高分子液晶のレオロジーの数値解析*

(第3報, 2階テンソル型構成方程式の評価)

辻 知 宏^{*1}, 蝶 野 成 臣^{*1}

Numerical Analysis of the Rheology of Polymeric Liquid Crystals (3rd Report, Evaluation of a Second Order Tensor Type Constitutive Equation)

Tomohiro TSUJI^{*2} and Shigeomi CHONO^{*2} Department of Intelligent Mechanical Systems Engineering, Kochi University of Technology,
Tosayamada-chou, Kochi, 782-8502 Japan

We have evaluated numerically a second order tensor type constitutive equation which includes both a molecular shape factor and a quadratic closure approximation, by means of comparing the results with the solutions obtained from the original Doi equation without closure approximations. The second order tensor type constitutive equation can simulate three types of director behaviors such as tumbling, wagging and aligning, by setting the molecular shape factor to be smaller than its inherent value based on the molecular aspect ratio. The shear stress and the first normal stress difference determined from the tensor type constitutive equation qualitatively agree with stresses obtained from the Doi equation, for low shear rate. When shear rate is high, however, even qualitative agreement is not obtained. Therefore, the constitutive equation is applicable to slow flows or situations where a velocity field is so simple that only an orientation field is a consideration.

Key Words: Numerical Analysis, Non-Newtonian Fluid, Polymeric Liquid Crystal, Shear Flow, Doi Theory, Closure Approximation, Molecular Shape Factor, Director, Stress

1. 結 言

高分子液晶は高性能エンジニアリングプラスチックとして種々の産業分野で用いられている¹⁾。近年、線膨張率が極めて小さい特長を有することから、優れた寸法安定性が要求される基板やコネクタのような精密電子部品への需要も急拡大してきている。従って、用途に応じた成形加工法の選択とその最適化が重要であり、このためには高分子液晶の流動予測に関するシミュレーション技術の確立が不可欠である。

しかし高分子液晶の流動は極めて複雑である。例えば単純せん断流中で、ディレクタはせん断速度の大きさに依存して、タンプリング(回転)、ワギング(振動)、アライニング(静止)といった全く異なった挙動を示す²⁾。また、第一法線応力差が負となるせん断領域が存在する^{3)~5)}。とくにディレクタの挙動に関する3現象の予測は、高分子液晶の構成方程式が有すべき必要条件と見なされている。このような複雑な流動挙動を、少なくとも定性的に予測できる理論として土井理論⁶⁾が挙げられる。

土井理論は配向分布関数の時間発展方程式を記述したものであり、その求解には膨大な計算量を必要とするため^{7,8)}、配向分布関数を2階のテンソルで置換する方法が提案されてきた。2階のテンソルを用いると、例えば配向分布関数を差分法を用いて刻み幅 3° で計算する場合と比較して、計算時間は約600分の1に軽減される。しかし、2階テンソル式中に4階テンソルが現れ、結局そのままでは式は閉じない⁹⁾。そこで4階テンソルを2階テンソルで近似するclosure近似に関し多くの議論がなされてきた^{10)~12)}。後述するように、4階テンソルを1組の2階テンソルの積で近似する最もシンプルなclosure近似(以後、2次のclosure近似と呼ぶ)は、式変形と計算の容易さから種々の流れ場のシミュレーションに用いられてきた^{13)~15)}。しかしこのclosure近似は、ディレクタのアライニング挙動のみしか表現できないので適用範囲は狭く、且つ、計算結果の信頼性・有用性は低い。

近年、棒状液晶分子のアスペクト比に基づく形状係数(次章で言及)をテンソル型方程式に導入することで、2次のclosure近似がディレクタの3現象をシミュレート可能になる報告がなされた^{16,17)}。もしこの方法がディレクタ挙動と応力値に関して良好な結果をも

* 原稿受付 2004年8月4日。

^{*1} 正員、高知工科大学知能機械システム工学科(〒782-8502 知県土佐山田町)。

E-mail: tsuji.tomohiro@kochi-tech.ac.jp

たらずなら、高分子液晶の流動に関して計算精度と簡便性を兼ね備えた有力な手段として、成形加工の CAE 技術を大幅に促進するものと期待される。しかしディレクタ挙動および応力を系統的に吟味した報告は無い。

本研究では、形状係数を導入した土井理論^{10,23)}を2階テンソルで記述し、さらに2次の closure 近似を加えた式を数値的に解き、配向分布関数による解と比較することで、2階テンソル型構成方程式の有用性を調べる。

