一様等方乱流における乱流構造形成過程とレイノルズ数依存性*

高木 洋平^{*1}, 堀内 潔^{*2}

A Formation Process of Turbulent Structure and Its Reynolds-number Dependence in Homogeneous Isotropic Turbulence

Youhei TAKAGI and Kiyosi HORIUTI^{*3}^{*3}Department of Mechano-Aerospace Engineering, Tokyo Institute of Technology,
2-12-1 Ookayama, Meguro-ku, Tokyo, 152-8552 Japan

A process for formation of the vortex tube along the vortex sheet was studied using the direct numerical simulation (DNS) data for incompressible homogeneous isotropic turbulence. The vortex sheet, in which the vorticity and strain are comparably large, was educed using a new identification method. In an early stage of time development, the large scale vortex sheets, the lateral extend of which was several times of integral scale, were formed. Then, compression of the strain rate took place at certain locations along the vortex sheet, and the transverse vorticity was generated in turn and the transverse vorticity accumulated to form the core region of the tube. A consistency of this process with an estimate obtained using the governing equations of strain and vorticity was presented. It was shown that during this process, an intense energy cascade took place along the vortex sheet. We assessed the dependence of the occurrence of this transformation process on Reynolds number. It was shown that the frequency of its occurrence increased at a high Reynolds number, and more abundant vortex tubes were generated than at a low Reynolds number. These vortex tubes formed a cluster structure along the vortex sheet, and its implication for generation of the inertial subrange was discussed.

Key Words: Turbulent Flow, Vortex, Computational Fluid Dynamics, Homogeneous Isotropic Turbulence, Vortex Sheet, Vortex Tube, Turbulence Generation, Direct Numerical Simulation

1. 緒 言

乱流中には秩序構造が存在することが古くから知られており、その構造に関するさまざまな解析が行われている。この秩序構造は、大別すると、旋回運動を伴う管状の構造を持った渦管と、層状の構造を持った渦層に分けることができる。渦管については今までに数多くの解析がなされその性質が明らかになりつつあるが⁽¹⁾、一方渦層は擾乱に対して不安定であり、その抽出法が確立されていないために未解明な部分が多い。渦層はその不安定性から巻き上がり、層に沿って渦管が形成される渦層-渦管遷移過程が観察されている⁽²⁾。このとき、乱流エネルギーの散逸が主として層状領域で起きることが示されており⁽³⁾、乱流中のエネルギー伝達に重要な役割を果たすように考えられる。そこで本研究は、非圧縮流における渦層に沿う乱流構造の形成過程を、ひずみと渦度の支配方程式による解析と一

様等方乱流の直接数値計算 (DNS) を用いた検証から明らかにし、そのエネルギー伝達に対する役割とレイノルズ数依存性を示すことを目的とする。

2. 乱流構造の分類

乱流中の構造を分類するとき、渦管については渦度が支配的な領域 (tube core) としておおむね一義的に定義されるが、渦層には渦度とひずみ率が均衡する層 (flat sheet) と、ひずみ率が卓越する層 (curved sheet) の、少なくとも二種類が存在する。本研究ではまず、ひずみ速度テンソル S_{ij} の固有値 σ_i に対し、その固有ベクトルが渦度ベクトル ω_i と最も平行なものを σ_+ 、残りの二つの固有値のうち大きいものを σ_- 、小さいものを $\sigma_\perp$ とし⁽⁴⁾、同様な並び替えを λ_2 法⁽⁵⁾の S_{ij} と渦度テンソル Ω_{ij} からなる、テンソル $S_{ik}S_{kj} + \Omega_{ik}\Omega_{kj}$ の固有値 λ に対しても行い (λ_2 , λ_+ , λ_-)、この固有値 λ_i を用いて乱流構造を次の3領域に分類する⁽⁶⁾。

* 原稿受付 2005年3月1日。

^{*1} 東京工業大学大学院理工学研究科。^{*2} 正員、東京工業大学大学院理工学研究科 (〒152-8552 東京都目黒区大岡山 2-12-1)。

E-mail: khoriuti@mes.titech.ac.jp

- $0 > \lambda_+ \geq \lambda_-$: 渦度が支配的な領域 (tube core)
 $\lambda_+ \geq \lambda_- > 0$: ひずみが支配的な領域 (curved sheet)
 $\lambda_+ \geq 0 \geq \lambda_-$: 渦度とひずみが同等に大きな強度を持つ領域 (flat sheet)

