熱力学的効果を考慮した翼列の部分キャビテーションの解析*

(第1報, 特異点法による定常解析)

渡 邊 聡^{*1}, 日 高 達 哉^{*2}, 堀 口 祐 憲^{*3}
古 川 明 徳^{*1}, 辻 本 良 信^{*3}

Analysis of Partial Cavitation on Cascade Blades Considering Thermodynamic Effect (1st Report, Steady Analysis Using Singularity Method)

Satoshi WATANABE^{*4}, Tatsuya HIDAKA, Hironori HORIGUCHI,
Akinori FURUKAWA and Yoshinobu TSUJIMOTO

^{*4} Department of Mechanical Engineering Science, Kyushu University,
6-10-1 Hakozaki, Higashi-ku, Fukuoka-shi, Fukuoka, 812-8581 Japan

It is well known that the suction performance of turbopumps in cryogenic fluids is much better than that in cold water because of thermodynamic effect of cavitation. In the present study, an analytical method to simulate partial cavitating flow with the thermodynamic effect in a cascade is proposed: heat transfer between the cavity and the ambient fluid is modeled by one-dimensional unsteady heat conduction model under the slender body approximation and is coupled with flow analysis using a singularity method. In this report, the steady analysis is performed and the results are compared with those of experiments to validate the model of the present analysis. This analysis can be easily extended into unsteady stability analysis for cavitation instabilities such as rotating cavitation and cavitation surge.

Key Words: Cavitation, Inducer, Cascade, Singularity Method, Thermodynamic Effect

1. 結 論

キャビテーション発生時には、キャビティ周囲の流体が液体から気体への相変化に伴う蒸発熱を奪われるためその温度が低下し、それに伴う飽和蒸気圧の低下によってキャビティの成長が抑制される。この現象はキャビテーションの熱力学的効果と呼ばれる。熱力学的効果は水よりも液体水素、液体酸素などの極低温流体に発生するキャビテーションに対して顕著に現れることが知られている。例えば、液体ロケットエンジン用ターボポンプでは、水試験よりも極低温流体を用いた試験のほうが吸込性能が格段に向上している。このことから熱力学的効果の存在が確認できるが、その定量的予測はいまだ困難であり、旋回キャビテーションやキャビテーションサージなどの不安定現象への影響も明らかでない。

この熱力学的効果に関する最近の解析的研究に目を

向けると、Kato⁽¹⁾は翼面シートキャビティ周囲の熱移動を一次元非定常熱伝導解で表現する非常にシンプルな熱移動モデルを提唱し、Tokumasuら⁽²⁾は閉鎖形キャビティの外部流れのRANS解析にKato⁽¹⁾のモデルを導入し、閉鎖形キャビティの定常形状に対する熱力学的効果を調査している。また、Tani-Nagashima⁽³⁾は、Rayleigh Plesset 方程式に基づく気泡流モデルにおいて熱移動を考慮した数値解析を行っているが、これらの熱力学的効果を想定した数値解析の研究は現状ではまだ定常解析に限られている。

一方、著者らはこれまでに自由流線理論と特異点解法を組合せて、キャビティ長が変化する非定常キャビテーションの解析法を構築している。この解析法では、熱力学的効果は取扱われていないが、翼面キャビテーションの不安定現象⁽⁴⁾だけでなく翼列の旋回キャビテーションやキャビテーションサージの解析⁽⁵⁾にも有効であることが示されている。

そこで本研究では、Kato⁽¹⁾と同様の熱移動モデルを非定常に拡張して著者らの特異点解析法に適用することにより、翼列の部分キャビテーションに対する熱力学的効果の簡便な非定常解析法の構築を目的とする。本報では、その前段階として定常熱移動モデルを用いて定常解析を行い、Francら⁽⁶⁾の実験結果との比

