直線直交格子を用いたパーシャルセル法による
筒内定常流の計算と PIV 計測による検証*高橋 易資^{*1}, 野村 友和^{*2}
石間 経章^{*3}, 小保方 富夫^{*3}Numerical Analysis on Steady State In-Cylinder-Flow by Partial Cells in
Cartesian Coordinate Method and Verification with PIV MeasurementYasushi TAKAHASHI, Tomokazu NOMURA,
Tsuneaki ISHIMA^{*4} and Tomio OBOKATA^{*4} Department of Mechanical System Engineering, Gunma University,
1-5-1 Tenjin, Kiryu-shi, Gunma, 376-8515 Japan

A computational fluid dynamics (CFD) code with partial cells in Cartesian coordinate (PCC) method has been developed. The merit of this method is that input data preparation time is extremely short because computational mesh data are separated from geometry data. However, a general Cartesian coordinate method has a big subject in calculation accuracy. One of the factors is precision in geometry expression around the complicated shape, and another is a turbulence model near the wall because mesh is independent from the boundary and not fitted with it. Therefore, discretization equations were derived based on Finite Volumetric Method, and a combination of the wall function and a low Reynolds number $k-\varepsilon$ turbulence model was proposed here. This paper describes implementation of this method and shows the results compared with experimental data by particle image velocimetry (PIV) at the steady flow in the cylinder of a 4-valves S.I. engine. The comparison results of velocity vector maps show good agreement between CFD and PIV.

Key Words: Numerical Simulation, CFD, Partial Cells, In-Cylinder Flow, PIV, Turbulence Model, Boundary Condition

1. はじめに

自動車開発における 3 次元数値流体力学 (CFD: Computational Fluid Dynamics) の役割は, 現象解析から試作前の仕様検討に進み, 開発の上流工程への適用は, 仕様熟成や開発期間短縮に大きく貢献している。

ところで開発現場で CFD を用いる際の最大の課題は, 解析時間と計算精度の両立であった。設計支援ツールとしての実用性の観点から, 乱流モデルと壁関数は必須である。しかし, 一般には, 壁関数適用のためには壁面形状に沿ったメッシュが必要であり, 複雑形状を扱う際の境界適合格子 (BFC: Body Fitted Coordinate) 作成のノウハウ取得や工数が大きな課題である。メッシュ作成工数の削減は, メッシュ作成方法の改良や, 四面体セル等を用いた非構造格子の利用が一般的である。現在ではかなり複雑な形状でも初期メッシュの自動生成は可能となった。しかし壁境界メッシュの良否が計算精度に大きく影響を与えることから, 解析者がメッシュ品質の確認と修正を行う必要があり, 計算精度とのバランス上, 完全自動化までには至っていない。

一方, 複雑形状の解析対象に対して直線直交格子を用いる手法も古くから検討⁽¹⁾されており, 近年多くの研究者に⁽²⁾⁻⁽⁵⁾見直されている。直線直交格子を用いることにより, メッシュ作成工数の問題は一挙に解決されるが, 計算精度が大きな課題となる。ここで計算精度の決定因子は, 複雑な解析対象を扱う際の形状表現精度と, 壁関数の適用が困難なことにより生じる壁近傍の乱流計算精度の二つが主である。

著者らは, 直線直交格子を用いてメッシュ作成工数削減と形状表現精度の両立を図ったパーシャルセル法^{(6),(7)}を開発し, 壁関数と低レイノルズ (Re) 数型 $k-\varepsilon$ 乱流モデルの組み合わせ⁽⁸⁾により, 壁近傍の乱流計算精度の向上を行った。本論文では, まずパーシャルセル法の離散化方程式の取り扱いと乱流モデルについてその詳細を述べる。次に計算事例として, 滑らかな管の普遍抵抗法則や層流の壁摩擦係数との比較結果, エンジンシリンダ内の定常流計算と PIV 計測データとの比較結果を示し, パーシャルセル法の計算精度の現状を明らかにする。

2. 計算手法

2-1 パーシャルセル法 CFD 利用者の立場から見た理想的な入力データとは, 誰でも簡便に短時間で作成が可能なことである。パーシャルセル法の開発に

* 原稿受付 2004 年 10 月 7 日。

^{*1} 正員, (株)本田技術研究所 (☎ 351-8555 朝霞市泉水 3-15-1)。^{*2} 正員, 群馬大学大学院工学研究科 (☎ 376-8515 桐生市天神町 1-5-1)。^{*3} 正員, 群馬大学工学部。