この分類法により、従来の渦度もしくはひずみが支配的な領域の分類⁽⁵⁾⁻⁽⁹⁾に加えて、Burgers' vortex layerのような、渦度とひずみが同等に大きな強度を持つ flat sheet を分類することが可能となる。この flat sheet を乱流場中から可視化により抽出するために、本研究ではテンソル $-(S_{ik}\Omega_{kj} + S_{jk}\Omega_{ki})$ の固有値 $[-(S_{ik}\Omega_{kj} + S_{jk}\Omega_{ki})]_+$ ⁽¹⁰⁾を用いる。この固有値は、渦度とひずみが同等に大きな強度を持つ flat sheet の中心付近ではきわめて大きい値を取り、中心から離れると急激に減少する。また、tube の core 中心部では小さな値をとる⁽¹⁰⁾。したがって、固有値 $[-(S_{ik}\Omega_{kj} + S_{jk}\Omega_{ki})]_+$ を用いることにより、flat sheet の選択的な抽出が可能となる。

3. 支配方程式による flat sheet の解析

乱流中での flat sheet の時間発展を調べるために、まずひずみ状態を考える。固有値 σ_z の支配方程式は次のように導出される。以下、固有値 σ_z , σ_+ , σ_- に対応する固有ベクトルを各々 $\mathbf{e}_z$, $\mathbf{e}_+$, $\mathbf{e}_-$ とし、方程式をこの固有ベクトルを基底とした座標系に変換する。また、以下、粘性項は省略する。

$$\frac{D\sigma_z}{Dt} = -\sigma_z^2 + \frac{1}{4}(\omega_+^2 + \omega_-^2) - \bar{\Pi}_{zz} \quad (1)$$

ここで、 ω_i はひずみ固有ベクトルの基底へ射影された渦度成分、 $\bar{\Pi}_{ij}$ はひずみ固有ベクトルからなる直交行列を用いて基底変換された圧力のヘシアン、 $\partial^2 p / \partial x_i \partial x_j$ 、である。乱流中に現れた flat sheet は Burgers' vortex layer と同様に初期においては伸張方向 (z 方向) の渦度が主要であり、

$$\sigma_z > 0, \omega_z \gg \omega_+ > \omega_- \quad (2)$$

このとき、式 (1) において $-\sigma_z^2 < 0$ であるから、 $D\sigma_z/Dt < 0$ となる。よって、時間が経過すると σ_z が正から負に変化し、flat sheet 上で圧縮が起こる。また、このとき、非圧縮性条件

$$\sigma_z + \sigma_+ + \sigma_- = 0 \quad (3)$$

から、 $\sigma_+ > 0$ となり、 σ_+ は時間とともに増加する。

さて、flat sheet の抽出に用いる固有値 $[-(S_{ik}\Omega_{kj} + S_{jk}\Omega_{ki})]_+$ は、固有値 σ_i と渦度 ω_i を

用いて表現すれば、近似的に、

$$[-(S_{ik}\Omega_{kj} + S_{jk}\Omega_{ki})]_+ = (\sigma_+ - \sigma_-)\omega_z \quad (4)$$

となり、この項の支配方程式は次のようになる。

$$\begin{aligned} & \frac{D}{Dt} [(\sigma_+ - \sigma_-)\omega_z] \\ &= 2\sigma_z [(\sigma_+ - \sigma_-)\omega_z] \\ & - \frac{1}{4} \frac{\omega_+^2}{\sigma_z - \sigma_+} [(\sigma_z - \sigma_-)\omega_z] - \frac{1}{4} \frac{\omega_-^2}{\sigma_z - \sigma_-} [(\sigma_+ - \sigma_-)\omega_z] \\ & - (\bar{\Pi}_{++} - \bar{\Pi}_{--})\omega_z - \frac{1}{4}(\omega_+^2 - \omega_-^2)\omega_z \\ & - \frac{1}{4} \frac{\sigma_+ - \sigma_-}{\sigma_z - \sigma_+} \omega_+ \bar{\Pi}_{z+} - \frac{1}{4} \frac{\sigma_+ - \sigma_-}{\sigma_z - \sigma_-} \omega_- \bar{\Pi}_{z-} \end{aligned} \quad (5)$$

