管内を伝ばする比較的強い衝撃波の管開口端からの放射によって
誘起される流れ*入江 司^{*1}, 樫村 秀男^{*1}, 瀬戸口 俊明^{*2}Flow Induced by the Emission of a Comparatively Strong Shock Wave from
an Open-End of a TubeTsukasa IRIE^{*3}, Hideo KASHIMURA and Toshiaki SETOGUCHI^{*3} Kitakyushu National College of Technology,
5-20-1 Shii, Kokuraminami-ku, Kitakyushu-shi, Fukuoka, 802-0985 Japan

When the shock wave propagating along the straight circular tube reaches at the open end, the spherical shock wave is generated by the emission of a shock wave from an open end and the unsteady jet is formed near the open end behind the spherical shock wave. The shock strength of spherical shock wave is dependent on the shock Mach number in the tube, and it attenuates with propagation distance from the open end. In this study, the flow induced by the emission of a comparatively strong shock wave from an open end of a tube with the infinity flange is analyzed numerically by the TVD method. As a result, it is concluded that the asymptotic position and diameter of Mack disk of unsteady jet are equal to the steady jet corresponding the pressure ratio. In addition, the relationship between strength of spherical shock wave and Mach number of incident shock wave is clarified from viewpoints of the characteristics of attenuation and directivity for the spherical shock wave.

Key Words: Compressible Flow, Shock Wave, Unsteady Flow, Numerical Analysis, Spherical Shock Wave, TVD

1. ま え が き

管内を伝ばする圧縮波や弱い衝撃波が管の開口端から放射される現象は、ディーゼルエンジンの排気騒音⁽¹⁾や高速列車におけるトンネル出口での衝撃音⁽²⁾, 圧力波の波動を利用した過給機⁽³⁾, パルス燃焼器⁽⁴⁾, パルスジェットフィルタ⁽⁵⁾など種々の産業機器の開発に関連して重要であり, これまで多くの研究がなされてきた^{(6)~(9)}. 著者らは既報において, 空力音響理論を用いた解析⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾や数値解析と衝撃波管を用いた実験⁽¹²⁾⁽¹³⁾により, 管外に発生するパルス状圧力波の特性を明らかにしているが, いずれの場合も過剰圧の小さい圧縮波や弱い衝撃波に着目している.

一方, 化学工場等における可燃性気体や火薬貯蔵庫の爆発に関し⁽¹⁴⁾⁽¹⁵⁾, 安全工学上の観点から比較的強い衝撃波を考え, 爆発時の保安距離を見積もる指向性を考慮した球面衝撃波の強さを定式化することが重要である. また, 次世代の推進装置の一つとしてパルスドネーションエンジン(PDE)の開発が注目されて

いる^{(16)~(19)}. PDEでは, 比較的強い衝撃波が開口端に達すると管内の気体が高速で管外に放出される. よって, PDEの推力増加や安定した動作を確保するためには, 衝撃波マッハ数を系統的に変化し, 開口端近傍の流れ場の変化を詳細に調査することが重要であると考えられる.

小原ら⁽²⁰⁾は, 衝撃波マッハ数 M_s が 3.0 から 5.2 の範囲で実験的な研究を行っており, この場合の開口端における流れのマッハ数 M_e は約 1.35 以上で 1 よりかなり大きな値である.

本研究では, 爆発時の保安距離の予測や PDE の推力増加や安定した動作を確保するための機器開発のために, 管内を伝ばする衝撃波が比較的強い場合を取扱い, 開口端での流れのマッハ数が 1 に近い範囲に対応する衝撃波マッハ数 M_s が 1.25 から 2.5 の範囲で数値解析を行った. 数値解析結果より, 開口端近傍に形成される噴流構造および管外に放射される球面衝撃波に関して考察を加え, 球面衝撃波の距離減衰特性と指向特性を明らかにしたうえで, 強さに関する定式化をはかった.

2. 記号および数値解析方法

2・1 記号 無限大さきのフランジを開口端にも

* 原稿受付 2003年9月18日.