E-mail: ishima@me.gunma-u.ac.jp

Fig.1 Comparison of data flow between BFC and Partic Cells in Cartesian (PCC) coordinate method

Fig.2 Examples of partial cells

Fig.3 Excluding divided cells from partial cells

あたり、「形状データと計算メッシュデータは完全に分離独立して作成し、その相互の関係は CFD コード中で自動的に計算する」ことを目標とした。この入力データの概念を図 1 に示す。そこで計算格子には、解析対象の形状に関わらず、直線直交メッシュを用いることとした。

形状データには、3 次元 CAD システムによって作成されたソリッドモデルを用いる。各パーシャルセルの形状は、このソリッドモデルから取り出された全表面のファセット（微小平面）データから、CFD コード中で計算される。例えば、セルの境界面の面積は、メッシュ線とファセットの交点から複数の 3 角形を作り、それら 3 角形の面積を計算し加算することによって求める。

解析対象の形状表面がメッシュ線と一致しない場合、壁近傍では壁により六面体の一部が欠けた流体セルが生じる。これをパーシャルセルと呼ぶこととする。従ってパーシャルセルはその定義により、図 2 に示すような数多くの形状が存在し得る。ここで計算上不都合な形状も数多く現れるが、形状・サイズの調整や隣

接セルとの合体などのメッシュ作成段階での修正は一切行わず、CFD 計算段階で全て対処することを図った。なお、詳細な解析を行う際には細かいメッシュを要するのは当然として、粗いメッシュを用いた場合でも、妥当性のある計算結果が得られることを目標とした。

形状表現精度を確保するには、如何なる形状のパーシャルセルにおいても、その形状に応じた計算が行われなければならない。それ故、離散化方程式は有限体積法 (FVM) をもとにして導き、計算アルゴリズムには陰解法として SIMPLE 法⁽⁹⁾を用いた。

また乱流計算精度を確保するには、パーシャルセルの中で壁関数の適用範囲外（粘性底層領域や遷移領域）に位置するセルでも乱流挙動の計算が必要となる。それゆえ、壁関数を基本としながら低 Re 数領域での乱流挙動を考慮した独自のモデルを用いた。

なお、図 3 のように分割されたセルは考慮していない。その理由は、「セル内の状態量は一つの値で表す」との定義にもとづくからである。このような場合が想定される際には、この近傍のメッシュをさらに細かくして対処するものとする。

2.2 記号 x, y, z : 座標軸, t : 時間, u, v, w : x, y, z 軸方向の流速, p : 圧力, k : 乱流エネルギー, ε : 乱流消散率, μ_e : 有効粘性係数, μ : 粘性係数, μ_t : 乱流粘性係数, ρ : 密度, κ : カルマン定数, τ_w : 壁面せん断応力, u^+ : 壁面摩擦速度, y^+ : 壁座標, l : 壁からの距離, f_μ : 減衰関数, f_1, f_2 : 乱流モデル関数, C_μ, C_1, C_2, E : 乱流モデル定数, $\sigma_k, \sigma_\varepsilon$: 乱流拡散に関するモデル定数, λ : 壁摩擦係数。

2.3 壁近傍乱流モデル 対数法則の適用には、当該セルが対数領域に位置していなければならない。しかし、パーシャルセル法では、メッシュ生成過程を全自動としたため、粘性底層領域や遷移領域に位置する壁隣接セルの存在を許容しなければならない。また形状表現精度の向上を図ってメッシュの細分化を行う際、少なくとも対数法則を適用範囲外で使用する事による計算精度の低下は避けなければならない。出来れば剥離などの複雑乱流場の多様変化の計算も可能としたい。更に使い勝手を考えた場合、計算対象（例：吸気ポート定常流解析）によっては Re 数が高い部分（バルブ近傍）と低い部分（チャンバー内）が一つの計算に混在するが、 Re 数に応じたメッシュサイズの調整は不要とするのが望ましい。

以上より、低 Re 数から高 Re 数の全 Re 数域で成立する壁近傍乱流モデルが、パーシャルセル法の乱流壁境界条件として必要となる。まず高 Re 数域では、実

績のある対数法則を用いる。その上で低 Re 数域を考慮するように、モデル式を検討した。当初 2 層モデルを検討したが汎用性に欠けたため、低 Re 数型 $k-\varepsilon$ モデルの採用を試みた。

