メタン・空気混合気の希薄燃焼における「ゆらぎ」の解析*

門 脇 敏^{*1}, 貫 井 純一郎^{*2}

Analysis on the Fluctuation in the Lean Burn of Methane-Air Mixtures

Satoshi KADOWAKI^{*3} and Jun-ichiro NUKUI^{*3} Nagaoka University of Technology, Department of Mechanical Engineering,
Kamitomioka, Nagaoka-shi, Niigata, 940-2188 Japan

This paper deals with the flame shape and fluctuation in the lean burn of methane-air mixtures. Cellular flames are formed on a flat burner at low equivalence ratios, and the cell size becomes larger as the equivalence ratio becomes lower. We measure the fluctuation of brightness of premixed flames, and obtain the RMS and power spectrum density of the brightness fluctuation. With a decrease in the equivalence ratio, the RMS of the brightness fluctuation increases. This is because the diffusive-thermal effect has a destabilizing influence at low equivalence ratios. The power spectrum density has sharp peaks, whose frequency corresponds to the oscillation frequency of premixed flames, and the 1/f spectrum appears in low frequency range. Moreover, we perform the time series analysis on the brightness fluctuation. We obtain the attractor, correlation dimension, Lyapunov exponent to investigate the characteristics of the fluctuation of premixed flames. The characteristics of fluctuation depend strongly on the equivalence ratio, i.e., on the intrinsic instability of premixed flames. The results suggest that the fluctuation analysis is applicable to the diagnostics of flame instability.

Key Words: Premixed Combustion, Lean Burn, Fluctuation, Time Series, Intrinsic Instability, Cellular Flame

1. 結 論

近年の環境問題に対する意識の高まりの中で、天然ガスの主成分であるメタンの希薄燃焼が注目されている。その理由は、他の炭化水素系燃料の燃焼と比べ単位発熱量当たりの二酸化炭素排出量が最も少ないこと、並びに、燃焼温度の低下により排気ガス中の窒素酸化物濃度が非常に低くなることである。メタン・空気混合気の希薄燃焼は、環境負荷の低減に直接結び付くので、今後益々盛んに用いられると考えられる。

メタンは空気より軽いので、その希薄燃焼において、火炎は不安定になり易いことが知られている⁽¹⁾⁻⁽³⁾。この不安定性は、主に拡散・熱的效果と流体力学的効果に起因している⁽⁴⁾。そして、これらの不安定要因は、火炎の形状やその挙動と密接に関連している。これま

で、予混合火炎の不安定性について、実験的⁽⁵⁾⁻⁽⁸⁾、理論的⁽⁹⁾⁻⁽¹¹⁾、及び数値的⁽¹²⁾⁻⁽¹⁵⁾手法を用いた数多くの研究がなされてきた。そして、火炎形状や火炎挙動に及ぼす不安定要因の影響が詳細に調べられ、そのメカニズムが明らかにされている。

予混合火炎の固有不安定性は、火炎挙動に大きな影響を与えるので、火炎の「ゆらぎ」とも密接な関連がある。従って、この関連性を明らかにすることが出来れば、固有不安定性が火炎挙動に与える影響を「ゆらぎ」解析のみから把握することが可能になる。つまり、「ゆらぎ」解析による火炎不安定性の診断が可能になる。また、種々の燃焼形態にこの診断手法を適用することが出来れば、別の角度からの燃焼現象の把握に役立つと考えられる。この様に、予混合火炎の固有不安定性と「ゆらぎ」の関連性を明確にすることは、重要かつ有用であり、その応用範囲は広いと思われる。しかし、これまでに、これらの関連性に着目した研究は、ほとんどなされていない。

* 原稿受付 2005 年 3 月 14 日。

^{*1} 正員、長岡技術科学大学工学部(〒940-2188 長岡市上富岡町 1603-1)。^{*2} 長岡技術科学大学大学院工学研究科。

E-mail: kadowaki@mech.nagaokaut.ac.jp

そこで、本研究では、メタン・空気混合気の希薄燃焼を取り扱い、火炎からの発光の照度変化を測定し、火炎の「ゆらぎ」を解析する。周波数解析、並びに、カオス時系列解析で用いられている手法を採用して、「ゆらぎ」の特性を調べる。そして、固有不安定性と「ゆらぎ」の関連性を明らかにする。