ここに、 $\omega_z > 0$ と仮定した。この支配方程式において、flat sheet では $\omega_z \gg \omega_+ > \omega_-$ であり、Burgers' vortex layer では式 (5) は、

$$\begin{aligned} & \frac{D}{Dt} [(\sigma_+ - \sigma_-)\omega_z] \\ & \approx 2\sigma_z [(\sigma_+ - \sigma_-)\omega_z] \\ & + \frac{8S_{12}^2}{(\sigma_+^2 + S_{12}^2)(\sigma_-^2 + S_{12}^2)} \sigma_z [(\sigma_+ - \sigma_-)\omega_z] \end{aligned} \quad (6)$$

と近似できる。この方程式から、渦層の生成は自律的であることがわかる。Flat sheet で圧縮が起きたとき、 $\sigma_z < 0$ であるから式 (6) の右辺の 2 項は負となり、 $D[(\sigma_+ - \sigma_-)\omega_z]/Dt < 0$ となる。すなわち、flat sheet は圧縮とともにその強度が減少することがわかる。

次に、 z 方向、 $+$ 方向のエンストロフィーについて支配方程式を導出すると次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{D}{Dt} \left(\frac{1}{2} \omega_z^2 \right) &= \sigma_z \omega_z^2 - \frac{1}{4} \frac{\omega_z^2 \omega_+^2}{\sigma_z - \sigma_+} - \frac{1}{4} \frac{\omega_z^2 \omega_-^2}{\sigma_z - \sigma_-} \\ & - \frac{\omega_z \omega_+}{\sigma_z - \sigma_+} \bar{\Pi}_{z+} - \frac{\omega_z \omega_-}{\sigma_z - \sigma_-} \bar{\Pi}_{z-} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{D}{Dt} \left(\frac{1}{2} \omega_+^2 \right) &= \sigma_+ \omega_+^2 - \frac{1}{4} \frac{\omega_+^2 \omega_z^2}{\sigma_+ - \sigma_-} + \frac{1}{4} \frac{\omega_+^2 \omega_-^2}{\sigma_+ - \sigma_+} \\ & - \frac{\omega_+ \omega_-}{\sigma_+ - \sigma_-} \bar{\Pi}_{+-} + \frac{\omega_+ \omega_z}{\sigma_+ - \sigma_+} \bar{\Pi}_{z+} \end{aligned} \quad (8)$$

ここで、(7) 式右辺の第 2 項と (8) 式右辺の第 3 項、および、(7) 式右辺の第 4 項と (8) 式右辺の第 5 項が異符号で対応することを注記する。この支配方程式において、右辺第 1 項は、flat sheet で圧縮が起こったとき、 $\sigma_+ > 0 > \sigma_z$ であるから、

$$\sigma_z \omega_z^2 < 0, \sigma_+ \omega_+^2 > 0 \quad (9)$$

となる。さらに、後述する DNS のデータから、flat sheet で圧縮が起きたとき、

$$\frac{\omega_z \omega_+}{\sigma_z - \sigma_+} \bar{\Pi}_{z+} > 0 \quad (10)$$

であることが示された。したがって、

$$\frac{D}{Dt}\left(\frac{1}{2}\omega_z^2\right) < 0, \frac{D}{Dt}\left(\frac{1}{2}\omega_+^2\right) > 0 \quad (11)$$

となる。すなわち、時間が経過すると ω_z^2 が減少、 ω_+^2 が増加する。式 (7) と (8)、および、式 (10) から、圧縮が発生した場合、圧力ヘシアン項がこの圧縮を緩和し、 ω_z^2 の ω_+^2 への変換を誘起して + 方向の渦度を生成することがわかる。この生成は、圧縮の発生した領域の近傍に集中しており、+ 方向の渦度を持った渦管が形成される。

ここまでの支配方程式による解析から、乱流中に現れた flat sheet 上で z 方向の圧縮が起こり、+ 方向の強い渦度が生成・集中し、圧力ヘシアン項が緩和して渦管が形成される渦層-渦管遷移過程の機構を説明することができた。Burgers' model は、式 (1) において $-\sigma_z^2$ 項と $\bar{\Pi}_{zz}$ が共に一定値となり、また、 $\omega_+ = \omega_- = 0$ となつて均衡するので、本論文で扱った機構とは異なる維持機構を有する点に留意されたい。