2. 基礎式

形状係数を導入した土井理論^{10,23)}は以下のように記述される。

- ・配向分布関数の時間発展方程式

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \bar{D}\nabla \cdot \left\{ \nabla f - \frac{3}{2} U f \nabla(\mathbf{u}) : \mathbf{S} \right\} - \nabla \cdot (\dot{\mathbf{u}} f) \quad (1)$$

- ・偏差応力テンソル

$$\boldsymbol{\tau} = 3ckT\beta \left\{ \mathbf{S}(1 - U/3) - U \{ \mathbf{S} \cdot \mathbf{S} - \mathbf{S} : \langle \mathbf{u}\mathbf{u}\mathbf{u}\mathbf{u} \rangle \} \right\} \quad (2)$$

- ・秩序パラメータテンソル

$$\mathbf{S} = \langle \mathbf{u}\mathbf{u} - \delta/3 \rangle \quad (3)$$

- ・回転拡散係数

$$\bar{D} = D_s(1 - 1.5\mathbf{S} : \mathbf{S})^2 \quad (4)$$

$\mathbf{u}$ は着目した液晶分子に平行な単位ベクトル、 f は $\mathbf{u}$ の配向分布関数、 t は時間、 ∇ は単位球面上での微分演算子、 U は無次元のネマティックポテンシャル強度、 c は液晶分子の数密度、 k はボルツマン定数、 T は絶対温度、 δ は単位テンソル、 D_s は等方状態における回転拡散係数、 $\langle \dots \rangle$ は配向分布関数による単位球面上での面積分

$$\langle \dots \rangle = \int_{|\mathbf{u}|=1} (\dots) f dA \quad (5)$$

である。 $\dot{\mathbf{u}}$ は棒状分子の回転角速度であり、

$$\dot{\mathbf{u}} = \boldsymbol{\Omega} \cdot \mathbf{u} + \beta(\mathbf{A} \cdot \mathbf{u} - \mathbf{A} : \mathbf{u}\mathbf{u}\mathbf{u}) \quad (6)$$

と表される。 $\mathbf{A}$ は変形速度テンソル、 $\boldsymbol{\Omega}$ は渦度テンソルで、速度こう配テンソル $\boldsymbol{\kappa}$ の対称成分、および反対称成分として、それぞれ

$$\mathbf{A} = (\boldsymbol{\kappa}^T + \boldsymbol{\kappa})/2 \quad (7a)$$

$$\boldsymbol{\Omega} = (\boldsymbol{\kappa}^T - \boldsymbol{\kappa})/2 \quad (7b)$$

である。式(2)、(6)の β は液晶分子のアスペクト比 $a = l/d$ (l は分子長、 d は分子直径) に基づく形状係数で、

$$\beta = (a^2 - 1)/(a^2 + 1) \quad (8)$$

と表される。上式より $\beta < 1$ であるので、式(6)より β の導入は、棒状分子の回転成分を相対的に増大させたことに相当する。

一方、式(1)の両辺に $\mathbf{u}\mathbf{u} - \delta/3$ を掛け、単位球面上で面積分することにより f を $\mathbf{S}$ に置換する。その結果、式(1)は

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial t} = & -6\bar{D} \left\{ (1 - U/3)\mathbf{S} - U \{ \mathbf{S} \cdot \mathbf{S} - \mathbf{S} : \langle \mathbf{u}\mathbf{u}\mathbf{u}\mathbf{u} \rangle \} \right. \\ & + 2\beta\mathbf{A}/3 + (\boldsymbol{\Omega} + \beta\mathbf{A}) \cdot \mathbf{S} + \mathbf{S} \cdot (\boldsymbol{\Omega}^T + \beta\mathbf{A}) \\ & \left. - 2\beta\mathbf{A} : \langle \mathbf{u}\mathbf{u}\mathbf{u}\mathbf{u} \rangle \right\} \end{aligned} \quad (9)$$

と変形される。前章で述べたように、式(9)には4階テンソルが存在するので、これを2次の closure

$$\langle \mathbf{u}\mathbf{u}\mathbf{u}\mathbf{u} \rangle \approx \langle \mathbf{u}\mathbf{u} \rangle \langle \mathbf{u}\mathbf{u} \rangle \quad (10)$$