* 原稿受付 2004年4月19日。

^{*1} 正員、九州大学大学院工学研究院(〒812-8581 福岡市東区箱崎6-10-1)。

^{*2} 大阪大学大学院基礎工学研究科。

^{*3} 正員、大阪大学大学院基礎工学研究科(〒560-8531 豊中市待兼山町1-3)。

E-mail: fmnabe@mech.kyushu-u.ac.jp

較を通してモデルの妥当性を評価した。

2. おもな記号

- A : 係数行列 [式(28)]
 α : 温度伝導率
 B : 定数ベクトル [式(28)]
 C : 翼弦長
 C_q, C_τ, C_{r2} : 吹出し, 渦の無次元強さ
 C_p : 比熱
 C_Q : キャビティ形成に必要な総蒸発量
 C_T, C_θ : 無次元温度上昇(降下)量
 f : 核関数 [式(2)]
 h : 翼ピッチ
 i : 虚数単位
 K_1, K_2 : 式(25), (9)で定義される定数
 K_P : $K_P = \varepsilon a/U$
 L : 蒸発潜熱
 l : キャビティ長
 N : 翼枚数
 n : 翼番号
 P_v : 飽和蒸気圧
 q : キャビティを表す吹出し
 q_τ : キャビティ表面の熱流束
 T : 温度
 U : 主流速度
 V : キャビティ表面上の局所蒸発速度
 u, v : x, y 方向の速度
 u_{cs} : キャビティ表面速度の偏差成分
 u_s, v_s : x, y 方向速度の偏差成分
 w : 共役複素速度
 x, y : 座標
 z : 複素座標 $= x + iy$
 α : 迎え角
 β : 食違い角
 γ_1, γ_2 : 翼を表す束縛渦
 ΔT : 温度上昇(降下)量
 ε : 乱流拡散係数
 η : キャビティ厚み
 λ : 熱伝導率
 ρ_L, ρ_V : 液相, 蒸気相の密度
 Σ^* : 熱力学パラメータ [式(26)]
 σ : キャビテーション数
 下付き添字
 n : 翼番号
 ∞ : 無限上流

Fig. 1 Model for present analysis

3. 基礎式

図1に示すように, 無限上流で流速 U , 迎え角 α の流れが, 翼弦長 C , 翼ピッチ h , 食違い角 β , 翼枚数 N の平板翼列に流入する場合を考える。それぞれの翼は渦 $\gamma_n(x)$ [$n=0, 1, \dots, N-1$] を翼面上に離散的に配置することで表現し, キャビティは長さ l_n の薄いシートキャビティを仮定し, 翼面上に吹出し渦 $q_n(x)$ を配置することで表現する。このとき複素速度は, 次式で表される。

$$\begin{aligned}
 w(z) = & u - iv = Ue^{-i\alpha} \\
 & + \frac{1}{2\pi} \sum_{n=0}^{N-1} \left[\int_0^{l_n} q_n(\xi) \cdot \left\{ f_n(z, \xi) + \frac{\pi}{Nh} e^{i\beta} \right\} d\xi \right. \\
 & + i \int_0^{l_n} \gamma_n(\xi) \cdot \left\{ f_n(z, \xi) + \frac{\pi}{Nh} e^{i\beta} \right\} d\xi \\
 & \left. + i \int_{l_n}^C \gamma_{2n}(\xi) \cdot \left\{ f_n(z, \xi) + \frac{\pi}{Nh} e^{i\beta} \right\} d\xi \right] \dots (1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f_n(z, \xi) = & \frac{\pi}{Nh} e^{-i(\pi/2-\beta)} \\
 & \times \cot \left[\frac{\pi}{Nh} (z - \xi) e^{-i(\pi/2-\beta)} - \frac{n\pi}{N} \right] \dots (2)
 \end{aligned}$$

これらを一様流 U と, それからの偏差 (u_s, v_s) に分離する。すなわち,

$$u = U + u_s, \quad v = U\alpha + v_s \dots (3)$$

ここで $\alpha \ll 1$, $U \gg |u_s|, |v_s|$ と仮定する。本解析ではこの仮定に基づき, 必要に応じて線形化を行う。

4. 境界条件と付帯条件

各翼面に生じるキャビティは十分薄いシートキャビティであると仮定し, 境界条件は翼面上で適用する。以下では, n 番めの翼に対する境界条件および付帯条件を示す。

4.1 キャビティ表面上の条件 熱力学的効果が問題となる場合は, キャビティ表面の温度降下のために, そこでの飽和蒸気圧は局所的に変化する。キャビティ前縁からの距離 x における温度 T_n と飽和蒸気圧 P_{vn} の関係を Clapeyron-Clausius の式を用いて表すと次のようになる。

$$P_{Vn}(x) - P_{V\infty} = \frac{dP_v}{dT} [T_n(x, 0) - T_\infty] \\ = \frac{L}{T_\infty} \frac{\rho_v \rho_L}{\rho_L - \rho_v} [T_n(x, 0) - T_\infty] \quad \cdots \cdots (4)$$

