汎用的な解析的壁関数モデル*

(第2報, 滑面～粗面乱流に対応した強制対流温度場のモデル)

須賀 一彦^{*1}, Timothy J. CRAFT^{*2}, Hector IACOVIDES^{*2}A Generalized Analytical Wall-Function for Turbulence
(2nd Report, A Thermal Field Model for Forced Convection in
Smooth and Rough Wall Turbulence)Kazuhiko SUGA^{*3}, Timothy J. CRAFT and Hector IACOVIDES^{*3} Toyota Central Research and Development Laboratories Inc.,
41-1 Yokomichi, Nagakute, Nagakute-cho, Aichi, 480-1192 Japan

This paper reports the development of a refined wall-function strategy for the modelling of forced convection turbulent heat transfer over smooth and rough surfaces. In order to include the effects of fine-grain surface roughness, the present study extends a more fundamental work on the development of advanced wall functions of general applicability. The presently proposed model is validated through comparisons with heat transfer data available for internal flows through channels and for external flows over flat and curved plates with both smooth and rough surfaces. The validation results suggest that the presently proposed form is successfully applicable to a wide range of heat transfer problems over smooth and fine-grain rough surfaces.

Key Words: Reynolds Averaged Navier-Stokes Equations, Turbulence Modelling, Rough Walls, Wall-Function, Heat Transfer

1. 緒 言

温度場の数値解析に於いても、対数則からなる標準壁関数モデルの是非は、多くの議論⁽¹⁾⁽²⁾がなされ、幾多の欠点が指摘されてきた。特に浮力効果を伴う乱流温度境界層の場合には、普遍性を持つ代表スケールが未だ確立されているとは言えない⁽³⁾ことや、壁面熱伝達には壁面近傍乱流が大きく影響することもあり、流れ場以上に標準壁関数の有効範囲は狭い。そうしたことから、壁面まで輸送式を積分する低レイノルズ数(LRN)モデルを用いた解析でなければ、有効な結果が得られない場合が多いと言える。

しかしながら、流れ場に壁関数を用いる場合には、当然ながら温度場にも同様の手続きをするのが自然である。前報⁽⁴⁾でも指摘したが、産業応用解析ではその不備を認識しつつも、壁関数に依存した計算を行っているというのが現状である。

Craft ら⁽⁵⁾はこの現状を認識し、対数速度則に置き換わる新しい壁関数モデルを構築するために、壁面隣

接セルで輸送方程式を解析的に積分する解析的壁関数(AWF)モデルを提案した。そして、特に浮力効果を伴う共存対流場へ応用してその有効性を議論している⁽⁵⁾⁽⁶⁾。

いっぽう、著者らは前報⁽⁴⁾で産業応用解析で重要な粗面壁境界に対応した速度場のAWFについて議論し、剥離再付着流れを含む多くの滑面～粗面乱流場で有効となるようにAWFを拡張した。そして、AWFの剥離再付着流れでの対数則壁関数に対する優位性等、優れた性能を確認した。そこで、本報では引き続き粗面効果を考慮した温度場のAWFについて議論し、その有効性を議論する。なお、本研究は非圧縮性の強制対流場を対象とする。

記 号

 A_T, A'_T, B_T, B'_T : 積分定数 c_t, c_μ : モデル定数 C_f : 摩擦係数 C_T : エネルギー式の対流項と生成項の和 c_p : 流体の定圧比熱 D : チャネル高さ h : 粗さ要素高さ(等価砂粒粗さ)

* 原稿受付 2005年1月24日。

^{*1} 正員、(株)豊田中央研究所(〒480-1192 愛知県愛知郡長久手町大字長湫字横道41-1)。^{*2} School of Mechanical, Aerospace and Civil Engineering, The University of Manchester, U.K.