低 Re 数型 $k-\varepsilon$ モデルには数多くのモデル式^{(10)・(13)}が提唱されている。これらは一般に、乱流粘性係数 μ_t 算出時の減衰関数 f_μ と、 ε 方程式での生成項・消散項に対する乱流モデル関数 f_1, f_2 を導入し、壁近傍領域に充分細かいメッシュ分割を施し、低 Re 数領域での乱流挙動を正しく再現することを図ったものである。一方、パーシャルセル法における低 Re 数領域の考慮では、対数法則と不都合なく共存させることと、壁近傍に充分なメッシュが無い場合でも大きな不具合は生じないことを優先し、更に実用性の観点から、計算の安定性を重視した。

減衰関数 f_μ の算出には、壁座標 y^+ を用いるものと乱流レイノルズ数 (R_t 等) を用いるものが多く提唱されているが、壁面からの距離を明示的に与える y^+ の方が計算は安定する。 y^+ は $y^+ = u^* l / \nu$ で与えられるが、剥離点や再付着点等では $u^* = 0$ より $y^+ = 0$ となる。しかしこの $y^+ = 0$ は壁面上での $y^+ = 0$ と意味が全く異なるため、 f_μ の算出等で不合理が生じる。そこで y^+ を求める式は、対数領域における局所平衡の関係 ($u^* = C_\mu^{1/4} k^{1/2}$) より、 $y^+ = \rho l C_\mu^{1/4} k^{1/2} / \mu$ とした。この式は、粘性底層領域では正しい y^+ 値を示さないことになるので、 f_μ 式の減衰特性は、 f_μ 式中の定数を調整して整えることとし、幾つかの計算対象をもとに定数設定を行った。

ε 式の壁境界条件は、多くの低 Re 数型 $k-\varepsilon$ モデルで $\varepsilon = 2\nu(\partial\sqrt{k}/\partial y)$ を基本としているが、偏微分方程式を解くのに、壁近傍に充分細かいメッシュを要する。また対数法則が代数式であることを考慮すると、壁近傍の ε は代数式で与える方が計算上都合が良い。対数法則では $\varepsilon = C_\mu^{3/4} k^{3/2} / (\kappa l)$ であるが、この式は壁からの距離 l がゼロに漸近する際に ε が無限大となり不都合が生じる。一方、粘性底層では物質粘性による散逸が支配的であり $l = 0$ で有限の値となる。そこで粘性底層では、物質粘性による散逸の式⁽¹⁴⁾ $\varepsilon = C_\mu \rho k^2 / \mu$ を用いることとした。二つの式の切替え点は、両式の値が等しくなる点として、 $y^+ = 1/\kappa$ とした。 f_1, f_2 は、 y^+ 式や ε 式の変更に伴い再検討が必要であるが、これらは次の課題とした。

2.4 基礎方程式

以上の考え方により導入した低 Re 数型 $k-\varepsilon$ 乱流モデルを含め、質量保存式と運動量保存式 (Navier-Stokes 方程式) の計 6 式を基礎方程式と

して解く。これらの式は圧縮性を考慮しているが、後述の計算事例では非圧縮性とした。

[質量保存式]

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

[運動方程式 (x 軸)]

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v u)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w u)}{\partial z} + \frac{\partial p}{\partial x} \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_t \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_t \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_t \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\ & \quad + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \mu_t \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right\} - \frac{2}{3} \frac{\partial(\rho k)}{\partial x} \end{aligned} \quad (2)$$

なお、 y 軸、 z 軸の運動方程式も同様である。ここで、

$$\mu_t = \mu + \mu_i = \mu + C_\mu \rho f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (3)$$

$$f_\mu = \{1 - \exp(-y^*/87)\} \{1 - \exp(-y^*/50.5)\} \quad (4)$$

$$y^* = \frac{\rho l C_\mu^{1/4} k^{1/2}}{\mu} \quad (5)$$

壁面でのすべり無し条件に際し、 τ_w は対数領域 ($10 < y^+ < 300$) では、

$$\tau_w = \rho C_\mu^{1/4} k^{1/2} \frac{\kappa |\bar{u}|}{\ln(E y^+)} \quad (6)$$

粘性底層 ($y^+ < 10$) では、

$$\tau_w = \mu \frac{|\bar{u}|}{l} \quad (7)$$

とした。なお、 $|\bar{u}| = (u^2 + v^2 + w^2)^{1/2}$ である。

[乱流エネルギーの式]