ここで、 L は蒸発潜熱、 ρ_L 、 ρ_v は液相、蒸気相の密度であり、添字 ∞ は無限遠方での値を示す。キャビティ表面と主流との温度差を次のように表現する。

$$\Delta T_n = T_n(x, 0) - T_\infty = \alpha T_\infty C_{Tn}(x, 0) \quad \cdots \cdots (5)$$

ただし、温度差 ΔT_n は微小であるとし、線形の範囲ではキャビティ厚みが迎え角に比例することから、温度差も迎え角に比例すると仮定している。このとき、 $\rho_v \ll \rho_L$ を考慮すると、式(4)は次のようになる。

$$P_{Vn}(x) - P_{V\infty} = \rho_v L \alpha C_{Tn}(x, 0) \quad \cdots \cdots (6)$$

線形化された x 方向の運動方程式を無限遠方よりキャビティ表面まで積分したものに式(6)を代入することにより、次式が得られる。

$$\frac{u_{csn}(x)}{U\alpha} = \frac{\sigma_\infty}{2\alpha} - K_2 C_{Tn}(x, 0) \quad \cdots \cdots (7)$$

ただし、キャビテーション数 σ_∞ と K_2 は次のように定義している。

$$\sigma_\infty = (P_\infty - P_{V\infty}) / (\rho_L U^2 / 2) \quad \cdots \cdots (8)$$

$$K_2 = \left(\frac{\rho_v}{\rho_L} \right) \frac{L}{U^2} \quad \cdots \cdots (9)$$

以上より、キャビティ表面上の境界条件は、式(1)から得られる速度 u と、式(7)の $u_{csn}(x)$ を連立させることで得られる。すなわち、

$$\text{Real} [w\{nhe^{-i(\pi/2-\beta)} + x + 0i\}] = U + u_{csn}(x) \quad \cdots \cdots (10)$$

4.2 キャビティ非存在部の翼面上 キャビティの存在しない負圧面および翼圧力面の流れは翼に沿うものとして、翼面に垂直な方向の速度は零($v=0$)とする。

$$\text{Imag} [w\{nhe^{-i(\pi/2-\beta)} + x - 0i\}] = 0 \quad (0 < x < l_n)$$

$$\text{Imag} [w\{nhe^{-i(\pi/2-\beta)} + x \pm 0i\}] = 0 \quad (l_n < x < C) \quad \cdots \cdots (11)$$

4.3 Kuttaの条件 翼後縁では、負圧面と圧力面の静圧が等しいと仮定すると、次式が得られる。

$$\gamma_{2n}(l_n) = 0 \quad \cdots \cdots (12)$$

4.4 キャビティの閉鎖条件 キャビティ厚み η_n は次のキャビティ表面の運動学的境界条件を積分することにより得られる。

$$U \frac{d\eta_n}{dx} = q_n(x) \quad \cdots \cdots (13)$$

キャビティ後縁でキャビティ厚みが零という条件を課すことにより、次式が得られる。

$$\eta_n(l_n) = \frac{1}{U} \int_0^{l_n} q_n(\xi) d\xi = 0 \quad \cdots \cdots (14)$$

Fig. 2 Heat conduction model on cavity surface

5. 熱移動のモデル化

4章までに、キャビティ表面に温度分布が生じた場合の力学的・運動学的境界条件とその付帯条件について定式化してきたが、肝心のキャビティ表面の温度分布を決定する式が不足している。ここでは、次の熱伝導モデルと蒸発量モデルを組合せてキャビティ内外の熱移動をモデル化する。

5.1 熱伝導モデル⁽¹⁾ 図2にキャビティ周囲の熱伝導モデルを示す。主流方向(x 方向)の熱伝導はキャビティ表面に垂直な y 方向の熱伝導に比べて小さく無視できるものと仮定し、 y 方向の熱伝導のみを考慮する。薄いキャビティの形成に伴う微小な温度上昇(降下)量を ΔT_n とすると、非粘性で内部発熱なしの場合の線形化されたエネルギー式は次のようになる。

$$\frac{\partial \Delta T_n}{\partial t} + U \frac{\partial \Delta T_n}{\partial x} = \varepsilon a \frac{\partial^2 \Delta T_n}{\partial y^2} \quad \cdots \cdots (15)$$