E-mail: k-suga@mosk.tytlabs.co.jp

- k, k_P : 乱流エネルギー, 点 P での k
 Nu : ヌセルト数
 P : 圧力または壁面隣接セル中心点
 Pr : プラントル数
 Pr_t, Pr_t^∞ : 乱流プラントル数
 q_w : 壁面熱流束
 Re, Re_x : レイノルズ数
 Re_h : 粗さレイノルズ数: $U_\tau h/\nu$
 St : スタントン数
 S_θ : 生成項
 U_b, U_τ : バルク速度, 摩擦速度
 U_0 : 境界層外縁速度
 x : 座標軸 (壁面平行方向)
 y : 座標軸 (壁面垂直方向) または壁面からの垂直距離
 y_n, y_v : セル高さ, 粘性底層厚さ
 y^+, y^* : 無次元距離: $yU_\tau/\nu, y\sqrt{k_P}/\nu$
 $Y^{\alpha T}$: $1 + \alpha_T(y^* - y_v^*)$
 $Y_i^{\alpha T}$: $1 + \alpha_T(y_i^* - y_v^*)$;
 $i = w, n, h; y_w = 0; y_h = h$
 $Y^{\beta T}$: $1 + \beta_T(y^* - y_v^*)$
 $Y_i^{\beta T}$: $1 + \beta_T(y_i^* - y_v^*)$;
 $i = w, n, h; y_w = 0; y_h = h$
 α : $c_\mu c_t$
 α_T : $\alpha Pr / Pr_t^\infty$
 β_T : $C_0 / (h^* Pr_t^\infty)$, C_0 : 式 (6)
 Θ, Θ^+ : 平均温度, $|\Theta - \Theta_w|(\rho c_p U_\tau) / q_w$
 Θ_w, Θ_n : 壁面温度, 点 n の温度
 κ : カルマン定数: 0.42
 λ_b : $Y_w^{\alpha T} + \beta_T h^*$
 μ, μ_t : 粘性係数, 渦粘性係数
 ν, ν_t : 動粘性係数, 渦動粘性係数
 ρ : 流体の密度

2. 温度場の解析的壁関数 (AWF)

温度場を解析する時, 壁温が与えられている場合は壁関数によって壁面熱流束が与えられ, 壁面熱流束が与えられる場合には壁温が与えられる. 温度場の AWF の導出は以下のように速度場⁽⁴⁾と同様の手続きでできる.

図 1 に示すような壁面隣接セル内で, 近似した非圧縮性流体の壁面平行方向のエネルギー式は, 乱流プラントル数 Pr_t を用いて記述すると,

Fig. 1 Near-wall cells.

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho U \Theta) = \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right) \frac{\partial \Theta}{\partial y} \right] + S_\theta \quad (1)$$

となる. 前報⁽⁴⁾のように, 壁面隣接セルに対し $y^* \equiv y\sqrt{k_P}/\nu$ を導入し, 渦粘性係数 μ_t が粘性底層厚さ y_v^* より上層で

$$\mu_t = \alpha\mu \cdot \max\{0, (y^* - y_v^*)\} \quad (2)$$

と分布すると仮定すると式 (1) は,

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial y^*} \left[\left(\frac{\mu}{Pr} + \frac{\alpha\mu}{Pr_t} \max(0, y^* - y_v^*) \right) \frac{\partial \Theta}{\partial y^*} \right] \\ = \underbrace{\frac{\nu^2}{k_P} \left[\frac{\partial}{\partial x}(\rho U \Theta) - S_\theta \right]}_{C_T} \end{aligned} \quad (3)$$

と書き直すことができる.

次に, 有限体積法における通常の仮定としてセル内で生成項と対流項は一定 (C_T は一定) とすると, 式 (3) は解析的に積分できて温度場の解析的壁関数を導くことができる. その時, 流れの状況と格子の大きさによって識別できる図 2 に示す (a) $y_v < 0$, (b) $0 \leq y_v \leq h$, (c) $h \leq y_v \leq y_n$, (d) $y_n \leq y_v$ の 4 ケースに分けて AWF の導出を議論する. (なお, 滑面壁は粗さ $h = 0$ に相当する.)

2.1 粗面壁のモデル

本研究の予備検討の段階で, 粗面効果を考慮した速度場 AWF と乱流プラントル数一定の温度場 AWF で粗面乱流熱伝達を解析した結果, 常に過剰な壁面熱伝達率が予測された. 速度場の AWF の中では, 粗さ要素による抗力効果と乱流粘性とが基本的には区別されずに総剪断応力として乱流粘性に組み込まれている. そのため, 結果的に総剪断

Fig. 2 Near-wall cells over a rough wall.