4. 渦層-渦管遷移過程

本節では DNS データを用いて、渦層に沿う乱流構造の形成過程を解析する。DNS データは、非圧縮性の減衰一様等方乱流を対象とし、計算領域の長さを 2π 、格子点数を $512 \times 512 \times 512$ として生成した。計算方法は空間離散化にスペクトル法を用い、時間積分には低記憶容量 3 次精度 Runge-Kutta 法を用いた。動粘性係数 ν は高レイノルズ数の場合として $\nu = 0.00052$ 、低レイノルズ数の場合として $\nu = 0.0013$ とし、2 ケースの計算を行った。初期条件は速度の rms 値 $u_0 = 1$ で無次元化された初期エネルギースペクトル、

$$E(k) = Ck_p^{-1} \left(\frac{k}{k_p}\right)^8 \exp\left\{-2\left(\frac{k}{k_p}\right)^2\right\} \quad (12)$$

を与えた。ここで、 k は波数、 C , k_p は定数で、 $C = (256/35)\sqrt{2/\pi}$ 、 $k_p = 2$ であり、 u_0 と積分長で定義される eddy turn over time は 0.786 である。Taylor microscale と速度の rms 値に基づいたレイノルズ数 Re_λ は、それぞれ 118.0, 79.1 である。

図 1 は DNS データより、固有値 $[-(S_{ik}\Omega_{kj} + S_{jk}\Omega_{ki})]_+$ の等値面を用いて抽出された渦層と、速度勾配テンソルの第二不変量 $Q^{(7)}$ の等値面を用いて抽出された渦管を示す。この図では、流れ場中に flat sheet が現れ、時間の経過とともに巻き上がり、螺旋状に巻き上がった渦管の中心に渦管が形成される典型的な渦層-渦管遷移過程が観察されるが、 $t = 1.000$ における構造は Lundgren⁽¹¹⁾ の stretched spiral vortex model に類似している。ここで $t = 0.750$ における渦層は単葉の渦層ではなく、2 枚の渦層が重なり合って構成されていることを注記する。

渦層上での伸張・圧縮状態を考察するために、vortex-stretching term $\Omega_{ik}\Omega_{kj}S_{ji}$ を考える。vortex-stretching term は次のように分解できる。

$$\Omega_{ik}\Omega_{kj}S_{ji} = \sigma_z\omega_z^2 + \sigma_+\omega_+^2 + \sigma_-\omega_-^2 \quad (13)$$

この式の右辺第 1 項は z 方向への伸張を、第 2 項は + 方向への伸張を表しており、また、これらの項は渦度の大きさの支配方程式、式 (7)、(8) 右辺の第 1 項である。図 2 は、図 1 に示した渦層の渦管に垂直な断面における、vortex-stretching term の z 方向成分、+ 方向成分の分布を示している。時刻 $t = 0.750$ では、flat sheet 上で $\sigma_z\omega_z^2$ がほぼ正、 $\sigma_+\omega_+^2$ がほぼ 0 であり、 z 方向の伸張が渦層全体に分布している。時刻 $t = 0.875$ では、渦管が形成されるコア領域の近傍において $\sigma_z\omega_z^2$ が負値を取っており、 z 方向の圧縮が起きている。このとき、コア領域では $\sigma_+\omega_+^2$ が正値を取っており、+ 方向

Fig. 1 Vortex sheet-tube transformation process. The vortex sheets are shown by the gray isosurfaces, and the vortex tubes are shown by the black isosurfaces.

Fig. 2 Contours of the vortex-stretching term in the cross section of the vortex tube shown in Fig.1 : (a) the $\sigma_z \omega_z^2$ term ; (b) the $\sigma_+ \omega_+^2$ term . Positive values are plotted by black solid lines [contour levels from 1000 to 9000 (with increments of 4000)], and negative ones by gray solid lines [from -900 to -100 (with 400)]. The distribution of the $[-(S_{ik}\Omega_{kj} + S_{jk}\Omega_{ki})_+]$ term is shown using the gray scale contours.

