = \sqrt{I(r_i)/h(r_i)}$ は円板上での運動量を考慮した、円盤のふちにおける液膜の平均流速である。 $I(r_i)$ は式(3)で示される運動量積分値に対応する量であり、 $h(r_i)$ は円板ふちにおける液膜の厚さである。

$$I(r) = \int_0^{h(r)} u(r, z)^2 dz \quad (3)$$

$I(r_i)$ および $h(r_i)$ は、通常の層流境界層理論から計算できて、

$$I(r_i) = \frac{Re}{246.5} \frac{D_0^4}{(r_i^3 + l^3)r_i} U_0^2 D_0 \quad (4)$$

$$h(r_i) = D_0 \frac{4.83}{Re} \frac{r_i^3 + l^3}{D_0^2 r_i} \quad (5)$$

で示される⁽⁷⁾。また、 $l \approx 0.329 D_0 Re^{1/3}$ である。

次に、図 10 に示されている微小面要素 $\delta^2 S$ について考えると、 n 方向の平衡状態は、表面張力による $F_c = 2C\sigma\delta^2 S$ と重力 $mg \sin(\psi)$ 、遠心力 mu^2/R_c そして圧力差 $p\delta^2 S$ の釣合いによって起こる。よって

$$(2C\sigma - p)\delta^2 S + mg \sin(\psi) = m \frac{u^2}{R_c} \quad (6)$$

と表すことができる。ここで $m = \rho\delta^2 Se$ は微小要素の質量で、 R_c は垂線 n 上の長さで z 軸と交差する点と液膜との間の距離で、 $C = 1/R_c + \cos(\psi)/r$ は平均曲率である。また p はベルの内側と外側との圧力差である。この圧力差はベルが開いているときは零であるが、閉じたベルの場合は表面張力の影響により零ではなくなる。

代表速度として U_0 を用い、代表長さとして $L = D_0 We/16$ を用いると上式(2), (5)はそれぞれ

$$\bar{u}^2 = \bar{u}_e^2 + 2\beta \bar{z} \quad (7)$$

$$(\bar{u} - \bar{r}) \frac{d\phi}{d\bar{s}} = -\cos(\phi) + a\bar{r} - \beta \frac{\sin(\phi)}{\bar{u}} \quad (8)$$

となる。ここで、 $a = pL(2\sigma)$ は無次元化された圧力差

であり、 $\beta = gL/U_0^2$ は無次元化された重力の加速度である。 $\tilde{u}_e = \sqrt{I(r_i)/(h(r_i)U_0^2)}$ は、式(4)、(5)より

$$\tilde{u}_e \approx 0.812 \frac{1}{1 + 3.5(X/Re)^{1/3}} \quad \cdots \cdots (9)$$

となる ($X = D_i/D_0$)。すべての無次元量は、角度 ψ を除いて記号チルドで示されている。また、幾何学的関係により

$$\frac{d\tilde{z}}{d\tilde{s}} = \cos \psi \quad \cdots \cdots (10)$$

$$\frac{d\tilde{r}}{d\tilde{s}} = \sin \psi \quad \cdots \cdots (11)$$

と表すことができる。

5・2 数値計算 以上のようにして ψ , $\tilde{z}$, $\tilde{r}$ を $\tilde{s}$ の関数と考えて、式(7)、(9)、(10)を数値的に解く。連立常微分方程式の解法にはミルンの方法を用いた。なお、計算には初期条件として液膜出口角 ψ_0 が必要となり、これには図7に示した実測値を用いる。計算は蒸留水および界面活性剤水溶液 10 ppm を用いた場合について行った。物性値等は実験と同じものを使用した。それらは次のとおりである。

密度 $\rho = 998.6 \text{ kg/m}^3$

動粘度 $\nu = 1.06 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$

表面張力

蒸留水 $\sigma = 0.073 \text{ N/m}$

界面活性剤水溶液 10 ppm $\sigma = 0.056 \text{ N/m}$

噴流直径 $D_0 = 4.0 \times 10^{-3} \text{ m}$

円板直径 $D_i = 20.0 \times 10^{-3} \text{ m}$

噴流速度 $U_0 = 1.59 \text{ m/s}$

重力の加速度 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$

液膜出口角

蒸留水 $\psi_0 = 69.9^\circ$

界面活性剤水溶液 10 ppm $\psi_0 = 67.6^\circ$

5・3 形状解析の結果および実験結果との比較

蒸留水の場合の計算結果と実測値を図11に示す。図11中の p は液膜内外の圧力差を示す。ウォータベルが開いている場合には $p=0$ となるが、閉じた場合には表面張力の分だけ圧力差が発生する。計算結果も $p=0$ とした場合、実験値と若干の差が生じて、計算値は小さくなる。 p をわずかに増加させ、形状が実験値と一致する圧力差を求めると、 $p=0.54 \text{ Pa}$ となる。この場合に計測値と計算値はほとんど一致した。