応力に比例した過剰な熱輸送を乱流プラントル数一定では仮定することになると考えられる。したがって、熱伝達に寄与しない部分をエネルギー式から除くようなモデル化をする必要がある。

また、Nagano ら⁽⁷⁾はリブ付きチャンネル乱流の温度場 DNS を行い、粗さ要素 (リブレット) 内を含む領域の乱流プラントル数分布を示した。そこでは興味深いことに粗さ要素内では基底面に近づくほど Pr_t は高くなる傾向が示されている。(いっぽう、最近の DNS⁽⁸⁾によると、滑面壁乱流の場合には Pr_t は、かつて実験値から議論されたような壁面に向かって大きくなる分布をするのではなく、比較的平坦な分布をしていることが示されている。) これは粗さ要素によって形成されるスケールの小さい循環渦によって、壁面近傍に熱溜まりが形成されるため、粗面による熱輸送の促進が乱れの促進に比べて抑制される結果であると推測できる。

よって、以上の事柄に対応するため粗さ要素内で Pr_t を次のように関数化する。

$$Pr_t = Pr_t^\infty + \Delta Pr_t \quad (4)$$

$$\Delta Pr_t = C_0 \max(0, 1 - y^*/h^*) \quad (5)$$

C_0 の関数形については、後述の作動流体を空気としたチャンネル乱流や境界層乱流を対象として最適化を行った結果、

$$C_0 = \frac{5.5}{1 + (h^*/70)^{6.5}} + 0.6 \quad (6)$$

を用いることとした。(前報⁽⁴⁾の議論同様、壁面隣接セル内でのエネルギー式の解析的積分は y^* について行うため、モデル式は y^*, h^* の関数形となっている。)

なお、温度境界層の発達は Pr の影響を受けるが、特に高 Pr 流体では渦粘性係数の挙動も大きく影響し、速度場以上に壁面近傍での精度が要求される。しかし、本 AWF では図 1 に示したように壁面近傍での渦粘性係数の挙動を簡略化して仮定するため、速度場の解析では十分であっても高 Pr 流体の温度場には十分な精度が期待できるとは限らない。したがって、乱流プラ

Table 1 Model coefficients.

$$\alpha \equiv c_\ell c_\mu, c_\ell = 2.55, c_\mu = 0.09, y_{vs}^* = 10.7, Pr_t^\infty = 0.9$$

ントル数に関する式 (4)~(6) の有効範囲も $Pr \leq 1$ といえる。実際、ここでは示さないが $Pr < 1$ の流体では十分な計算精度であるが、 $Pr \gg 1$ では誤差が大きくなる傾向が認められる。

なお前報⁽⁴⁾に議論したように、粗面の粘性底層厚さ y_v^* は

$$y_v^* = y_{vs}^* \{1 - (h^*/70)^m\}, \quad (7)$$

$$m = \max \left\{ \left(0.5 - 0.4 \left(\frac{h^*}{70} \right)^{0.7} \right), \left(1 - 0.79 \left(\frac{h^*}{70} \right)^{-0.28} \right) \right\} \quad (8)$$

とモデル化する。なお、その他のモデル定数の一覧は表 1 に示す。

以下にケース (a) の場合を例にとって、エネルギー式の解析的積分と AWF の導出過程を示す。式 (3) は $y^* \leq h^*$ で

$$\frac{\partial}{\partial y^*} \left[\left\{ \frac{\mu}{Pr} + \frac{\alpha \mu (y^* - y_v^*)}{Pr_t^\infty + C_0(1 - y^*/h^*)} \right\} \frac{\partial \Theta}{\partial y^*} \right] = C_T \quad (9)$$

と書けるので積分すると

$$\left\{ \frac{\mu}{Pr} + \frac{\alpha \mu (y^* - y_v^*)}{Pr_t^\infty + C_0(1 - y^*/h^*)} \right\} \frac{d\Theta}{dy^*} = C_T y^* + A_T \quad (10)$$