で近似すると、式(9)は

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial t} = & -6\bar{D} \left\{ (1 - U/3)\mathbf{S} - U \{ \mathbf{S} \cdot \mathbf{S} - \mathbf{S} : \mathbf{S}(\mathbf{S} + \delta/3) \} \right. \\ & + 2\beta\mathbf{A}/3 + (\boldsymbol{\Omega} + \beta\mathbf{A}) \cdot \mathbf{S} + \mathbf{S} \cdot (\boldsymbol{\Omega}^T + \beta\mathbf{A}) \\ & \left. - 2\beta\mathbf{A} : \mathbf{S}(\mathbf{S} + \delta/3) \right\} \end{aligned} \quad (11)$$

と変形される。同様に式(2)にも近似式(10)を用いると、偏差応力テンソルは次式となる。

$$\boldsymbol{\tau} = 3ckT\beta \left\{ \mathbf{S}(1 - U/3) - U \{ \mathbf{S} \cdot \mathbf{S} - \mathbf{S} : \mathbf{S}(\mathbf{S} + \delta/3) \} \right\} \quad (12)$$

3. 数値計算

図1に示すように、 $x-y$ 平面内に大きさ $\dot{\gamma}$ の単純せん断流を考える。流れ方向を x 軸、速度こう配方向を y 軸、それらに垂直な方向を z 軸とする。 θ は $\mathbf{u}$ の天頂角、 ϕ は x 軸を基準とした方位角である。図1の場合、速度こう配テンソル $\boldsymbol{\kappa}$ および秩序パラメータテンソル $\mathbf{S}$ は

$$\boldsymbol{\kappa} = \begin{bmatrix} 0 & \dot{\gamma} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

Fig.1 Coordinate systems

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_{xx} & S_{xy} & 0 \\ S_{xy} & S_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & S_{zz} \end{bmatrix} \quad (14)$$

となる。なお基礎式の時間 t とせん断速度 $\dot{\gamma}$ に関しては等方状態の回転拡散係数 D_s で、偏差応力に関しては $3ckT$ で無次元化する。すなわち

$$\begin{aligned} t^* &= tD_s \\ \dot{\gamma}^* &= \dot{\gamma}/D_s \\ \tau_{ij}^* &= \tau_{ij}/3ckT \end{aligned}$$

である。ただし $(^*)$ は無次元を表す。

3.1 配向分布関数 式(1)の計算方法は前報¹¹⁾と同様であるので概略のみ説明する。式(6)を式(1)に代入した後、空間に関しては中心差分で、時間に関してはクランク・ニコルソン法で式を離散化した。差分格子幅は $\Delta\theta = \Delta\phi = 3^\circ$ ，時間刻みは $\Delta t^* = 1/(200\dot{\gamma}^*)$ である。系の対称性から計算は

$$0 \leq \theta \leq \pi/2$$

$$-\pi/2 \leq \phi \leq \pi/2$$

の領域に限定した。境界条件および正規化条件は、

$$\partial f(0, \phi, t^*)/\partial \theta = 0 \quad (15a)$$

$$\partial f(\pi/2, \phi, t^*)/\partial \theta = 0 \quad (15b)$$

$$f(\theta, -\pi/2, t^*) = f(\theta, \pi/2, t^*) \quad (15c)$$

$$\partial f(\theta, -\pi/2, t^*)/\partial \phi = \partial f(\theta, \pi/2, t^*)/\partial \phi \quad (15d)$$

$$\int_0^\pi d\theta \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\phi f \sin \theta = 1 \quad (15e)$$

である。 f の初期値には平衡状態の分布¹¹⁾を用いた。ただし主配向角は、 $\theta = \pi/2$ ， $\phi = 0$ (x 軸方向)とした。

3.2 秩序パラメータテンソル 式(11)，(14)より， $\mathbf{S}$ に関する4元連立常微分方程式を解いた。時間積分には二次のルンゲ・クッタ法を用いた。時間刻みは $\Delta t^* = 1/(10^7 \dot{\gamma}^*)$ である。

4. 結果および考察

式(11)は式(1)から出発しているが、配向分布関数を2階テンソルに置換し closure 近似を導入したことで式の特性が変化している。例えば平衡状態において、液晶状態を示すポテンシャル強度 U は、式(1)では5以上であるが、式(11)では3以上となる。本研究は両式の比較から式(11)の妥当性を検証することが目的で

あるので、 U は両者の値を単に一致させるのではなく、物理現象が同一になるように設定されるべきである。そこで液晶に相転移した直後の状態、すなわち最低秩序の液晶状態を想定し、式(1)では $U = 5$ ，式(11)では $U = 3$ に固定する。