^{*1} 正員, 北九州工業高等専門学校(☎802-0985 北九州市小倉南区志井5-20-1).^{*2} 正員, 佐賀大学理工学部(☎840-8504 佐賀市本庄町1).

E-mail: irie@kct.ac.jp

Fig.1 Schematic explanation of propagating shock wave emitted from open end

つ直管内を開口端に向けて伝ばする衝撃波を考える。図1は本研究で用いた記号および管外に形成される流れ場の一例を示している。伝ばする衝撃波が比較的小さい場合には管外にパルス波を形成するが、伝ばする衝撃波の強さの増加とともにパルス波は球面衝撃波(SS)に変化し、開口端出口では非定常噴流が形成される。気体の比熱比が $\kappa=1.4$ の場合、 $M_s=1.35$ 以上では開口端の流れが音速に達し⁽²¹⁾、開口端から下流で流れはさらに加速される。図1に示す流れ場では噴流境界(JB)の内側にバレル衝撃波(BS)、第2衝撃波(AS)および三重点(TP)が生じる。この第2衝撃波は球面衝撃波背後の圧力とノズル出口から加速された流れの圧力を調節するものであり、後退衝撃波である。この第2衝撃波は超音速自由噴流のマッハディスクに対応するものであるが、両者を区別するために本研究では以下、調節衝撃波と記す。また、球面衝撃波と調節衝撃波の間には、伝ばする衝撃波によって管外に押し出された管内の気体と管外の気体との境界を示す接触面(CS)が観察される。さらに、バレル衝撃波と調節衝撃波の干渉によって形成された反射衝撃波(RS)の背後には渦輪(VR)ができ、渦輪内には渦によって誘起された第3の衝撃波(VS)が生成される。

本研究では、内径 D の管内を伝ばする衝撃波のマッハ数を M_s とし、波面背後の圧力 p_2 、大気圧 p_1 とする。また、球面衝撃波のマッハ数を M_{sp} 、調節衝撃波の開口端からの位置および直径をそれぞれ x_M, d_M 、渦輪の中心の開口端からの位置および中心軸からの距離をそれぞれ x_V, y_V とする。

2.2 数値解析方法 本研究では比熱比 $\kappa=1.4$

の気体を考え、管径 D および添字1で示す衝撃波前方の静止気体の状態で気次元化された軸対称圧縮性非定常方程式をHarten-YeeのTVDスキーム⁽²²⁾によって解いた。用いた基礎方程式、境界条件および無次元化の方法等は既報⁽¹⁰⁾と同じである。計算では M_s を1.25から2.5まで変化させ、また中心軸を含む断面において、 $D/80$ を一边とする矩形格子を用いた。計算の初期条件として直管内に衝撃波マッハ数 M_s で伝ばする衝撃波において、衝撃波背後の圧力 p_2 等の状態量をランキン・ユゴニオの式で与えた。

後述する計算結果において、経過時間 t' は管内を伝ばする衝撃波が管開口端に到達したときを $t'=0$ とし、比熱比 κ と衝撃波前方の静止気体の音速 a_1 を用いて $t' = t / (\sqrt{\kappa} D / a_1)$ で定義されている。

3. 結果と考察

3.1 衝撃波の放出によって開口端に形成される噴流の特性

文献(23)をもとに導出した、伝ばする衝撃波のマッハ数 M_s と開口端における流れのマッハ数 M_e との関係を図2の実線で示す。開口端における流れは、 $M_s=1.35$ で音速に達し、その後 $M_s > 2.07$ で超音速となる。よって、マッハ数 M_s で管内を伝ばする衝撃波が開口端から放出された場合、 $1.35 \leq M_s < 2.07$ では、開口端での流れのマッハ数 $M_e=1$ の音速噴流、 $M_s > 2.07$ では $M_e > 1$ の超音速噴流が開口端に形成されと考えられる。また図2中に破線で示す曲線は、 M_s と無次元圧力 ϕ との関係を示すもので、 ϕ は開口端における無次元圧力 p_e/p_1 と M_e を用いて、次式により定義されている。

$$\phi = \frac{p_e}{p_1} \left[1 + \frac{\kappa-1}{2} M_e^2 \right]^{\kappa/(\kappa-1)} \dots\dots\dots (1)$$