となる。ここで $\alpha_T = \alpha Pr / (Pr_t^\infty)$, $\beta_T = C_0 / (h^* Pr_t^\infty)$ を導入して整理すると

$$\frac{d\Theta}{dy^*} = \frac{\{1 + \beta_T(h^* - y^*)\}(C_T y^* + A_T)}{1 + \alpha_T(y^* - y_v^*) + \beta_T(h^* - y^*)} \frac{Pr}{\mu} \quad (11)$$

と書ける。したがって、

$$\begin{aligned} \Theta = & B_T + \frac{Pr C_T \beta_T}{2\mu(\alpha_T - \beta_T)} y^{*2} \\ & - \left\{ \frac{C_T \lambda_b \beta_T}{(\alpha_T - \beta_T)^2} - \frac{C_T(1 + \beta_T h^*) + \beta_T A_T}{\alpha_T - \beta_T} \right\} \frac{Pr}{\mu} y^* \\ & + \left[\frac{C_T \lambda_b^2 \beta_T}{(\alpha_T - \beta_T)^3} - \frac{\lambda_b \{C_T(1 + \beta_T h^*) + \beta_T A_T\}}{(\alpha_T - \beta_T)^2} \right. \\ & \left. + \frac{(1 + \beta_T h^*) A_T}{\alpha_T - \beta_T} \right] \frac{Pr}{\mu} \ln[(\alpha_T - \beta_T) y^* + \lambda_b] \quad (12) \end{aligned}$$

が得られる。

次に $y^* > h^*$ では、

$$\frac{d\Theta}{dy^*} = \frac{Pr(C_T y^* + A_T)}{\mu \{1 + \alpha_T(y^* - y_v^*)\}} = \frac{Pr(C_T y^* + A_T)}{\mu Y^{\alpha_T}}, \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \Theta = & B_T + \frac{Pr C_T y^*}{\mu \alpha_T} \\ & + \frac{Pr}{\mu} \left\{ \frac{A_T}{\alpha_T} - \frac{C_T Y_w^{\alpha_T}}{\alpha_T^2} \right\} \ln Y^{\alpha_T} \quad (14) \end{aligned}$$

が導ける。積分定数 A_T, B_T 等は式 (11)~(14) に境界条件 ($\Theta|_{y=0} = \Theta_w, \Theta|_{y=y_n} = \Theta_n$: 点 P, N の計算

Table 2 Coefficients in Eq.(16).