4.1 ディレクタの3現象 図1に示したように、系の対称性から液晶分子の主配向方向は $x-y$ 平面内 ($\theta = \pi/2$) に存在する。そこでこの方位角を ϕ_m で表すと、 ϕ_m は

$$\tan 2\phi_m = 2S_{xy}/(S_{xx} - S_{yy}) \quad (16)$$

で求められる。またスカラーの秩序パラメータ S は

$$S = \sqrt{3S:S/2} \quad (17)$$

で得られる。 S は配向の程度を表す量であり、ランダム配向で0，完全配向で1となる。

図2(a)，(b)に、一例として $\beta = 0.9$ の場合の主配向角 ϕ_m と秩序パラメータ S の時間変化を示す。 $\beta = 0.9$ はアスペクト比 a が約4.4に相当し、高分子液晶としてはかなり短い分子を想定している。図2(a)は配向分布関数 f を直接解いた結果[式(1)]，図2(b)は2階のテンソル $\mathbf{S}$ を解いた結果[式(11)]である。横軸の $\gamma(\dot{\gamma}t)$ は、その時刻までに液晶が受けたせん断ひずみで、無次元の時間を意味する。図2(a)より、配向分布関数による解はせん断速度に依存して、タンブリング、ワギング、アライニングを示している。 f による解はアスペクト比が無限大である $\beta = 1$ の場合にもこの3現象を表現できる¹¹⁾。一方図2(b)のテンソル解では、いずれのせん断速度においてもアライニングのみとなっており、1未満の β を導入することで必ずしもテンソル解が3現象をシミュレートできないことが分かる。

タンブリングが発生するか否かの目安として、タンブリングパラメータ λ が近似的に用いられる。式(1)，式(11)の場合、それぞれ

$$\lambda_f = \beta_f \frac{14 + 5S_f + 16\langle P_4 \rangle}{35S_f} \quad (18)$$

$$\lambda_t = \beta_t \frac{2 + S_t}{3S_t} \quad (19)$$

となる³⁰⁾³¹⁾。添字 f ， t はそれぞれ配向分布関数および2階テンソルに基づくことを意味する。 P_4 は4次のルジャンドル多項式で、

$$P_4 = (35 \cos^4 \alpha - 30 \cos^2 \alpha + 3)/8 \quad (20)$$

である。 α はディレクタと個々の分子のなす角度

(a) Results from orientational distribution function

(b) Results from order parameter tensor

Fig. 2 Transient behaviors of preferred angle and scalar order parameter for $\beta = 0.9$

である。タンブリングは低せん断速度で発生するので、式(18)、(19)の S および $\langle P_4 \rangle$ には、近似的に平衡状態の値 ($S_i = 0.50$, $S_f = 0.62$, $\langle P_4 \rangle = 0.26$) を用いる。タンブリングの発生条件は $\lambda < 1$ であるので、式(19)より $\beta_i < 0.6$ となる。これは $a < 2$ に相当し、低分子液晶としても液晶状態を発現するには小さすぎる値である。そこで β_i を、分子のアスペクト比に基づいた物理量ではなく、closure 近似の一部分としてディレクタの3現象を再現するためのパラメータと見なすことにする。 U の設定と同様、両者のタンブリング状態が等しくなるように、式(18)と式(19)を等置すると

$$\beta_i = 0.59\beta_f \quad (21)$$

となる。従って式(1)で β_f を 0.9 に設定した場合、式(11)では $\beta_i = 0.53$ のとき両者のタンブリング状態は同一といえる。そこで図 2(a)に対応する結果を図 3 に示す。図 2(a)と同様、せん断速度の増加とともにタンブリング→ワギング→アライニングといったディレクタ挙動の遷移が確認できる。

3 現象の遷移が起こるせん断速度を、いくつかの β に対して調べたのが図 4 である。タンブリングとワギングの区別は主配向角 ϕ_m の変化から容易に判断でき

Fig. 3 Transient behaviors of preferred angle and scalar order parameter obtained from order parameter tensor for $\beta_i = 0.53$