上式において、 p_e/p_1 は M_s の違いにより次式で与えられる⁽²³⁾。

$$\frac{p_e}{p_1} = \begin{cases} 1 & (M_s \leq 1.35) \\ \left[\frac{2 + (\kappa-1)M_s^2}{2 + (\kappa-1)} \right]^{2\kappa/(\kappa-1)} \left[1 + \frac{2\kappa}{\kappa+1} (M_s^2 - 1) \right] & (1.35 < M_s \leq 2.07) \\ \left[1 + \frac{2\kappa}{\kappa+1} (M_s^2 - 1) \right] & (M_s > 2.07) \end{cases} \dots\dots\dots (2)$$

また、 $1 + [(\kappa-1)/2] M_e^2$ は、等エントロピー流れにおける圧力の関係を与える式で、よどみ点圧力で無次元化された流れのマッハ数 M_e における無次元圧力の逆数を示す。すなわち、この流れにおけるよどみ点圧力を p_0 とすれば、 $\phi = p_0/p_1$ である。

M_s および M_e の変化による、噴流構造の違いを明

Fig. 2 Relationship between shock Mach number M_s and M_e

(a) $M_s = 1.25$ (b) $M_s = 1.6$ (c) $M_s = 1.9$ (d) $M_s = 2.5$

Fig. 3 Pressure distribution along axis, density contours and computer shadow graph showing the effect of M_s

らかにするために、 $M_s = 1.25$ [$M_e = 0.75 (< 1)$], 1.6, 1.9 (ともに $M_e = 1$), および 2.5 [$M_e = 1.20 (> 1)$] の場合の流れ場を図 3 に示す。いずれの M_s においても開口端から放射された衝撃波が中心軸上 ($y = 0$) においておおむね $x/D \approx 3.5$ の位置に到達した時刻での状態を示している。上段は中心軸上の圧力分布、中段は管中心軸を含む断面の等速度線、下段は計算によって求められた中心軸を含む断面での密度値を利用して軸対称流れ場に適用した方法⁽²⁴⁾ により作成したシャドウグラフ像である。

図 3(a) で示す $M_s = 1.25$ の弱い衝撃波が開口端から放出された場合、A で示すパルス波が形成される。この場合、パルス波の背後では、圧力 $p' (= p/p_1)$ が 1.08 から 1.04 まで急激に減少している。図 3(b),

Fig. 4 Diameter and location of the adjustment shock wave

(c) のように M_s の増加とともに、このような波面直後の急激な圧力の減少は見られなくなる。例えば、図 3(c) に示す $M_s = 1.9$ の場合、B で示す球面波の波面位置 $x/D \approx 3.5$ から、C で示す調節衝撃波の位置 $x/D \approx 1.5$ まで p' は約 1.4~1.2 に保たれている。

図 4 は、 $M_s = 1.9$ ($M_e = 1$, $\phi = 6.83$) および 2.5 ($M_e = 1.20$, $\phi = 17.2$) について、経過時間 t' と調節衝撃波の無次元位置 x_M/D および無次元直径 d_M/D との関係を示す。時間の経過とともに調節衝撃波は開口端から下流に移動するが、 $t' = 3$ 以降はそれぞれ $x_M/D = 1.73, 2.64$ の位置に定在する。また、直径は時間の経過とともに小さくなり、同様に $t' = 3$ 以降はそれぞれ $d_M/D = 0.42, 1.4$ の一定値となる。これらの値をそれぞれ添字 st をつけて $(x_M/D)_{st}$, $(d_M/D)_{st}$ とする。

図 5 に調節衝撃波の定在位置 $(x_M/D)_{st}$, そのときの直径 $(d_M/D)_{st}$ と M_s との関係を示す。横軸には M_s に対して式 (1) により導出される ϕ を併記している。図 5 中の $\bullet$ 印は開口端にフランジのない場合の Ishii らの実験結果⁽²³⁾ である。 $\circ$ 印は音速ノズルによる自由噴流中のマッハディスクに対する Addy⁽²⁵⁾ の実験結果 $(x_M/D)_{fs}$, $(d_M/D)_{fs}$ を示したもので、貯気圧と背圧の圧力比 (これを ϕ_{fs} とする) を式 (1) の ϕ において図 5 中に併記している。また、定在する調節衝撃波はおおむね $M_s = 1.6$ 以上で形成され、これに相応する ϕ の値は約 3.7 である。この値を図 5 中に破線で記入している。