case	D
(a) $y_v < 0$	$\frac{-\beta_T h^*}{\alpha_T - \beta_T} + \frac{\alpha_T Y_h^{\beta T}}{(\alpha_T - \beta_T)^2} \ln(Y_h^{\alpha T} / \lambda_b) + \frac{1}{\alpha_T} \ln(Y_n^{\alpha T} / Y_h^{\alpha T})$
(b) $0 \leq y_v \leq h$	$\frac{\alpha_T y_v^* - \beta_T h^*}{\alpha_T - \beta_T} + \frac{\alpha_T Y_h^{\beta T}}{(\alpha_T - \beta_T)^2} \ln(Y_h^{\alpha T} / Y_h^{\beta T}) + \frac{1}{\alpha_T} \ln(Y_n^{\alpha T} / Y_h^{\alpha T})$
(c) $h \leq y_v \leq y_n$	$\frac{1}{\alpha_T} \ln Y_n^{\alpha T} + y_v^*$
(d) $y_n \leq y_v$	y_n^*
case	E
(a) $y_v < 0$	$\frac{h^* - y_v^*}{\alpha_T} + \frac{1}{\alpha_T} \left\{ \frac{Y_w^{\alpha T}}{\alpha_T} + h^* - \frac{Y_h^{\alpha T}}{\alpha_T - \beta_T} \left(\frac{\lambda_b \beta_T}{\alpha_T - \beta_T} + 1 \right) + \frac{\lambda_b \alpha_T Y_h^{\beta T}}{(\alpha_T - \beta_T)^2} \right\} \ln(Y_n^{\alpha T} / Y_h^{\alpha T})$ $+ \frac{\alpha_T \lambda_b Y_h^{\beta T}}{(\alpha_T - \beta_T)^3} \ln(Y_h^{\alpha T} / \lambda_b) - \frac{h^*}{\alpha_T - \beta_T} \left(1 + \frac{\beta_T h^*}{2} + \frac{\beta_T \lambda_b}{\alpha_T - \beta_T} \right)$
(b) $0 \leq y_v \leq h$	$\frac{h^* - y_v^*}{\alpha_T} + \frac{1}{\alpha_T} \left\{ \frac{Y_w^{\alpha T}}{\alpha_T} + h^* - \frac{Y_h^{\alpha T}}{\alpha_T - \beta_T} \left(\frac{\lambda_b \beta_T}{\alpha_T - \beta_T} + 1 \right) + \frac{\lambda_b \alpha_T Y_h^{\beta T}}{(\alpha_T - \beta_T)^2} \right\} \ln(Y_n^{\alpha T} / Y_h^{\alpha T})$ $+ \frac{\alpha_T \lambda_b Y_h^{\beta T}}{(\alpha_T - \beta_T)^3} \ln(Y_h^{\alpha T} / Y_h^{\beta T}) - \frac{h^*}{\alpha_T - \beta_T} \left(1 + \frac{\beta_T h^*}{2} + \frac{\beta_T \lambda_b}{\alpha_T - \beta_T} \right) + \frac{y_v^*}{\alpha_T - \beta_T} \left(\frac{\alpha_T Y_h^{\beta T}}{\alpha_T - \beta_T} - \frac{\alpha_T y_v^*}{2} \right)$
(c) $h \leq y_v \leq y_n$	$\frac{y_v^* - y_h^*}{\alpha_T} - y_v^{*2} / 2 + \frac{Y_w^{\alpha T}}{\alpha_T} \ln Y_n^{\alpha T}$
(d) $y_n \leq y_v$	$-y_n^{*2} / 2$

値より補間) 及び $y = h$ での $d\Theta/dy^*$, Θ の連続分布条件を課すことで求めることができる。

他のケース (b)~(d) も同様の手続きでエネルギーを解析的に積分できる。

2.1.1 壁温一定条件 壁温 Θ_w 一定の場合, 壁面熱流束 q_w は

$$q_w = -\rho c_p \left(\frac{\nu}{Pr} + \frac{\nu_t}{Pr_t} \right) \frac{k_P^{1/2}}{\nu} \frac{d\Theta}{dy^*} \Big|_w = -\frac{\rho c_p k_P^{1/2}}{\mu} A_T \quad (15)$$

と表すことができ, 結果的に A_T の関数として求められる。いっぽう, 積分定数 A_T は,

$$A_T = \{\mu(\Theta_n - \Theta_w)/Pr + C_T E\}/D \quad (16)$$

の形式で表現でき, 各ケースで係数 D, E を求めて表2に示した。

2.1.2 熱流束一定条件 壁面熱流束 q_w 一定では, 式 (15), (16) を変形して壁温 Θ_w を

$$\Theta_w = \Theta_n + \frac{Pr q_w}{\rho c_p k_P^{1/2}} D + \frac{Pr C_T E}{\mu} \quad (17)$$

と求めることができる。

3. 結果および考察

前報⁽⁴⁾同様, 計算に使用した計算コードは UMIST で研究用に開発された一般座標系有限体積法プログラム⁽⁹⁾であり, 対流項に対して3次精度の離散化法を用いて書かれている。

速度場乱流モデルには標準型 $k-\varepsilon$ モデル⁽¹⁰⁾の他, 3次非線型 $k-\varepsilon$ (CLS) モデル⁽¹¹⁾を前報⁽⁴⁾の速度場の AWF と組み合わせて適用した。(AWF と併用するため壁面隣接セルの中心点が対数速度領域に入って

Fig. 3 Mean temperature in channel flows at $Pr = 0.71$; lines with symbols: AWF + $k - \varepsilon$, solid thin lines: log law profiles.