ここで、 a は温度伝導率である。また、 ε は乱流による熱エネルギー拡散の促進を表現するために用いたパラメータであり、以下ではKato⁽¹⁾と同様に乱流拡散係数と呼ぶ。この乱流拡散係数 ε は推定が困難であるため、本解析では後述するように実験結果から推定したものを用いる。本報では定常解析を行うので定常成分のみを考えると、式(15)は式(5)で定義される変数 C_{Tn} を用いて次のように表される。

$$U \frac{\partial C_{Tn}}{\partial x} = \varepsilon a \frac{\partial^2 C_{Tn}}{\partial y^2} \quad \cdots \cdots (16)$$

キャビティ前縁($x=0$)では温度降下量は零であるとする。キャビティ表面上の温度分布を $C_o(x)$ とし、式(16)を解析的に解くと、次のようになる。

$$C_{Tn}(x, y) = \frac{y}{2\sqrt{\pi K_F}} \int_0^x C_{on}(\xi) \frac{\exp\left[-\frac{y^2}{4K_F(x-\xi)}\right]}{(x-\xi)^{3/2}} d\xi \quad \cdots \cdots (17)$$

ここで $K_F = \varepsilon a / U$ としている。また式(17)を y で微分し $y \rightarrow 0$ の極限を求めることにより、キャビティ表面上での温度こう配を次のように表せる。

$$\lim_{y \rightarrow 0} \frac{\partial C_{Tn}(x, y)}{\partial y} =$$

Fig. 3 Control volume for continuity equation

$$-\frac{1}{\sqrt{\pi K_p}} \int_0^x \frac{dC_{qn}(\xi)}{d\xi} \frac{1}{(x-\xi)^{1/2}} d\xi \dots\dots\dots (18)$$

5・2 蒸発量モデル⁽²⁾ キャビティ内部の x 方向速度分布は翼面上で零であり、キャビティ表面流速まで直線速度こう配をもつものと仮定する。また、キャビティ内部では y 方向の速度成分はもたないものと仮定する。図3にこのモデルを示す。キャビティ内部の微小領域で連続の式は次のようになる。

$$-Vdx = \frac{1}{2} U'' \eta'' - \frac{1}{2} U' \eta' = \frac{1}{2} d(U\eta) \dots\dots\dots (19)$$

ここで V は局所的な蒸発速度である。微小キャビティ厚みの仮定より、 n 番めの翼について、 V は次式で表される。

$$V_n = -\frac{1}{2} U \frac{d\eta_n}{dx} \dots\dots\dots (20)$$

以上より、キャビティ表面上の熱流束 q_{tn} は次式で表される。

$$q_{tn} = \rho_v L V_n = -\frac{1}{2} \rho_v L U \frac{d\eta_n}{dx} = -\frac{1}{2} \rho_v L q_n \dots\dots\dots (21)$$

ここで、後述する $C_{qn} = q_n / U\alpha$ を用いると、式(21)は次のようになる。

$$q_{tn} = -\frac{1}{2} L \rho_v U \alpha C_{qn} \dots\dots\dots (22)$$

一方、式(18)で表される温度こう配を用いて熱流束を表すと、フーリエの法則より次のようになる。

$$q_{tn} = -\epsilon \lambda \frac{\partial T_n}{\partial y} \Big|_{y=0} = \frac{\epsilon \lambda \alpha T_\infty}{\sqrt{\pi K_p}} \int_0^x \frac{dC_{qn}(\xi)}{d\xi} \frac{1}{(x-\xi)^{1/2}} d\xi \dots\dots\dots (23)$$

ここで、 λ は熱伝導率である。これと式(22)より、次式が得られる。

$$\int_0^x \frac{dC_{qn}(\xi)/d\xi}{(x-\xi)^{1/2}} d\xi = -\frac{1}{2} K_1 \sqrt{\frac{\pi}{C\epsilon}} C_{qn} \dots\dots\dots (24)$$

ただし、 K_1 を次のように定義している。

$$K_1 = \frac{L}{C_p T_\infty} \left(\frac{\rho_v}{\rho_L} \right) \sqrt{\frac{C U}{a}} \dots\dots\dots (25)$$