図 5 より $M_s < 2.07$ ($M_e = 1$) では、いずれの M_s に対しても、伝ばする衝撃波が管開口端から放射されたときの衝撃波背後の流れ場に形成される調節衝撃波の

Fig. 5 Characteristic of adjustment shock wave at steady condition

Fig. 6 Density contours ($M_s=2.1$)

定位置 $(x_M/D)_{st}$ とそのときの直径 $(d_M/D)_{st}$ は, ϕ を ϕ_{fj} に対応させることにより自由噴流のマッハディスクにおける値 $(x_M/D)_{fj}$, $(d_M/D)_{fj}$ とほぼ同じ結果となることが明らかになった. Ishii らの実験結果とのわずかの違いは, 開口端におけるフランジの有無による影響と考えられる.

図6は $M_s=2.1$ の場合の管中心軸を含む断面の等密度を示す. 図6より渦輪(VR)部分は密度が低いことがわかる.

図7は, この条件における経過時間 t' による渦輪の変化を密度分布で示す. 上段は管中心軸を含む断面の等密度線, 下段は上段の等密度図において一点鎖線で示す渦輪の中心 V_c を通る x 方向の密度分布を示す. 図7(a)~(d)のいずれの状態においても渦輪の中心

Fig. 7 Density distribution through the center of vortex ring ($M_s=2.1$)

Fig. 8 Location of center and size of vortex ring ($M_s=2.1$)

V_c が最も密度が低い. 図7(b)に示すように, 点 V_c に対応する密度分布上の点 V'_c を中心とする密度の減少領域を L_v とする.

図8は経過時間 t' と渦輪中心 V_c の開口端からの無次元距離 x_V/D , 管中心軸から無次元距離 y_V/D および L_V/D の関係を示す. 図8中に示す○△印は, Ishii らの実験結果⁽²³⁾ を実時間から本研究で定義した無次元時間に変換したものである. 図8より時間の経過に伴って, 渦輪は大きさを拡大しつつ, 中心軸からの距離を広げながら下流方向に移動することがわか

Fig. 9 Pressure distribution along axis of tube ($M_s = 1.9$)

Fig. 10 Characteristic of attenuation of spherical shock wave with distance

る。

図9は $M_s = 1.9 (M_e = 1)$ の管中心軸上の圧力分布を経過時間で示す。図9中の記号●は、式(1)より求めた $M_s = 1.9$ に対する ϕ の値6.83を ϕ_{fj} とおき、Admsonらの特性曲線法⁽²⁵⁾により算出された音速自由噴流における等エントロピー流れの管中心軸上の圧力分布を示す。図9より衝撃波背後の非定常流における管中心軸上の圧力分布のうち、記号Eで示す管出口からFで示す調節衝撃波前面までは、 ϕ を ϕ_{fj} に対応させた自由噴流の値と同じであることがわかる。

3.2 球面衝撃波の強さ 図10に管中心軸上での球面衝撃波のマッハ数 M_{sp} の減衰特性を、定在する調節衝撃波が形成される $M_s = 1.6$ 以上に対して求めた結果を示す。横軸は中心軸上での開口端からの無次

Fig. 11 Relationship between $(M_{sp} - 1)/(M_s - 1)$ of spherical shock wave and r/D with azimuth angle θ

元距離 r/D 、縦軸は球面衝撃波のマッハ数 M_{sp} と管内における衝撃波のマッハ数 M_s の比 M_{sp}/M_s で示す。 M_{sp} は球面衝撃波の局所的な伝ば速度より算出している。

開口端から放射された衝撃波は、その強さに依存せ

Fig. 12 Relationship between attenuation coefficient α and with azimuth angle θ with Mach number M_s