いるいわゆる壁関数用の計算格子にて計算するため, 実質的に LRN 乱流モデルの LRN 部分は作動していない。) 乱流熱流束モデルは温度場 AWF と整合した $Pr_t = 0.9$ 一定の渦拡散モデルである。

なお, 粗面壁を扱う場合には計算格子の壁面隣接セルの高さが常に粗さ要素より高くなるように設定している。

3.1 チャネル流れ 図3に $Pr = 0.71$, $Re = 10^5$ のチャネル乱流の温度分布を示す。滑面壁 ($h/D = 0$) の場合, AWF + 標準 $k - \varepsilon$ モデルは計算格子の粗さによらず, 例えば Johnk-Hanratty⁽¹²⁾が与えた対数則分布

$$\Theta^+ = 3.3 + 2.21 \ln y^+ \quad (18)$$

Fig. 4 Friction coefficient C_f in rough wall boundary layers.

やLRNk- ε モデル (LS)⁽¹⁰⁾を用いた結果に整合した分布を示すことが分かる。(前報⁽⁴⁾同様、使用した計算格子の壁面隣接セルの高さは $\Delta y_1/D = 0.015, 0.045, 0.09$ であり、チャンネル高さ D を不等間隔にそれぞれ 49, 19, 14 分割するものである。図中、各格子による結果はほぼ完全に一致している。)

次に、 $h/D = 0.01, 0.03$ の粗面壁の場合においても、AWF による計算は下式 (19) の粗面乱流温度境界層の対数則⁽¹³⁾ を格子によらず良く再現することが分かる。

$$\Theta^+ = \frac{1}{0.8 Re_h^{-0.2} Pr^{-0.44}} + \frac{Pr_t}{\kappa} \ln \frac{32.6 y^+}{Re_h} \quad (19)$$

なお、図中には各粗さに対してそれぞれ 2 種類以上の計算格子で計算した結果を示しているが、それぞれほぼ完全一致している。これは AWF が壁面隣接セル上で解析的に積分するモデルであるため、速度場同様に計算格子の依存性が極めて小さいことを示している。

3.2 平板境界層流れ 次に、Hosni ら⁽¹⁴⁾が行った、ゼロ圧力勾配・粗面平板乱流境界層流れの等温加熱伝熱実験を検証対象として議論する。彼らは半球形の要素を平板上に並べて粗面を形成し、要素間隔と径の比を $L/d = 2, 4$ と変化させて計測を行ったが、これらは等価砂粒粗さ $h = 0.63, 0.1 \text{ mm}$ に対応し⁽¹⁵⁾、それぞれ $Re_h \approx 120$ の完全粗面領域と $Re_h \approx 16$ の滑面-粗面過渡領域を形成する。(各 Re_h は本解析から得られた値である。)

図 4 はまず速度場の予測状況を調べるため、AWF + 標準 $k-\varepsilon$ モデルから得られた摩擦係数 C_f を実験値と比較したものである。図から滑面、粗面の 2 条件共に摩擦係数の予測は妥当であることが確認できる。

図 5 はスタントン数 St の分布を比較するものである。作動流体は空気では $Pr = 0.71$ である。図からわかるように AWF による解析は、 $L/d = 4$ のケースで St

Fig. 5 Stanton number distribution in rough wall boundary layers at $Pr = 0.71$.

Fig. 6 Mean temperature in rough wall boundary layers at $Pr = 0.71$; lines with symbols: AWF + $k-\varepsilon$, solid thin lines: log law profiles.

数分布が滑面に比べて約 40%, $L/d = 2$ で約 75% 上昇する効果を満足に予測している。なお、滑面の場合の実験値は Taylor ら⁽¹⁶⁾による関係式

$$St = 0.185 (\log_{10} Re_x)^{-2.584} Pr^{-0.4} \quad (20)$$

を用いている。

図 6 は $Re_x = 10^6$ の位置での平均温度分布を式 (19) の対数則と比較するものである。どの粗さの場合も若干低めに対数則が予測されているが、十分満足できる温度分布であると言える。

3.3 曲がり流路境界層流れ より複雑な流れ場での性能を議論するため、曲部を持った粗面流路に沿った熱伝達場を取り上げる。曲面に沿った熱流れ場は、タービン翼面や各種冷却機器の流路に見られるように、工学的に非常に重要な場である。いっぽう、AWF そのものには流線曲がりの効果が組み込まれているわけではないので、予測精度はコア領域の解析に使われる乱流モデルによって決まると言える。しかし、AWF を併用した結果が乱流モデルの特徴を打ち消すよう