ここで、 C_p は比熱を表す。 $C_\theta(x) = C_{tn}(x, 0)$ であるから、式(7)と式(24)より、作動流体の熱力学的効果

は次に示す熱力学パラメータ Σ^* に集約されることがわかる。

$$\Sigma^* = K_1 \cdot K_2 = \frac{L^2}{C_p T_\infty} \left(\frac{\rho_v}{\rho_L} \right)^2 \sqrt{\frac{C}{a U^3}} \dots\dots\dots (26)$$

このパラメータは Brennen⁽⁷⁾ が翼負圧面上を流下するキャビテーション気泡に対する熱移動から導いたものと等価であり、Stepanoff の B-factor に流束 U の影響が入ったものである。主流、すなわち翼列の回転数の影響が熱力学パラメータ Σ^* に含まれ、したがって熱力学的効果の存在下では解析結果が Σ^* を介して回転数に依存することに注意されたい。

6. 解析方法

各特異点分布の離散化は、堀口ら⁽⁸⁾ と同様の方法で行った。ただし、温度の未知量 $C_\theta(x)$ はキャビティ前縁と各離散点の中央に配置するようにした。また各特異点の強さに対して以下の量を定義する。

$$\left. \begin{aligned} C_{qn}(\xi) &= q_n(\xi) / U\alpha \\ C_{\gamma 1n}(\xi) &= \gamma_{1n}(\xi) / U\alpha \\ C_{\gamma 2n}(\xi) &= \gamma_{2n}(\xi) / U\alpha \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (27)$$

式(7)、(10)～(12)、(14)、(24)で表される境界条件と付帯条件を線形化し離散化すると、これらの条件は未知量を用いて次のように表される。

$$[A(l_n)] \begin{Bmatrix} C_{qn}(\xi) \\ \vdots \\ C_{\gamma 1n}(\xi) \\ \vdots \\ C_{\gamma 2n}(\xi) \\ \vdots \\ C_{\theta n}(\xi) \\ \vdots \\ \sigma/2\alpha \end{Bmatrix} = \{B\} \dots\dots\dots (28)$$

ただし $A(l_n)$ は係数行列、 B は係数ベクトルを表す。

本解析では、上流での温度と流れ場の条件から $\sigma/2\alpha$ と K_1 , K_2 を与え、キャビティ長 l_n を決定する。このとき、式(10)の右辺の $u_{csn}(x)$ が式(7)と式(24)を通してキャビティ表面の温度分布と関係付けられるため、式(28)よりキャビティ長 l_n は K_1 , K_2 にはらず熱力学パラメータ Σ^* と $\sigma/2\alpha$ の関数となることがわかる。

実際の計算は以下の手順を通して行われる。まず、キャビティ長さ l_n を仮定し、式(28)から閉鎖条件を除いた式で他の未知量を決定する。そして、得られた未知量を閉鎖条件に代入し、閉鎖条件が満足されるかどうかを確認する。閉鎖条件が満足されない場合には、キャビティ長さ l_n の補正を行い、閉鎖条件が満足

Fig. 4 Numerical results for steady cavity length in the case of R-114 [$C/h=2.0$, $\beta=78.8^\circ$, $\alpha=4.32^\circ$ and $\varepsilon=2000$]

Fig. 5 Experimental results for cavity length in the case of R-114 and cold water [Franc et al.⁽⁶⁾ (2003)]

されるまで以上の手順を繰返す。

7. 解析結果と考察

本解析では各翼面に生じるキャビティを別々に取扱っているため、交互翼キャビテーションなどの各翼で長さが異なるキャビテーションの解析も可能であるが、以下ではすべてのキャビティ長が等しい等長キャビテーションに対する解析結果について述べる。

図4はキャビテーション数に対するキャビティ長を示した計算結果で、図5はFrancら⁽⁶⁾によって行われたインデューサの実験結果であり、ともにR-114を作動流体としている。実験では、キャビティ長の測定はインデューサのハブとティップの中央で行われているため、この半径位置での二次元展開面を模擬した翼列に対する解析を行った。インデューサを表す翼列の形状としては食違い角を 78.8° 、翼弦比を2.0とし、迎え角を 4.32° とした。計算は主流温度が310 Kと290 Kの場合について行った。パラメータ K_1 , K_2 中

Fig. 6 Distribution of the quantity of the source along the cavity surface in the case of R-114, 290 K