ずおよそ $r/D=0.73$ まで M_{SP} は M_s に等しい〔後述のため、この値を $(r_0/D)_{\theta=0}$ とする〕。これは開口端のコーナで発生した衝撃波の回折が管の中心軸まで及んでいないためである。その後は距離の増加とともに M_{SP} が減少し、また、 M_s が大きいほど距離に対する減衰の割合が大きくなることがわかる。

図 11 に方位角 $\theta=0, 30, 45^\circ$ および 60° における球面衝撃波マッハ数 M_{SP} の減衰特性に関する数値計算結果を●印で示す。縦軸は片対数目盛とし、遠距離場と思われる $r/D > 1.5$ について示している。図 11 より $(M_{SP}-1)/(M_s-1)$ の値はいずれの θ および M_s についても、距離の増加とともに片対数目盛上では直線的に変化する。このことより、球面衝撃波のマッハ数 M_{SP} に関する式として次式を得る。

$$M_{SP} = (M_s - 1) \exp \left[-\frac{(r/D) - (r_0/D)_\theta}{\alpha} \right] + 1 \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 α は球面衝撃波の減衰係数である。図 11 の結果を用いて、最小二乗法により $(r_0/D)_\theta$ および α を求めると、数値計算の範囲内では次のようになる。ここで、 θ の単位は rad である。

$$(r_0/D)_\theta = (r_0/D)_{\theta=0} + 0.252\theta \\ = 0.73 + 0.252\theta \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\alpha = (1 - 0.612\theta)(1 + 0.321M_s) \quad \dots\dots\dots (5)$$

式(3)は $r=r_0$ で $M_{SP}=M_s$ 、 $r=\infty$ で $M_{SP}=1$ となっている。式(5)の関係を図 12 に示す。図 12 より α は θ が大きいほど小さくなる。また、 M_s が大きいほどその傾きが大きくなる。このことは、 M_s が大きい

Fig. 13 Mach number M_{SP} of spherical shock wave ($M_s=2.1$)

ほど球面衝撃波の方位による指向性が強いことを示している。参考のため、図 12 中には内部を加圧した直径 D の球状隔膜の破裂によって生じる強さ M_s の球面衝撃波(無指向性)の減衰係数⁽²⁷⁾ の値を各 M_s に対する直線上に○印で示している。この場合、破膜により形成される衝撃波の初期のマッハ数を M_s とすれば減衰係数は、 $M_s=1.9$ では $\alpha=1.26$ 、 $M_s=2.5$ では $\alpha=1.66$ である。

図 13 は、式(3)から式(5)を用いて $M_s=2.1$ の場合について、 θ に対する M_{SP} の関係を求めたものである。図 13 中には記号○で示す数値計算結果および衝撃波が管の開口端に到達してからの経過時間を併記している。図 13 より減衰係数 α を含む式(3)から式(5)は数値解析結果とよく一致しているといえる。図 13 より、例えば $M_s=2.1$ の衝撃波の場合、時刻 $t'=1.03$ では球面衝撃波は $\theta=0^\circ$ 方向においては $r/D=2.3$ の位置にあり、その強さは $M_{SP}=1.42$ 、 $\theta=60^\circ$ 方向においては $r/D=2.1$ にあり、その強さは $M_{SP}=1.19$ である。なお図 13 中の一点鎖線は前述の図 12 で示した球面衝撃波(無指向性)の減衰特性を文献(27)により算出し、示している。図 13 より管開口端に無限フランジをもつ直径 D の直管より放出される球面衝撃波の強さについて、 $\theta=30^\circ$ から 45° に分布する M_{SP} の値が直径 D の球状隔膜の破裂によって形成される指向性のない球面衝撃波の強さにほぼ等しいことがわかる。

4. 結 論

管内を伝ばする比較的強い衝撃波の管開口端からの放射によって形成される流れ場を TVD 法により数値

解析し、球面衝撃波と非定常噴流の特性について考察を行った。本研究で得られたおもな結果を要約すると、次のとおりである。

(1) 開口端近傍に形成される非定常噴流中の調節衝撃波は、おおむね無次元時間 $t'=3$ において定在する。

(2) 定在する調節衝撃波の位置と直径は、式(1)で示す圧力比 ϕ を自由噴流の圧力比 ϕ_f と対応させることにより、自由噴流のマッハディスクに関する値とほぼ同じとなる。