界面活性剤を添加した場合の結果を図12に示す。円板端における運動量積分値 I に対し、式(4)を用いて得られる u_e を用いると計算結果(a)と実験結果とは大きく異なる結果となる。これは、界面活性剤を加えることによって円板表面流れにおいて表面摩擦抵抗

Fig. 11 Comparison of calculated value with experimental value (distilled water), $Re=6000$ and $We=138$

Fig. 12 Comparison of calculated value with experimental value (10 ppm), $Re=6000$ and $We=180$

が増大し、運動量積分値 I が大きく減少したことによって考えられる。これを裏付けるものとして、円板端での液膜の流出角 ψ_0 が図7に示されるように、蒸留水の場合と比較する小さな値となっている。この流出角 ψ_0 を使って I を求める方法を考える。図10(b)を参照すると、円板端での鉛直方向の力の釣合いは次のように書くことができる。

$$\rho \pi D_i I(r_i) \cos(\psi_0) - \rho \pi D_i I_{\max} = -F_i + F_c \sin(\psi_0) \quad \cdots \cdots (12)$$

ここで、 $I_{\max}$ は粘性散逸がない場合の運動量積分値で次のように書くことができる。

$$I_{\max} = \frac{U_0^2 D_0^2}{8 r_i} \quad \cdots \cdots (13)$$

F_c は表面張力による力で次のように書くことができる。

$$F_c = 2\sigma \left\{ \frac{1}{r_i} + \frac{1}{h(r_i)} \right\} 2\pi r_i h(r_i) \quad \cdots \cdots (14)$$

F_i は作用・反作用の法則から次のようになる。

$$F_i = \frac{\pi \rho}{4} D_0^2 U_0^2 \dots\dots\dots (15)$$

これらを式(12)に代入し、整理して I を求めると次のようになる。

$$I(r_i) = \frac{8XI_{\max}}{W_e} \left\{ 1 + \frac{h(r_i)}{r_i} \right\} \tan(\phi_0) \dots\dots\dots (16)$$

$h(r_i)$ は式(5)より算出される値よりは大きくなっているはずであるが、算出方法が見つからないので式(5)をそのまま使用する。また、 ϕ_0 に対して計測値を使用する。このようにして得られた I を用いて、 $\bar{u}_e$ を算出してみると、式(3)を用いた場合の87%と、大幅に減少している。この減少した $\bar{u}_e$ を用い、また液膜内外の圧力差を表面張力が低下した分小さくなるとして、 $p=0.41$ Pa を与えた場合の計算結果(b)を図12に示す。実験値とほぼ一致していることがわかる。以上より、界面活性剤を添加すると、円板表面上の流れにおいて、大きな粘性散逸が生じることがわかる。

6. 結 論

円板に噴流を衝突させることによりウォータベルを形成させ、この形状に及ぼす界面活性剤の影響について、写真により、液膜の形状の観測を行った。さらに、液膜に働く力の釣合いの式をもとにして数値計算を行い、ウォータベルの形状を予測し、実験によるウォータベル形状と比較を行った。以上より得られた結果のおもなものは次のとおりとなる。

- (1) 噴射圧の増大とともに液膜の広がり大きく

なる。しかし、同一噴射圧のもとでは界面活性剤を加えて表面張力を低下させて、形状には大きな変化は発生しない。

- (2) 界面活性剤を加えると液膜の不安定化が抑制される。

(3) 蒸留水を用いた場合、通常の層流境界層理論から算出される液膜平均流出速度を用い液膜内外の圧力差を考慮すると計算より求められたベル形状は実験値とよく一致する。

- (4) 界面活性剤を加えた場合、液膜流出角を用いて算出された液膜平均流出速度を用いると、計算されたベル形状は実測値にほぼ一致する。

文 献

- (1) Savart, F., Memoire sur la constitution des veines liquides lancees par des orifices circulaires en mince paroi, *Ann. de Chim.*, **53** (1833), 337-386.
- (2) 日本液体微粒化学会, アトマイゼーションテクノロジー, (2001), 3-18, 森北出版.
- (3) Clanet, C., Stability of Water Bells Generated by Jet Impacts on a Disk, *Phys. Rev. Lett.*, **85** (2000), 5106-5109.
- (4) Clanet, C., Dynamics and Stability of Water Bells, *J. Fluid Mech.*, **430** (2001), 111-147.
- (5) 中村郁夫・大阪英男, 工学基礎 機械流体工学, (1999), 10, 共立出版.
- (6) 秋葉英男・尾崎公一・春木直人・浅野秀昭, 界面活性剤水溶液の管内流動抵抗軽減と熱伝達, *機論*, **61**-589 B (1995), 206-212.
- (7) Watson, E. J., The Radial Spread of a Liquid Jet over a Horizontal Plane, *J. Fluid Mech.*, **20** (1964), 481-499.