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u k)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v k)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w k)}{\partial z} \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial u}{\partial z} \right) + P_k - \rho \varepsilon \end{aligned} \quad (8)$$

ここで、 P_k は衝突領域における k の過剰な生成を避けるため、Launder-Kato の手法⁽¹²⁾ を取り入れた。

$$\begin{aligned} P_k &= 2\mu_t \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right\} \\ & \quad + \mu_t \left\{ \left[\left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right] \right. \\ & \quad \times \left. \left[\left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right] \right\}^{1/2} \\ & \quad - \frac{2}{3} \mu_t \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \end{aligned} \quad (9)$$

ただし、パーシャルセルでは式(9)の代りに次式を用いる。

$$P_k = r_w \frac{C_\mu^{1/4} k^{1/2}}{\kappa l} \quad (10)$$

[乱流消散率の式]

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\rho\varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u\varepsilon)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v\varepsilon)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w\varepsilon)}{\partial z} \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right) \\ &+ \frac{\varepsilon}{k} (C_1 f_1 P_k - C_2 f_2 \rho \varepsilon) \end{aligned} \quad (11)$$

$$f_1 = 1 \quad (12)$$

$$f_2 = 1 - \exp(-0.2 y^+) \quad (13)$$

ただし、パーシャルセルでは、壁乱流における ε の関係式である次式を用いる。

$$\varepsilon = \frac{C_\mu^{3/4} k^{3/2}}{\kappa l} \quad (14)$$

なお $y^+ < \frac{l}{\kappa}$ の時には、物質粘性による散逸の仮定より次式を用いる。

$$\varepsilon = \frac{C_\mu \rho k^2}{\mu} \quad (15)$$

また定数は表1のように、幾つかの文献資料^{(12),(13)}を参考に設定した。

Table 1 Model coefficients

C_μ	C_1	C_2	σ_ε	σ_ε	E	κ
0.09	1.44	1.92	1.0	1.3	8.91	0.42

2.5 離散化

2.5.1 対流項と拡散項のフラックス 図4に計算格子の一部を示す。六面体セル(図4(a))においてもパーシャルセル(図4(b))においても、運動方程式の積分結果は次のようになる。

$$\frac{\rho_P u_P - \rho_P^0 u_P^0}{\Delta t} V + J_e - J_w + J_n - J_s + J_t - J_b = \text{So} V \quad (16)$$

ここで、 J はセル境界面全面にわたって全フラックス(対流項+拡散項)を積分したものであり、例えば J_e は次式によって定義される。

$$J_e = \int (\rho u u - \Gamma \frac{\partial u}{\partial x}) dA \equiv (\rho u u - \Gamma \frac{\partial u}{\partial x})_e A_e \quad (17)$$

なお、 So : 圧力項を含む生成項、 V : 実際のセル体積、 $\rho_P^0 u_P^0$: 時刻 t における古い値、 Γ : 有効拡散係数、 A : 実際のセル境界面積、添字 P は注目セルを表し、 e, w, n, s, t, b は図4に示す様にセル境界面を指し、 t, b はそれぞれ上(top)、下(bottom)を表す。

通常のFVMでは、セル境界面 A とセル体積 V は単純に次式で定義されている。

$$A_e = A_w = \Delta y \Delta z \quad V = \Delta x \Delta y \Delta z \quad (18)$$

しかしパーシャルセル法では、 A はフラックスが通過する実面積であり、 V は流体が占有する実体積である。これら A と V を解析対象の形状から正確に求めることによって、パーシャルセル法の離散化方程式は従来のFVMの式と同じにもかかわらず、 A や V を通じて形状に応じた積分を可能としている。

ここでスタaggerド格子を用いていることを前提とすると、 A と速度定義点には半セルのずれがある。従って、例えば六面体の u セルで J_n を求める際には、 A_n の左(west)側と右(east)側の二つの v (それぞれを v_{nw} 、 v_{ne} とする)を必要とする。この際 v_{nw} と v_{ne} の平均操作を行い、 A_n をそのまま用いることも可能であるが、 v の算術平均には物理的根拠が薄い。特にパーシャルセルでは、セル境界面が一方に片寄る場合もあり、合理的な算術平均は困難な場合が多い。そこで、 v_{nw} と v_{ne} をそのまま用いるために、 A_n を、 v_{nw} に関わる部分 A_{nw} と、 v_{ne} に関わる部分 A_{ne} に分割する。ここで、 $A_n = A_{nw} + A_{ne}$ である。 A を求める計算量は増えるが、パーシャルセルでのフラックス計算における形状表現力は高まる。また、一般に算術平均操作は一種の数値粘性となる。そこで、六面体セルにおいても、 A_n ではなく、 A_{nw} と A_{ne} を用いる。