の翼弦長は $C=0.203\text{m}$ とし、主流速度は5000 rpmで $U=34.0\text{m/s}$ としている。乱流拡散係数 ε は熱力学的効果によるキャビティ長の減少が実験と定量的に同程度となるよう、ここでは2000とした。実験でのキャビテーション数が翼端周速に基づいて定義されているので、図4の解析結果においても σ はこの定義に従った。

図4より、主流温度が高い場合のほうが熱力学的効果が強く作用してキャビティが短縮していることがわかる。これは図5に示すように実験結果の傾向と一致している。しかし、解析結果では、低キャビテーション数の領域でキャビテーション数の減少に伴うキャビティ長の増加率が大きくなる傾向が見られ、実験結果の傾向とは異なっている。

この実験との定性的な不一致を解消するために、蒸発量モデルの修正を考える。図6は290 Kで σ が0.2と0.6の場合に対する n 番目の翼のキャビティの無次元吹出し量 C_{qn} の分布を示している。式(22)よりわかるように、 C_{qn} はキャビティ表面からの熱流束と対応しており、 $C_{qn}>0$ は蒸発、すなわち吸熱を、 $C_{qn}<0$ は凝縮、すなわち発熱を表している。図6から、前縁では蒸発のため吸熱し、後縁では凝縮のため発熱していることがわかる。理想的には、凝縮によりキャビティの後縁が閉じると考えるが、実際には発生した蒸気の全量が凝縮するわけではなく、一部はクラウドキャビティとなって下流へと流れていくと考えられる。そこで以後の解析では、前縁側の蒸発による吸熱のみを扱い、後縁近傍での凝縮による発熱を無視する。

次に、修正前の蒸発量モデルによる解析結果より、任意のキャビティ長での全蒸発量とキャビティ長の関係を近似的に求める。キャビティの形成に必要な蒸気

Fig. 7 Vapor flow coefficient required for formation for cavity

の発生の流量係数 C_q を次式で定義する。

$$C_q = \frac{1}{UC} \int_0^x (-V) d\xi = \frac{1}{UC} \int_0^x \frac{1}{2} U \alpha C_{qn}(\xi) d\xi \quad \dots\dots\dots (29)$$

ただし, $0 \leq \xi \leq x$ で $C_{qn} > 0$ であるとし, この区間で積分を行う。

図7に本解析結果より C_q を求めたもの (Before modification) を示す。図7には, Franc ら⁽⁶⁾ が引用している Kamono ら⁽⁹⁾ による単独翼で行われたガスキャビティのガス量とキャビティ長のおよその関係式

$$C_q = 0.0104 (l_n/C)^{1.5} \quad \dots\dots\dots (30)$$

もプロットしている。図7から, 本解析結果より得られた C_q は熱力学的効果にはほとんどよらないことがわかる。このとき, C_q とキャビティ長の相関式を近似的に求めると, 次式のようになった。

$$C_q = 0.013 (l_n/C)^{0.5} \quad \dots\dots\dots (31)$$

式(30)と式(31)における (l_n/C) の指数の違いから, 本研究における蒸発量モデルでは, キャビティ長の変化に対する蒸発量の変化が小さいことがわかる。キャビティ長が長くなるにつれて, キャビティ後縁から放出されるクラウドキャビティの量も増加し, 同じキャビティ長を維持するためには, より多くの蒸発が必要となることが推測されるが, 修正前の蒸発量モデルでは, クラウドキャビティのための蒸発量を考慮できていないために, 以上のような差異が生じるものと考えられる。そこで, 式(30)と式(31)中の (l_n/C) の指数が一致するように, 式(24)の右辺にキャビティ長 (l_n/C) を掛ける修正を加える。

図8に蒸発量モデルの修正を加えた後のキャビテーション数に対するキャビティ長の分布を示す。実験値と定量的に同様の結果が得られるように, ϵ の値は250としている。図5の実験結果と比較すると両者の

Fig. 8 Numerical results for steady cavity length in the case of R-114, [$C/h=2.0$, $\beta=78.8^\circ$, $\alpha=4.32^\circ$ and $\epsilon=250$]

Fig. 9 Numerical results for temperature depression in the case of R-114, [$C/h=2.0$, $\beta=78.8^\circ$, $\alpha=4.32^\circ$ and $\epsilon=250$]

Fig. 10 Experimental results for temperature depression with R-114 [Franc et al.⁽⁶⁾ (2003)]