2. 実験装置および実験方法

図1は、本研究で使用している実験装置の概略図を示したものである。平面バーナー（LAVISION）の上流側で混合されたメタン（純度 99.99%）と乾燥空気の混合気が、バーナー下部から流入する。直径 60mm の多孔質板上に、セル状または平面状の予混合火炎が形成される。混合気の流量は 35ℓ/min 一定とし、当量比 ϕ は 0.64~1.00 とする。

平面バーナー上の火炎は、デジタルカメラ（FUJIFILM Fine Pix 4900Z, 192 万画素, シャッター速度 1 sec）で撮影する。また、火炎全体の挙動を把握するために、デジタルビデオカメラ（SONY DCR-IP220K, 108 万画素）の「Night Shot」機能を用いて、火炎及びその下流部からの赤外線を検知し、火炎下流側高温部の挙動を撮影する。

火炎の「ゆらぎ」の測定には、フォトダイオード（浜松ホトニクス S1223-01, 受光面 3.6×3.6mm, 感度波長範囲 320~1100nm, 最大感度波長 960nm）を用いる。フォトダイオードの前方に干渉フィルター（光伸光学工業 BWBE431, 形状 $\phi 20 \times 4.5$, 最大透過波長 431.0nm, 半値幅 4.5nm）を置き、CH 発光を受光する。火炎からの CH 発光の照度変化を電流変化として取り出し、電流/電圧変換アンプ（浜松ホトニクス C2719, 遮断周波数 1.6kHz, V/A = 10⁹）を介してデータ収集装置（KEYENCE NR-2000, A/D 変換分解能 14bit）に取り込む。サンプリング周波数は 500Hz, 測定時間は 262.144sec である。発光強度の測定値をその平均値で標準化した $y(t)$ に対して、二乗平均値（RMS）、パワースペクトル、及び交差率分布（CRD）を求める。また、カオス時系列解析で用いられている手法を採用し、「ゆらぎ」をカオス力学の観点から調べる⁽¹⁶⁾⁽¹⁷⁾。また、相関次元と最大リアプノフ指数を求め、得られるアトラクターの幾何学的な構造とその軌道不安定性を明らかにする。

3. 実験結果および考察

3・1 火炎形状 平面バーナー上に形成されるメタン・空気予混合火炎の直接写真（ $\phi = 0.64, 0.74, 1.00$ ）を示したのが図2である。当量比が $0.64 \leq \phi \leq 0.74$ の領域では、セル状の火炎が形成され、当量比が小さくなると共にセルのサイズは大きくなる。また、 $0.74 < \phi \leq 1.00$ の領域では、平面状の火炎が形成される。これは、固有不安定性の主要因である拡散・熱的效果（物質拡散と熱伝導の相互作用によるもので、不足成分の物質拡散の影響が勝る場合、火炎の不安定化に寄与する）が、小さい当量比において顕著に表れるためと考えられる⁽⁴⁾。

3・2 発光強度の時間変動 火炎の「ゆらぎ」の特性を調べるために、発光強度の時間変動を解析する。標準化した発光強度の時間変化 $y(t)$ とその二乗平均値（RMS）を示したのが、図3と図4である。なお、これらの値は、フォトダイオードの設置場所を変えて測定を行っても、ほとんど変わらない。セル状火炎が形成される $0.64 \leq \phi \leq 0.74$ の領域では、当量比が小さくなると共に「ゆらぎ」の強さは大きくなる。このことは、拡散・熱的效果が「ゆらぎ」に多大の影響を与えていることを示している。一方、平面火炎が形成される領域では、当量比が変化しても「ゆらぎ」の強さに大きな変化は見られない。