2.5.2 圧力項 x 軸方向の運動方程式の離散化方程式は、次のように導かれる。

$$\begin{aligned} a_u u_P &= a_e u_e + a_w u_w + a_n u_n + a_s u_s + a_t u_t + a_b u_b \\ &+ \text{So}' V - \int (\partial p / \partial x) dV \end{aligned} \quad (19)$$

ここで、 a : 隣接点係数、 So' : 圧力項を除いた生成項である。

Fig.4 Fluxes of convection and diffusion

なお、添字 E, W, N, S, T, B は図 4 に示すように隣接セルを示し、T, B は上下を表す。

六面体の運動量セルにおける圧力の作用は、図 5(a) に示すように、圧力 P_e , P_w とセル境界面 A_e , A_w で表される。従って、次式が導かれる。

$$\int \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) dV \cong (p_e - p_w) A_p \quad (20)$$

ここで、 $A_p = A_e = A_w$

パーシャルセルでは A_e と A_w は等しいとは限らず、壁面上の圧力も考慮しなければならない。そのため、パーシャルセル内部に圧力分布を仮定する必要がある。そこでセルを 2 分し、左(west)側の半セルの圧力は west セル境界面の圧力 P_w と同じと仮定し、右(east)側の半セルの圧力は east セル境界面の圧力 P_e と同じと仮定する。図 5(b) より圧力項は次式で表される。

$$\int \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) dV \cong p_e A_e - p_w A_w - p_w A_1 - p_e A_2 \quad (21)$$

ここで、 A_1 と A_2 は x 軸方向への壁面上の投影面積である。 P_e と P_w の境界面の面積を A_p と定義することにより、次式が得られる。

$$A_p = A_w + A_1 = A_e - A_2 \quad (22)$$

従って、

$$\int \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) dV \cong (p_e - p_w) A_p \quad (23)$$

式(23)は式(20)と同じである。従って六面体のセルにおいても、また如何なる形状のパーシャルセルにおいても、離散化方程式は次のようになる。

$$\begin{aligned} a_p u_p = & a_e u_e + a_w u_w + a_n u_n + a_s u_s + a_t u_t + a_b u_b \\ & + \text{So}' V - (p_e - p_w) A_p \end{aligned} \quad (24)$$

Fig.5 Assumption of pressure distribution

なお、 A_p は A_e と A_w の間の任意の位置に設定可能であるが、その値は物体形状から正確に計算されなければならない。パーシャルセルの v (図 5(c)) や w の場合の圧力の取り扱いも同様である。これら圧力分布の仮定を満たし、更に圧力場の市松模様状の振動解を回避するため、スタッガード格子を採用した。

2.5.3 二階微分項における速度定義点 対流項など一階微分項を扱う際には、FVM では速度定義点間の距離は陽に表れないが、粘性項など二階微分項を扱う際には、一回積分を行った後にも $\Delta u / \Delta x$ の計算があることから、パーシャルセルにおける速度定義点が必要である。

粘性項の取扱いでは、 μ や μ_e に調和平均を用いることにより、六面体セルでは速度定義点がセルの中央に位置する場合でも、またどちらかのセル境界面に片寄る場合でも、大きな差異の発生は回避される。パーシャルセルの場合も、図 2(a) の様に六面体セルからごく一部が欠けたものは、六面体セルと全く同じに扱うことも出来るが、図 2(c), (e) の様な場合には、流速を一つの代表点で表すこと自体に限界が生じている。高精度を求める解析では、この様なセル付近には詳細なメッシュを用いて分割するのが前提であるから、粗いメッシュを用いた場合には多少の精度低下を許容するものとし、全てのパーシャルセルで二階微分項を扱う際の速度定義点は圧力セルの重心に統一した。

また粘性項の計算精度は、速度定義点間の距離と共に、乱流粘性係数 μ_t の精度も影響を与える。更に数値粘性にも注意が必要である。従って通常、粗いメッシュと細かいメッシュの少なくとも二通りの計算結果を比較し、誤差が解析目的の許容範囲内であるかどうかを確かめることが重要である。