(3) 反射衝撃波の先端後方に形成される渦輪は、図8に示すとおり、時間の経過とともに大きさを拡大しつつ、開口端からの距離および中心軸からの距離を広げながら下流に移動する。

(4) 非定常噴流中の中心軸上の圧力分布は、式(1)の圧力比 ϕ を用いて算出された自由噴流における等エントロピー流れの管中心軸上の圧力分布と一致する。

(5) 衝撃波マッハ数 $M_s=1.6$ から 2.5 の伝ばする衝撃波に対して成り立つ、球面衝撃波のマッハ数 M_{SP} を表す式を式(3)、(4)のように定式化し、そのときの減衰係数 α を式(5)で与えた。

(6) 衝撃波マッハ数 $M_s=2.1$ の場合、方位角 $\theta=30^\circ$ から 45° における M_{SP} の値は、球状隔膜の破裂に伴う無指向性の球面衝撃波の強さにほぼ等しい。

文 献

(1) Matsumura, S., ほか2名, Shock Waves@Marseille, III

- (1995), 367-372.
 (2) 小沢智, 鉄道技術研究報告, No. 1121 (1979).
 (3) Croes, N., *Proc. 11th Int. Symp. Shock Tubes Waves*, (1977), 36-55.
 (4) Eidelman, S., ほか2名, *Shock Waves*, II (1992), 1283-1288.
 (5) Ruppert, K. A., ほか1名, *Ger. Chem. Eng.*, **7** (1984), 345-349.
 (6) Abe, A., ほか1名, *JSME Int. J.*, **33-2** (1990), 216-223.
 (7) Setoguchi, T., ほか3名, *Natl. Symp. Shock Wave Phenomena*, (1989), 31-40.
 (8) 中山博愛・ほか3名, 機論, **66-646**, B (2000), 1387-1391.
 (9) 中山博愛・ほか3名, 機論, **66-648**, B (2000), 2022-2027.
 (10) 松尾一泰・樫村秀男・ほか2名, 機論, **58-546**, B (1992), 331-337.
 (11) 樫村秀男・ほか3名, 機論, **60-569**, B (1994), 71-77.
 (12) 樫村秀男・ほか3名, 機論, **60-575**, B (1994), 2293-2299.
 (13) 樫村秀男・ほか4名, 機論, **65-633**, B (1999), 1665-1670.
 (14) 加藤肇・ほか3名, 平成14年度衝撃波シンポジウム講演論文集, (2003), 437-438.
 (15) 水田有人・ほか12名, 平成14年度衝撃波シンポジウム講演論文集, (2003), 241-244.
 (16) Kailasanath, K., *AIAA J.*, **38-9** (2000), 1698-1708.
 (17) Endo, T. and Fujiwara, T., *Trans. Jpn. Soc. Aero. Space Sci.*, **45-150**, B (2003), 249-254.
 (18) 河合宗司・ほか2名, 日本航空宇宙学会論文集, **51-590** (2000), 96-102.
 (19) Kailasanath, K., *AIAA J.*, **41-2** (2003), 145-159.
 (20) 小原哲郎・ほか3名, 機論, **68-668**, B (2002), 1036-1043.
 (21) 生井武文・松尾一泰, 衝撃波の力学, (1983), 120-121, コロナ社.
 (22) Yee, H. C., *NASA Tech. Mem.*, 89464 (1987).
 (23) Ishii, R., ほか3名, *J. Fluid Mech.*, 392 (1999), 129-153.
 (24) 中山博愛・ほか2名, 可視化情報学会誌, **22-Suppl. 1** (2002), 259-262.
 (25) Addy, A. L., *AIAA J.*, **19-1** (1981), 121-122.
 (26) Adamson, T. C., ほか, *J. Aero/Space Sci.*, (1959), 16-24.
 (27) Aizik, F., ほか, *AIAA J.*, **39-5** (2000), 969-971.