Fig. 7 Flow geometry of the convex rough wall boundary layers of Turner *et al.*⁽¹⁷⁾

あつてはならないことから、確認の意味も込めて議論しておく必要がある。したがって、以下に流路曲がり乱流場へ与える効果を捉えることができる、3次非線型 $k-\varepsilon$ モデル⁽¹¹⁾をコア領域の解析に用いて議論した。

Turner ら⁽¹⁷⁾は、図7に示すような一部に曲面を持つ粗面乱流境界層の伝熱実験を行った。(彼らの流れ系では発達した流路曲がりの影響を捉えられないが、粗面伝熱の計測では貴重なデータであり、他に適切な計測実験は文献に見当たらない。) 実験は空気を作動流体として等温加熱壁条件で行われ、各粗さ要素は機械加工で作られたピラミッド形の上部を削った台形状をしている。なお、実験データの解析からこの粗さ要素高さの1.1倍が等価砂粒粗さ h に相当することが分かっている。

図8は、ゼロ圧力勾配下のヌセルト数 Nu の分布を各条件で比較したものである。図8(a)に示す $h=0.55\text{mm}$ のケースでは $U_0=40, 22\text{ m/s}$ で $Re_h \approx 90, 50$ となり、それぞれ完全粗面領域、滑面-粗面過渡領域に相当する。いっぽう、図8(b)の $h=0.825\text{mm}$ のケースでは $U_0=40, 22\text{ m/s}$ で $Re_h \approx 135, 80$ であり、どちらも完全粗面領域となっている。これらの図の比較から、本解析結果と実験との対応は完全粗面領域、滑面-粗面過渡領域に限らずほぼ満足であるといえる。

また、図8(a),(b)の $U_0=40\text{m/s}$ の場合に比較するように、曲がり流路の熱伝達への影響は流路の曲率がそれほど大きくないため顕著ではない。しかし、実験では流路が曲がる $x=300\text{mm}$ から曲がりのない場合に比べて熱伝達率は2~3%増加することが報告されており、本解析結果はそれに整合している。しかし、一般には凸面壁では乱れが減衰されることがよく知られており、実験や解析の結果はこれに整合しない。したがって、以下に完全発達していく曲がり流路内の解析を行って、この現象の違いを考察する。

図9はGibson ら⁽¹⁸⁾の曲がり流路内に於ける Stanton 数 St 分布を示すものである。流れは当初平板に沿って流れ、 $x=0\text{mm}$ の位置から一様曲率(半径

Fig. 8 Nusselt number distribution in convex rough wall boundary layers at $Pr=0.71$.

Fig. 9 Stanton number distribution in convex and concave wall boundary layers at $Pr=0.71$.

$R=0.41\text{m}$)の凸面/凹面流路に沿って発達していく場である。(計測は滑面でのみ行われた。) 滑面での計算結果は凸面で減衰、凹面で促進される実験の St の傾向を完全ではないがよく再現していることが分かる。ただし、凸面では予測された St は曲がり始めの領域 $0\text{mm} < x < 100\text{mm}$ では一旦促進され、その後に減衰に転じている。いっぽう、凹面では逆に一旦減衰した後に促進されていることが分かる。これらの挙動は一

般に U 字管内流れでも観察されるように⁽¹⁹⁾, 流体が直線流路から曲がり流路に流入するとき, 流線曲率が急変するためにおこると考えられる. つまり, 流線曲率の変化によって, 凸面 (内壁) 側に於いて流れ方向に強い負の圧力勾配が生じるため流体が加速される. 逆に凹面 (外壁) 側では正の圧力勾配が生じ流体は減速される. そのため, St も凸面側で一旦増大し, 凹面側では減衰する. 以上の影響は流れの進行にしたがって, 流線の曲率による乱流エネルギーの凸面側の減衰と凹面側の増大に打ち消され, やがて凸面側では St が減衰していき, 凹面側では増大していくことになる.