2.6 壁近傍乱流モデルの計算手順 初めに y^+ の値を式(5)より求める。 y^+ は f_u にも用いることから、壁に隣接するパーシャルセルのみではなく、全てのセルにて計算する。ここでセル中心から壁までの距離 l は、セルの重心から最も近い壁までの距離を幾何学的に求めたものである。ただし、図 2(c), (e) の様にセルの重心が壁面に位置する場合には、正確な距離 l を求めることが出来ないため、セル体積 V とセル内の壁面面積 S より $l = V / (2S)$ として求めた値を用いた。

次にこの y^+ を用いて、式(6)より $\tau_w / |\vec{u}|$ を求める。壁に平行な流速の絶対値 $|\vec{u}|$ は、壁面近傍では $|\vec{u}| = (u^2 + v^2 + w^2)^{1/2}$ で求まるが、パーシャルセルは境界層内のみには存在するとは限らない。そのため、運動方程式を解く際のすべり無し条件は、 u に働くせん断応力は x 方向の流れに起因するものであることか

ら、 $|\vec{u}| \equiv |\vec{u}|$ とし、同様に、 v, w に働くせん断応力を求める際には $|\vec{u}| \equiv |\vec{v}|$, $|\vec{u}| \equiv |\vec{w}|$ とする。なお、式(10)の P_k の計算の際には、 $|\vec{u}| = (u^2 + v^2 + w^2)^{1/2}$ はそのまま計算する。

壁近傍の ε の挙動は慣性項や拡散項に比べ生成項が支配的であるため、多くの場合は式(14)で求められると考えられる。しかしパーシャルセルが境界層の外に位置することも考慮すると、必ずしも慣性項や拡散項を無視することは出来ない。また図 2(d)の様に、隙間を一つのパーシャルセルで扱う場合の対処も必要である。そこで ε は式(14) (15)より求めた値を式(11)の生成項に代入して式(11)を解く。また式(8)を解く際の ε は、式(11)の結果を用いる。これにより隣接セルとのバランスも図られ、計算の安定性も確保した。

2.7 対流項と粘性項の差分スキーム 乱流場の解析には数値粘性の少ない高次差分を十分細かな格子場で用いることが推奨⁽¹⁵⁾されている。しかし、壁面隣接セルではステンシル（離散化点）の関係で高次差分を用いることが出来ないため、パーシャルセルでは一次差分にする必要がある。また全計算空間を単一の直線直交格子で計算することを前提とすると、特にバルブとバルブシート間など、形状が複雑で Re 数が高くシリンダ内流れ全体への影響度の大きいところで格子数が足りない状況にある。理想としては、ステンシルや流れ場の状況に応じて高次と一次のスキームを切替えることであるが、本論文では、全計算領域で一次精度のハイブリッドスキーム⁽⁹⁾を用いた。

3. 直管内流れ

3.1 計算条件 ここでは主に壁近部乱流モデルの妥当性の検証を目的として、直管内流れの Re 数と壁面摩擦係数の相関を、滑らかな管の普遍抵抗法則

Fig. 6 Comparison of the friction factors between CFD results and the formulas of friction factor for smooth pipe

(プラントル・カルマン公式)と比較した。計算条件は、パイプ径 20mm, パイプ長 1000mm, 流入境界は、乱れ強さ 5%, 長さスケール 5mm の一様分布とし、乱流の発達した後の 850~950mm 間の圧力降下から壁面摩擦係数を求めた。格子は、流れに沿うものは格子数 $2 \times 2 \times 100$ (Δ), $5 \times 5 \times 250$ ($\diamond$), $20 \times 20 \times 1000$ ($\circ$) の 3 通り、流れと角度を付けたものはセルサイズを $5 \times 5 \times 250$ と同じにして 45 度 (∇), 30 度 ($\square$) の 2 通り、計 5 種類を用い、計算結果を図 6 に示す。

3.2 結果と考察 図中、 $\Delta \diamond \nabla \square$ 印は全てのセルで $y^+ > 10$ であり、壁関数のみで計算されているものを示す。一方、 $\blacktriangle \blacklozenge \blacktriangledown \blacksquare$ 印は全てのパーシャルセルで $y^+ < 10$ であり、低 Re 数型モデルのみで計算されている。 $\diamond \nabla \square$ は、パーシャルセルの中に壁関数が適用されているものと低 Re 数型モデルが適用されているものが混在していることを示す。