るが、ワギングとアライニングの区別は困難で、理想的には無限大の計算時間を要する。本研究では、秩序パラメータ S の値をせん断ひずみ $\gamma = 200$ からさかのぼり、連続した3個の極値 ($S_1 \sim S_3$) から2個の局所振幅 $a_1 = |S_1 - S_2|$, $a_2 = |S_2 - S_3|$ を求め、両者の相対差の絶対値 $|a_1 - a_2|/a_2$ が 10^{-3} 以上なら収束傾向にあるとしてアライニング、それ未満ならワギングであると判定した。図 4(a), (b) を比較すると、遷移 $\dot{\gamma}^*$ の絶対値に差異は見られるが、例えば β の増加とともにワギング領域が狭くなり、逆にアライニング領域が広がるような傾向は似ている。従って β の値を極端に小さく設定することで、2 階テンソル型方程式は配向分布関数を直接解く手法と定性的に一致することが明らかとなった。

4.2 偏差応力 前節で、ディレクタ挙動 (配向場) の予測に関しては2階テンソル型方程式は定性的に有用であることが証明された。言うまでもないが速度場は応力場で決定されることから、偏差応力の特性について検討する必要がある。図 5(a), (b) にせん断応

(a) Results from orientational distribution function

(b) Results from order parameter tensor

Fig. 4 Transition shear rates as a function of shape factor

力 τ_{xy}^* と第一法線応力差 N_1^* ($=\tau_{xx}^* - \tau_{yy}^*$) の非定常挙動を示す。図のように応力の時間変化は複雑であり、例えばタンブリング、ワギング状態では1周期に2個

(a) Results from orientational distribution function for $\beta_f = 0.9$

(b) Results from order parameter tensor for $\beta_f = 0.53$

Fig. 5 Transient behaviors of shear stress and first normal stress difference

のピークが現れている。図 5(a), (b)を比較した場合、両者の波形に明確な差異は認められず、非定常挙動に関しては定性的に似ている。ただしアライニング状態で比較すると、図 5(a)の τ_{xy}^* は正值に収束しているのに対し図 5(b)では概略 0 に至っており、 N_1^* については図 5(a)では概略 0 であるのに対し図 5(b)では負値であり、明確な差異が認められる。

そこで両応力の定常値 (アライニング領域)、または初期値に依存しない 1 周期の時間平均値 (タンブリング、ワギング領域) (10) を比較する。図 6(a), (b)に、せん断速度 $\dot{\gamma}^*$ に対する τ_{xy}^* と N_1^* の変化を示す。図 6(a)より、 τ_{xy}^* は $\dot{\gamma}^*$ が 2.5 を超えたところで一旦減少し、ワギングが出現する $\dot{\gamma}^*$ 近傍で再び増加している。 N_1^* についてみると、 $\dot{\gamma}^*$ の増加とともに最初わずかに増加するが、やはり $\dot{\gamma}^* = 2.5$ 近傍で極大値をとったのち急減し、正から負へと符号を変える。さらに $\dot{\gamma}^*$ が増加すると N_1^* は $\dot{\gamma}^* = 10$ 付近で極小を示したのち再び増加し正值をとる。 τ_{xy}^* と N_1^* に関する以上の傾向は、前報⁽¹⁾で述べた $U = 6$, $\beta = 1$ の結果と同様である。一方図 6(b)においては、 τ_{xy}^* はタンブリング

ワギングの遷移 $\dot{\gamma}^*$ 直前で減少し、遷移 $\dot{\gamma}^*$ 付近から再び増加しており、図 6(a)と同様の傾向を示す。しかし増加量は小さく、直ちに減少に転じ 0 に漸近している。この傾向は図 6(a)と全く異なることがわかる。 N_1^* について見ると、 τ_{xy}^* と同様、 $\dot{\gamma}^*$ が小さい範囲、すなわちタンブリングおよびワギング領域では、図 6(a)と似た結果が得られている。特に高分子液晶の特異現象の一つである負の N_1^* がシミュレートされていることは評価できる。しかし $\dot{\gamma}^*$ の増加とともに N_1^* は負から正に転じる結果にはならず、微増はするが高せん断領域で正值に戻らない。

以上のことから、2 階テンソル型方程式から得られるせん断応力および第一法線応力差は、ディレクタがタンブリングおよびワギング状態にある比較的低せん断速度領域で満足な結果を示す。しかしアライニング状態にある高せん断速度領域では、両応力は配向分布関数から得られる解と定性的にも一致しない。

5. 結 言

本研究では、2 次の closure 近似と形状係数を導入した 2 階テンソル型構成方程式を、配向分布関数の直接解と比較することで数値的に評価した。得られた結果を要約して以下に示す。