の渦度が生成されている。そして渦層が巻き上がった時刻 $t = 1.000$ では、渦管が形成された領域と $\sigma_+ \omega_+^2$ が正である領域は一致し、+ 方向の強い渦度は渦管の伸張方向に一致している。これらの結果は、前節に示した支配方程式による解析と整合しており、特に負値の $\sigma_z \omega_z^2$ 項と正值の $\sigma_+ \omega_+^2$ の役割が示された。

図3は図1と同じ渦層での、時刻 $t = 0.750, 1.000$ における渦層上の渦度ベクトルを矢印で示している。時刻 $t = 0.750$ での渦度ベクトルをみると、下側の渦層上での渦度ベクトルは時刻 $t = 1.000$ での渦管の渦度の向きと平行であるが、上側の渦層上では平行からずれて上向きになっており、このような非対称な渦度ベクトルの配向は渦層上の渦度ベクトルと渦管の向きが全て平行な Neu⁽¹²⁾ および Kerr *et al.*⁽¹³⁾ のモデルや、spiral vortex model⁽¹¹⁾とは異なる。

上記で観察された渦層-渦管遷移過程の発生と乱流生成との相関を検証するために、下式のような乱流生成の強度を見積もる指標を導入する。⁽¹⁴⁾

$$P = -S_{ik}S_{kj}S_{ji} + \Omega_{ik}\Omega_{kj}S_{ji} \quad (14)$$

右辺第1, 2項は、各々、ひずみ率 $S_{ij}S_{ji}/2$ とエンストロフィー $\Omega_{ij}\Omega_{ji}/2$ の生成項であり、両項ともそれらの空間平均は skewness となる。すなわち、 P 項はエネルギーのカスケードの強度の見積もる指標 (乱流生成項) となる。図4は、図1と同一な flat sheet での乱流生成項の等値面を示す。 $-S_{ik}S_{kj}S_{ji}$, $\Omega_{ik}\Omega_{kj}S_{ji}$ がともに flat sheet 上で大きな値を取っており、乱流エネルギーの大きな生成が起こっていることがわかる。表1は、乱流が十分に発達した時刻 $t = 1.750$ における、乱流生成項の各領域における総計を示す。

Table 1 Decomposition of the $-S_{ik}S_{kj}S_{ji}$ and $\Omega_{ik}\Omega_{kj}S_{ji}$ terms in the three regions. $\langle SSS \rangle_t$ and $\langle \Omega\Omega S \rangle_t$, respectively, denote the summation of the $-S_{ik}S_{kj}S_{ji}$ and $\Omega_{ik}\Omega_{kj}S_{ji}$ terms in the whole region. $\langle SSS \rangle$ and $\langle \Omega\Omega S \rangle$, respectively, denote the summation of the $-S_{ik}S_{kj}S_{ji}$ and $\Omega_{ik}\Omega_{kj}S_{ji}$ terms in each region.

Region	$\frac{\langle SSS \rangle + \langle \Omega\Omega S \rangle}{\langle SSS \rangle_t + \langle \Omega\Omega S \rangle_t}$	$\frac{\langle \Omega\Omega S \rangle}{\langle SSS \rangle}$	$\frac{\langle SSS \rangle}{\langle SSS \rangle_t}$	$\frac{\langle \Omega\Omega S \rangle}{\langle \Omega\Omega S \rangle_t}$
Curved sheet	0.320	0.074	0.398	0.089
Flat sheet	0.405	0.288	0.419	0.362
Tube core	0.275	0.999	0.183	0.549

(a) $t = 0.750$

(a) $-S_{ik}S_{kj}S_{ji} = 9000$

(b) $t = 1.000$

(b) $\Omega_{ik}\Omega_{kj}S_{ji} = 3500$

Fig. 3 Distribution of the vorticity vectors on the flat sheet. Length of the vector is proportional to the amplitude of vorticity.

Fig. 4 Isosurface of the turbulent production term on the flat sheet at $t = 0.875$. The flat sheet is shown by the mesh isosurface.

Fig. 5 Spatial distribution of the sheets and tubes (A 1/8 sub-cube of the entire domain is shown). The vortex sheets are shown by the gray isosurfaces, and the vortex tubes are shown by the black isosurfaces.

Fig. 6 Distribution of PDFs of the vortex-stretching term : (a) $\sigma_z \omega_z^2$; (b) $\sigma_+ \omega_+^2$.

Flat sheet では、ひずみのよる乱流生成、渦度による乱流生成がともに大きな値を取るため、乱流生成項が3領域の中で最も大きな値を示す。したがって、flat sheet で乱流エネルギーの大きな生成が起き、渦層-渦管遷移過程が乱流の生成に顕著な貢献をすることがわかる。

この渦層-渦管遷移過程の発生を、乱流が未発達な初期時刻 $t = 0.750$ 、乱流が十分に発達した時刻 $t = 1.750$ 、および乱流が減衰した時刻 $t = 2.750$ において

Fig. 7 Energy spectra.