粗面 $h=1\text{mm}$ の場合は, 滑面の場合と同様の傾向を示すが, 粗面効果によって減衰及び促進割合が増幅され, St 分布の促進と減衰とが反転する状況もより顕著になる. Turner らの実験は, 境界層流れが凸面に沿い始める初期の領域での計測であるので, 以上のことから, 凸面に沿った熱伝達率が平板の場合より促進されることは妥当な結果であるといえる.

4. 結 言

本研究では, 滑面乱流熱伝達から粗面乱流熱伝達まで適用できる, 汎用的な強制対流温度場の解析的壁関数を開発した. そして線型, 3 次非線型 $k-\varepsilon$ 乱流モデルに適用し, 曲がり流路を含む境界層流れでその有効性を議論した. 以下に結論をまとめると, 本解析的壁関数は,

- (1) 乱流プラントル数の等価砂粒粗さ依存性をモデルに組み込むことで, 壁面粗さによる伝熱場の変化に対応している.
- (2) モデルは対数則を陽に含まないが, それを精度良く再現できる.
- (3) 線型, 非線型渦粘性乱流モデルのいずれにも適用でき, 適用するモデルの特徴を保持する.
- (4) 速度場のモデルと同様に, 壁面近傍の計算格子解像度にほとんど影響されない.

謝 辞

本研究の議論の過程で, 名古屋工業大学・服部博文博士から, リブ付きチャネル DNS の貴重なデータの提供を受けたことを記して謝意を表する.

文 献

- (1) Launder, B.E., *Int. J. Heat Mass Transfer*, **27** (1984), 1485-1490.
- (2) Launder, B.E., *ASME J. Fluids Eng.*, **110** (1988), 1112-1128.
- (3) Hanjalic, K., *Annu. Rev. Fluid Mech.*, **34** (2002), 321-47.
- (4) 須賀一彦, Craft, T.J., Iacovides, H., 機論, **71**-711, B(2005), 2725-2733.
- (5) Craft, T.J., Gerasimov, A.V., Iacovides, H., Launder, B.E., *Int. J. Heat Fluid Flow*, **23** (2002), 148-160.
- (6) Craft, T.J., Gerasimov, A.V., Iacovides, H., Kidger, J.W., Launder, B.E., *Int. J. Heat Fluid Flow*, **25** (2004), 809-823.
- (7) Nagano, Y., Hattori, H., Hara, T., *Int. J. Heat Fluid Flow*, **25** (2004), 393-403.
- (8) Kasagi, N., Shikazono, N., *Proc. R. Soc. Lond. A*, **451** (1995), 257-292.
- (9) Lien, F.S., Leschziner, M.A., *Comp. Meth. Appl. Mech. Engng.*, **114** (1994), 123-148.
- (10) Launder, B.E., Sharma, B.I., *Lett. Heat Mass Transfer*, **1** (1974), 131-138.
- (11) Craft, T.J., Launder, B.E., Suga, K., *Int. J. Heat Fluid Flow*, **17** (1996), 108-115.
- (12) Johnk, R.E., Hanratty, T.J., *Chem. Engng. Sci.*, **17** (1962), 867-879.
- (13) Kays, W.M., Crawford, M.E., in *Convective Heat and Mass Transfer*, 3rd ed., McGraw-Hill (1993), pp.298-301.
- (14) Hosni, M.H., Coleman, H.W., Taylor, R.P., *Int. J. Heat Mass Transfer*, **34** (1991), 1067-1082.
- (15) Schlichting, H., in *Boundary-Layer Theory*, 7th ed., McGraw-Hill (1979), pp.615-665.
- (16) Taylor R.P., Coleman, H.W., Hosni, M.H., Love, P.H., *Int. J. Heat Mass Transfer*, **32** (1989), 1165-1174.
- (17) Turner, A.B., Hubbe-Walker, S.E., Bayley, F.J., *Int. J. Heat Mass Transfer*, **43** (2000), 251-262.
- (18) Gibson M.M., Verriopoulos C.A., *Exp. Fluids*, **2**-2 (1984), 73-80.
- (19) 小林睦夫・前川 博・高野 剛・早川 智, 機論, **57**-544, B(1991), 4064-4071.