- (1) 形状係数を分子のアスペクト比に基づく値よりもはるかに小さくすることで、2 階テンソル型構成方程式は高分子液晶の特徴である 3 現象 (タンブリング、ワギング、アライニング) を再現できる。
- (2) 2 階テンソル型構成方程式から得られたせん断応力と第一法線応力差は、低せん断速度領域では配向分布関数の直接解と定性的に一致する。しかし高せん断速度領域では満足な一致は得られない。
- (3) 従って 2 階テンソル型構成方程式は、速度場が比較的単純で配向場のみを問題とする場合や、せん断速度の小さい流れ場の解析に適用可能である。

本研究を遂行するにあたり、計算と作図にご協力いただいた大学院学生の寺田一秋君に感謝する。また、本研究は平成 14 年度文部省科学研究費補助金 [若手研究 (B), 課題番号 14750126] の補助を受けたことを記し、謝意を表する。

参考文献

- (1) 末永純一, 成形・設計のための液晶ポリマー, (1995), シグマ出版。
- (2) Burghardt, W.R. and Fuller, G.G., *Macromolecules*, **24** (1991), 2546.
- (3) Srinivasarao, M and Berry, G. C., *J. Rheol.*, **35** (1991), 379.

(a) Results from orientational distribution function for $\beta_f = 0.9$

(b) Results from order parameter tensor for $\beta_i = 0.53$

Fig. 6 Stresses as a function of shear rate

- (4) Kiss, G. and Porter, R. S., *J. Poly. Sci., Poly. Symp.*, **65** (1978), 193.
- (5) Kiss, G. and Porter, R.S., *J. Poly. Sci., Poly. Phys. Ed.*, **18** (1980), 361.
- (6) Navard, P., *J. Poly. Sci., Poly. Phys. Ed.*, **24** (1986), 435.
- (7) Moldenaers, P. and Mewis, J., *J. Rheol.*, **30** (1986), 567.
- (8) Marrucci, G. and Maffettone, P.L., *Macromolecules*, **22** (1989), 4076.
- (9) Larson, R. G., *Macromolecules*, **23** (1990), 3983.
- (10) Doi, M., *J. Poly. Sci., Poly. Phys. Ed.*, **19** (1981), 229.
- (11) 蝶野成臣・辻知宏・谷口聡, *機論*, **62**—594, B (1996), 600.
- (12) 蝶野成臣・辻知宏, *機論*, **65**—639, B (1999), 3539.
- (13) Advani, S. G. and Tucker, C. L., *J. Rheol.*, **31** (1987), 751.
- (14) Advani, S. G. and Tucker, C. L., *J. Rheol.*, **34** (1990), 367.
- (15) Maffettone, P. L. and Marrucci, G., *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, **38** (1991), 273.
- (16) Maffettone, P. L., *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, **45** (1992), 339.
- (17) Chaubal, C. V. and Leal, L. G., *J. Rheol.*, **42** (1998), 177.
- (18) Edwards, B. J. and Beris, A. N., *J. Rheol.*, **30** (1989), 537.
- (19) Metzner, A. B. and Prilutski, G. M., *J. Rheol.*, **30**, (1986), 661.
- (20) Doraiswamy, D. and Metzner, A. B. : *Rheol. Acta*, **25** (1986), 580.
- (21) Edwards, B.J., Pilitsis, S. and Beris, A.N. : *Proc. 10th Int. Congr. Rheol.*, 312 (1988)
- (22) 蝶野成臣・ほか3名, *機論*, **58**—555, B (1992), 3257.
- (23) Mori, N., ほか3名, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, **56** (1995), 85.
- (24) Mori, N., Hamaguchi, Y. and Nakamura, K., *J. Rheol.*, **41** (1997), 1095.
- (25) 吉川忠作, 森教安, 中村喜代次, *日本レオロジー学会誌*, **26** (1998), 87.
- (26) 辻知宏・蝶野成臣, *プラスチック成形加工学会誌*, **13** (2001), 634.
- (27) Andrews, N. C., Edwards, B. J. and McHugh, A. J., *J. Rheol.*, **39** (1995), 1161.
- (28) Kupferman, R., Kawaguchi, M. N. and Denn, M. M., *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, **91** (2000), 255.
- (29) Kuzuu, N. and Doi, M., *J. Phys. Soc. Jpn.*, **52** (1983), 3486.
- (30) Archer, L. A. and Larson, R. G., *J. Chem. Phys.*, **103** (1995), 3108.
- (31) Marrucci, G., *Mol. Cryst. Liq. Cryst.*, **72** (1982), 153.
- (32) Marrucci, G. and Maffettone, P.L., *J. Rheol.*, **34** (1990), 1231.