解析する。図5は渦層・渦管の空間分布を、固有値 $[-(S_{ik}\Omega_{kj} + S_{jk}\Omega_{ki})]_+$ の等値面を用いて渦層を、速度勾配テンソルの第二不変量 Q の等値面を用いて渦管を可視化している。図6はひずみの空間平均 $\langle S_{ik} S_{ki} \rangle$ で正規化された vortex-stretching term の z 方向成分、 $+$ 方向成分の確率密度関数 (PDF) を示しており、また図7はコルモゴロフスケールに対応する波数 (k_K) により正規化されたエネルギースペクトルを示している。

初期の $t = 0.750$ では、vortex-stretching term の z 方向成分が正の大きな値に分布しており、空間分布から大きな flat sheet が存在し、渦管はほとんど形成されていないことがわかる。エネルギースペクトルは低波数成分のスペクトルに集中し、傾き $-5/3$ を示す慣性小領域が現れていない。乱流が十分に発達した時刻 $t = 1.750$ では、vortex-stretching term の z 方向成分が負の大きな値を取り、 $+$ 方向成分の正の大きな値が存在することから、乱流中で渦層-渦管遷移が頻繁に起こっ

Fig. 8 Reynolds number dependence of occurrence of vortex sheet-tube transformation : (a) $\sigma_z \omega_z^2$; (b) $\sigma_+ \omega_+^2$.

ていることがわかる。このとき、小さなスケールの渦管まで形成されており、乱流中では初期の大きな flat sheet が存在していた領域に沿って渦管のクラスター構造が形成される。エネルギースペクトルは積分長の数倍のスケールからコルモゴロフスケールに渡って分布しており、慣性小領域が両スケールの中間 ($k = 0.01k_K \sim 0.1k_K$) に存在する。本研究で抽出された渦層の横断方向幅は積分長の数倍であり、一方渦管の直径はコルモゴロフスケールの約 8 倍であるので⁽¹⁾、渦層-渦管遷

移過程の発生に伴うエネルギー伝達の生成が慣性小領域の形成に深く関与しているものと考えられる。乱流が減衰した時刻 $t = 2.750$ では、vortex-stretching term の z 方向成分、 $+$ 方向成分がともに減少し、また、エネルギースペクトルの低波数成分が減衰していることから、渦層-渦管遷移はほとんど起きていないことがわかる。これは、減衰乱流では、大きなスケールの渦層を再生成する機構がないためと考えられる。

5. 渦層-渦管遷移のレイノルズ数依存性

乱流生成に大きく貢献する渦層-渦管遷移の発生頻度のレイノルズ数依存性について検証する。図 8 は時刻 $t = 1.750$ における vortex-stretching term の PDF 分布を、 z 方向成分、 $+$ 方向成分について示している。高レイノルズ数の結果は低レイノルズ数に結果より大きな値に分布しており、特に z 方向成分の負値の発生が多くなっており、レイノルズ数が高くなるにつれて渦層-渦管遷移の発生頻度が高いことがわかる。図 9 はクラスター構造生成過程へのレイノルズ数影響を検証するために、図 5 と同様な渦層・渦管の空間分布を、低レイノルズ数の DNS データに対して示している。図 5 と図 9 を比較すると、初期時刻 $t = 0.750$ での flat sheet の形成には相違が見られず、初期の渦層の形成は非粘性な現象であることが見て取れるが、時刻 $t = 1.750$ においては、低レイノルズ数では渦層-渦管遷移過程の発生が粘性効果により抑制され、クラスター構造が形成されないわけではないが渦管の密集度は低く、高レイノルズ数に比べて明確なクラスター構造が形成されない。図 10, 11 は、エネルギースペクトルを、式

$$E(k, t) = c(t)k^{n(t)}e^{-2\delta(t)k} \quad (15)$$

と近似して得られた対数減衰率 $\delta(t)$ と algebraic prefactor $n(t)$ ⁽²⁾ の時間発展をそれぞれ示している。こ

$t = 0.750$

$t = 1.750$

Fig. 9 Spatial distributions of the sheets and tubes obtained from low Reynolds number case.

Fig. 10 Temporal evolution of the $\ln \delta(t)$ term. Fig. 11 Temporal evolution of the $n(t)$ term.