Re 数が高い領域では、メッシュが粗い場合も細かい場合でも壁関数が適用され、滑らかな管の普遍抵抗法則にほぼ一致している。 Re 数が低い ($Re < 100$) 領域では、計算結果は層流の壁摩擦係数の理論値である $64/Re$ の線に沿うが、 $2 \times 2 \times 100$ や格子が流れと角度を持つ場合は誤差が大きい。一方、 Re 数が 2000 付近の遷移領域では、層流の壁摩擦係数から乱流の壁摩擦係数へ徐々に変化する傾向を示している。なお格子数により計算結果に差があり、セルが細かく低 Re 数型モデルの適用セルが多いもののほど壁摩擦係数の計算値は高くなる傾向を示している。

以上、壁関数と低 Re 数型 $k-\varepsilon$ モデルを組み合わせた乱流モデルは、単に計算の簡便化を図るに留まらず、層流領域から高 Re 数領域の広い範囲で成立する壁近傍乱流モデルの一つであると言える。

4. 吸気ポートとシリンダ内流れ

4.1 計算条件 ここでは主に複雑形状での計算結果の妥当性の検証を目的として、エンジンの吸気ポートからシリンダ内流れを、PIV 計測結果と比較検証した。PIV 計測装置は、既報⁽¹⁶⁾のものである。供試ポートはホンダ VTEC の四バルブエンジンのもので、バルブリフトは両弁共 8mm であるが 2 つのポート形状は異なるため、シリンダ内流れは非対称となる。計算格子を図 7 に示す。格子数は① $94 \times 40 \times 87$, ② $83 \times 30 \times 65$, ③ $48 \times 20 \times 43$ である。吸気ポートの入口部分には、大気開放の実験条件と一致させるために、大気を模擬する十分に大きなチャンバーをファンネルと共に取付けた。流出入境界条件は実測条件と合わせ、差圧 1470Pa, 乱れ強さ 3%, 長さスケール 5mm とした。

4.2 パーシャルセルの y^+ まず表2に格子数毎の計算時間を示す。計算時間には、3次元CADシステムから出力された形状データから式(16)(17)で用いる A や V 等を求める計算を含む。計算機スペックは、Xeon 3.06GHz, OSはLinux。定常流れを前提として時間刻み(Δt)は無限大に設定し、収束判定は、個々の方程式の残差評価のみならず、流入総流量 Q_{in} と流出総流量 Q_{out} の差により行った。表中、総セル数は、 x, y, z の格子数を単純に掛け合わせたもので、有効セル数は、流体計算を行うセルの総数で、六面体セルとパーシャルセルの和である。格子数が多い方が収束性は良くなるが、これはメッシュが粗いとパーシャルセルの割合が多く、かつ各パーシャルセルの形状が複雑になることが影響しているものと考えられる。また収束まで計算を行った時点の y^+ 値から、壁関数が利いているパーシャルセルと、低 Re 数型モデルが利いているパーシャルセルの数を表中に示す。 $y^+ < 10$ のパーシャルセルもかなり多く、中には $y^+ < 1$ のセルも存在する。各パーシャルセルの計算結果は局所的な影響に留まらず、計算領域全体に影響を与えることから、計算結果の妥

Fig. 7 Mesh arrangement

Table 2 y^+ in partial cells

Grid size	94x40x87	83x30x65	48x20x43
Total cell number	327120	161850	41280
Effective cell number	119632	53858	16400
Partial cell number	22965	12897	5617
($y^+ < 10$ of above)	4045	1866	399
($10 < y^+$ of above)	18920	11031	5218
Minimum value of y^+	0.47	0.29	0.95
Maximum value of y^+	909	964	1314
Hexahedron cell number	96667	40961	10783
Calculation time (min)	32	11	3
$ (Q_{in}-Q_{out})/Q_{in} $	8.0e-4	1.3e-3	2.1e-3

当性評価には、流速ベクトルや乱流成分の実測値との比較も重要である。

4.3 シリンダ横断面の流速ベクトル 図8に、(a) $z=20\text{mm}$ 断面、(b) $z=40\text{mm}$ 断面の計算結果をPIV計測の流速ベクトル図と共に示す。まずメッシュを変えた計算結果同士を比較すると、粗くすると解像度は当然低下するものの、流れパターンに大きな相違はないことから、離散化手法の妥当性は充分である。また図7③のような粗いメッシュでも、かなり良好な計算が可能であると言える。