傾向はよく一致している。また, このときのキャビティの形成に必要な蒸気発生の流量係数 C_q を図7 (After modification) に示す。これより,

$$C_0 = \frac{1}{UC} \int_0^x \left(-\frac{l_n}{C} V \right) d\xi = 0.013 (l_n/C)^{1.5} \quad \dots\dots\dots (32)$$

が得られ ($0 \leq \xi \leq x$ が蒸発区間), 熱力学的効果によらず Kamono ら⁽⁹⁾ の結果とよく一致している。

また, Franc ら⁽⁶⁾ は, 次式に従いキャビティ長に対する温度降下量を推定している。

$$\frac{1}{2} \rho_l U^2 (\sigma_c - \sigma) = -\frac{dP}{dT} \Delta T \quad \dots\dots\dots (33)$$

ここで σ_c は, ある任意のキャビティ長になる常温の水の場合のキャビテーション数で, 本解析では熱力学的効果を含まない場合のキャビテーション数に相当する。本解析で式(33)を用いて温度降下量を推定すると図9のようになる。

一方, 図10に実験値から算出されたキャビティ長に対する温度降下量を示す。縦軸の温度降下量が解析結果では5倍ほど大きくなっているが, キャビティ長に対して温度降下量が右上がりに増加している点や, 主流温度が大きいかほど温度降下量が大きくなっている点, さらにインデューサ回転速度を増加させた場合に, 温度降下量が大きくなる点など, 本解析結果は実験と同様の傾向を示している。

8. 結 言

本報では, 翼列の部分キャビテーションに対する熱力学的効果の非定常解析法の構築を視野に入れた熱移動モデルを提案し, その妥当性を定常解析により検証した。得られた知見・結果を以下にまとめる。

(1) キャビティ外部に一次元非定常熱伝導解を用いた熱伝導モデルを採用し, 蒸発量と蒸発熱による熱流束を関係付けた蒸発量モデルと組合せることにより, キャビティ表面の局所温度を解析的に取扱うことが可能となった。また, この局所温度に基づく局所キャビテーション数を特異点法の境界条件に適用することにより, 熱力学的効果を考慮した翼列のキャビテーションの解析法を構築・提案した。

(2) 本解析法では熱力学パラメータ Σ^* によって熱力学的効果は集約され, したがって翼列形状が与えられた場合にキャビティ長が $\sigma/2\alpha$ と Σ^* のみの関数となることがわかった。

(3) 蒸発量モデルに, キャビティ後縁の発熱を無視する変更と, Kamono ら⁽⁹⁾ による実験結果と同じ蒸発量とキャビティ長の関係になるように修正を加えることで, 本解析結果と Franc ら⁽⁶⁾ によるインデューサの実験結果が定性的に一致した。

本研究では, 解析的にモデル化が行われているが, 蒸発量や乱流拡散係数 ε は実験値を用いて推定しており, これらの値の妥当性については, 今後も検討が必要である。特に後者については, その定量的予測が本解析を設計問題に活用するうえでの重要な課題であり, 極低温流体を用いた実験結果の集積や物理モデルの構築が待たれる。また, 本解析モデルは比較的容易に非定常解析に拡張できるが, これについては次報の課題としたい。

なお, 本研究の一部は平成15年度小宮助成金, ならびに文部科学省科学研究費補助金の補助を受けた。また, 大阪大学大学院基礎工学研究科の弓場大輔氏には本研究の遂行に多大なご尽力を賜った。ここに記して謝意を表す。

文 献

- (1) Kato, H., *ASME FED*, **16** (1984), 127-136.
- (2) Tokumasu, T., ほか2名, *CAV2003*, GS-16-003 (2003).
- (3) Tani, N. and Nagashima, T., *Proc. 4th Int. Conf. Launcher Technol.*, (2002), 1-11.
- (4) 渡辺聡・ほか3名, 機論, **65**-634, B (1999), 1927-1933.
- (5) 堀口祐憲・ほか3名, 機論, **65**-636, B (1999), 2672-2680.
- (6) Franc, J. P., ほか2名, *CAV2003*, GS-16-001 (2003).
- (7) Brennen, C. E., *Hydrodynamics of Pumps, Concepts ETI*, (1995), 142, Inc and Oxford University Press.
- (8) 堀口祐憲・ほか3名, 機論, **64**-623, B (1998), 1997-2003.
- (9) Kamono, H., ほか3名, *ASME FED*, **153** (1993), 183-189.