ここで、式(15)の最小二乗法による fitting は $5 \leq k \leq 255$ の波数に対して行った。 $\delta(t)$ は $t \approx 0.3$ までは指数的に減少し、粘性が効き始めるとその減少は緩やかになり、最小値をとる。この $\delta(t)$ は渦層の厚さに比例する特性値であり、高レイノルズ数において渦層がより薄くなっていることがわかる。また、低レイノルズ数の場合、 $n(t)$ は高レイノルズ数の場合に比べて早期に定常値に達し、渦層-渦管遷移の発生によるエネルギー・カスケードの生成が早く飽和状態に達するものと考えられ、粘性効果によって渦層-渦管遷移が抑制されるといえる。

6. 結 論

本研究では乱流構造を渦度と速度ひずみの相対的な強度により分類し、渦度とひずみが同等に大きな強度を持つ flat sheet を、固有値 $[-(S_{ik}\Omega_{kj} + S_{jk}\Omega_{ki})]_+$ を用いて抽出した。この flat sheet に沿う乱流構造の形成過程をひずみ、渦度、および固有値 $[-(S_{ik}\Omega_{kj} + S_{jk}\Omega_{ki})]_+$ の支配方程式から解析的に見積り、その見積りが一様等方乱流の DNS データより観察された渦層-渦管遷移の機構と整合していることを示した。この渦層-渦管遷

移過程において、渦層と渦管上で渦度の向きが全て平行な従来のモデルとは異なるモードの遷移過程が存在することを示した。また、乱流生成の貢献度の指標となる乱流生成項を定義し、この渦層-渦管遷移過程において、flat sheet に沿って大きな乱流エネルギーの生成が起きることを示した。さらに、渦層-渦管遷移の発生頻度のレイノルズ数依存性を検証し、レイノルズ数が高くなるにつれてこの発生頻度が増加し、乱流エネルギーのカスケードを引き起こすことを示した。また、初期条件として低波数成分にエネルギーを注入した減衰一様等方乱流では、初期に大規模な flat sheet が形成され、高レイノルズ数においてはこの flat sheet に沿って渦層-渦管遷移が頻繁に発生することにより、渦管のクラスター構造が形成されることを示した。なお、この渦層-渦管遷移過程の発生を抑止することにより、乱流の制御を図れる可能性があることを付記する⁽¹⁵⁾。

謝 辞

本研究の遂行にあたっては、文部科学省科学研究費補助金基礎研究 (C) Nos., 14550141, 16560136 の援助を受けた。ここに記して謝意を表す。

文 献

- (1) Jiménez, J. and Wray, A. A., *J. Fluid Mech.* **373**, 255 (1998)
- (2) Passot, T., Politano, H., Sulem, P. L., Angilella, J. R. and Meneguzzi, M. *J. Fluid Mech.* **282**, 313 (1995)
- (3) Ashurst, W. T., Kerstein, A. R., Kerr, R. M. and Gibson, C. H., *Phys. Fluids* **30**, 2343 (1987)
- (4) Andreotti, B., *Phys. Fluids* **9**, 735 (1997)
- (5) Jeong, J. and Hussain, F., *J. Fluid Mech.* **285**, 69 (1995)
- (6) Horiuti, K., *Phys. Fluids* **13**, 3756 (2001)
- (7) Hunt, J. C. R., Wray, A. A. and Moin, P., Center for Turbulence Research Report CTR-S88, 193 (1988)
- (8) Chong, M. S., Perry, A. E. and Cantwell, B. J., *Phys. Fluids* **A2**, 765 (1990)
- (9) Nomura, K. K., and Post, G. K., *J. Fluid Mech.* **377**, 65 (1998)
- (10) Horiuti, K., *J. Fluid Mech.* **491**, 65 (2003)
- (11) Lundgren, T. S., *Phys. Fluids* **25**, 2193 (1982)
- (12) Neu, J. C., *J. Fluid Mech.* **143**, 253 (1984)
- (13) Kerr, O. S., and Dold, J. W., *J. Fluid Mech.* **276**, 307 (1994)
- (14) Horiuti, K., *Advances in Turbulence VIII*, 519 (2000)
- (15) Horiuti, K., Abe, S., Itami, T., and Takagi, Y., *Proc. 3rd Int. Symp. TSFP*, ed. by Kasagi, N. et al., 823 (2003)