次にPIV測定結果との比較を行う。PIVはシリンダ壁近傍でレーザ光の乱反射により良好な速度計測ができない部分があるため、その領域のベクトルは省略している。従って、例えば $x=35\text{mm}$ 付近でCFD結果に見られる渦がPIV結果では明確な渦とはなっていない。全体的な流れのパターンはCFD結果とPIV結果はほぼ同様であるが、詳細に比較すると、(a) $z=20\text{mm}$ 断面のPIV結果で $x=5\text{mm}$, $y=-25\text{mm}$ 及び $x=-15\text{mm}$, $y=10\text{mm}$ に観察される渦は、CFD結果ではそれぞれ位置が少しずつ異なっている。

図8(b)の $z=40\text{mm}$ 断面も同様に渦の位置に多少の違いが見られるが、その差は $z=20\text{mm}$ 断面とはほぼ同じである。渦の位置ずれの原因は、ここに示す結果のみからでは明らかに出来ない。しかし、別に行った多種多様な吸気ポートでの計算事例とその流量係数の実測値との比較¹⁷⁾から、吸気ポート内の剥離の計算精度が影響しているものと推定している。

ところで既に報告¹⁶⁾している様に、シリンダ内乱れ強さのCFD結果はPIV結果とほぼ同じであり、CFD結果が等方性乱流の仮定を含んでいることを考慮すると、良く一致した結果であった。ポート内の剥離の問題は、壁近傍の乱流モデルの精度の問題として今後改善が望まれる点ではあるが、これは $k-\epsilon$ モデルの共通問題であり、パーシャルセル法固有の問題は解決されていると考えられる。

(a) $z = 20$ mm plane (b) $z = 40$ mm planeFig. 8 Vector maps of CFD and PIV at $z = 20$ mm and $z = 40$ mm (dual valve open condition)

5. 結言

複雑形状流れ場でのメッシュ作成工数の大幅削減と計算精度の両立を目指し、直線直交格子を用いたパーシャルセル法を開発した。以下に結言を示す。

1. 壁面境界層を持たないパーシャルセル法の乱流壁境界条件として、壁関数と低 Re 数型 $k-\epsilon$ モデルを組み合わせ、層流領域から高 Re 数領域の広い範囲で成立する壁近傍乱流モデルを提案した。その検証事例の一つとして、滑らかな管の普遍抵抗法則や層流の壁摩擦係数の理論値と比較し、良好な結果を得た。

2. 吸気ポートからシリンダ内流れの格子サイズの異なる複数の計算結果の比較において、複雑な形状のパーシャルセルが現れるほどの粗い格子を用いた場合も、平均流速はかなり良好に一致することにより、離散化手法の妥当性を確認した。
3. シリンダ内流れの平均流速を PIV 計測と比較検証した結果、渦中心位置に多少の違いはあるが、近似した速度パターンが得られていることを確認した。

なお、乱れの長さスケールについても PIV 計測と良好な一致を得ているが、これらは次報に示す。

参考文献

1. Gentry, R.A., et al., *Journal of Computational Physics*, Vol.1, (1966), 87.
2. 嶋本・ほか3名, 第7回内燃機関シンポジウム, (1988), 397.
3. 市川・藤井, 第13回数値流体シンポジウム講演論文集, (1999), F03-3
4. 松永・姫野, 第13回数値流体シンポジウム講演論文集, (1999), F03-5
5. 小野, 日本流体力学会誌「ながれ」, 21巻, 1号, (2002), 16.
6. Takahashi, Y., et al., *Int. Symp. COMODIA*, (1994), 529.
7. 高橋・藤井, 第12回内燃機関シンポジウム講演論文集, (1995), 91.
8. 高橋・ほか3名, 機論, 68-666, B(2002), 331.
9. Patankar, S.V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, (1980), Hemisphere Publishing Corporation.
10. Patel, V.C., et al., *AIAA Journal*, 23-9, (1985).
11. 陳・田中, Chen & Tanakaによる乱流モデルの基礎と応用, (1992), 構造計画研究所.
12. 数値流体力学編集委員会編, 乱流解析, (1995), 東京大学出版会.
13. 大宮司・ほか2名, 乱流の数値流体力学, (1998), 東京大学出版会, 197-258.
14. H. Tennekes and J.L. Lumley, *A First Course in Turbulence*, (1972), 25, MIT PRESS.
15. editorial policy, *Trans. ASME J. Fluids Eng.*, 115, (1993), 340.
16. 野村・ほか4名, 機論, 70-694, B(2004), 232.
17. 高橋・村上, HONDA R&D Tech. Rev. Vol.15, No.1, (2003), 103.