Fig. 1 Experimental apparatus

Fig. 2 Cellular and planar flames

図5は、 $\phi=0.64, 0.74, 1.00$ における $y(t)$ のパワースペクトル P を示したものである。全ての場合において、パワースペクトルは低周波数領域で周波数 f の逆数に比例している。本実験でも「 $1/f$ ゆらぎ」⁽¹⁸⁾⁽¹⁹⁾が観察されている。さらに、矢印で示した2つのピークが f_1 と f_2 で生じている。つまり、「ゆらぎ」は複数の強い周波数成分を保持している。このとき、 f_2 は f_1 の2倍の周波数と一致しているので、 f_2 は f_1 の調和周波数に対応するものと考えられる。また、火炎下流側の高温部をデジタルビデオカメラで撮影し、その挙動をビデオに納めた。そして、火炎下流側高温部の変動周波数が f_1 とほぼ等しくなることを確認した。このことから、火炎の「ゆらぎ」は、高温燃焼ガスと周囲空気との対流が主な要因であると考えられる。そして、この要因に火炎形状や固有不安定性の効果が付加して、火炎は揺らいでいると思われる。

次に、 $y(t)$ の交差率分布(CRD)を求める。不規則ノイズの解析において、交差率分布はノイズの位相情報を捉えるものとして知られている⁽¹⁹⁾。交差率分布は、ある一定のレベルを変動波形が正の方向に単位時間に横切る回数であり、次の式により与えられる。

$$CRD(\xi) = n(\xi) / T$$

ここで、 $n(\xi)$ は $y(t)$ がある一定のレベル ξ を正の

Fig. 3 Normalized brightness intensity

Fig. 4 Root mean square of the brightness fluctuation

Fig. 5 Power spectrum density of the brightness fluctuation

Fig. 6 Crossing rate distribution of the brightness fluctuation

方向に横切る回数, T は測定時間である. 図6は, $\phi = 0.64, 0.74, 1.00$ における CRD を示したものである. $\phi = 0.74$ における CRD の最大値は, $\phi = 1.00$ におけるそれより僅かに大きい, 全体の分布形状はほぼ同じであり, 対称性を保持している. 一方, $\phi = 0.64$ における CRD は前者らと大きく異なり, CRD の最大値は小さく, その幅は広がっている. そして, 分布形状は対称性をやや失っている. これは, 当量比が小さくなると共にセル状火炎の挙動がよりダイナミックになるためと考えられる.

3・3 カオス時系列解析 波形信号 $y(t)$ に対して, カオス時系列解析で用いられている手法を適用し, 「ゆらぎ」をカオス力学の観点から調べる.

3・3・1 アトラクターの再構成 本実験で得られる一変数の時系列データ (発光強度の時間変動) を用いて, 高次元空間のアトラクターを再構成する. アトラクターの再構成には, Takens の埋め込み定理¹⁰⁾を採用する. 遅れ時間 τ を用い, m 次元の遅延座標において構成される m 次元ベクトル

$$v(t) = (y(t), y(t+\tau), \dots, y(t+(m-1)\tau))$$

を生成して, アトラクターを再構成する. ここでは, 再構成状態空間の次元 (埋め込み次元) を $m=3$ とする. また, 遅れ時間は, $\tau = 1/4f_1$ とする.

図7は, $\phi = 0.64, 0.74, 1.00$ におけるアトラクターを示したものである. 全てのアトラクターは, ドーナツ状の形を有している. 準周期的な現象で見られるこれらのアトラクターの形状は, 当量比と密接な関係がある. 平面火炎 ($0.74 < \phi \leq 1.00$) が形成される領域では, アトラクターの形状はほぼ同じである. セル状火炎が形成され始める $\phi = 0.74$ では, アトラクター全体の大きさは平面火炎のそれとほとんど変わらない

いが, 中心にある穴の径はやや小さくなる. このことは, 軌道がやや不安定になることを示している. さらに当量比が小さくなると, アトラクター全体が大きくなる. そして, アトラクターの穴の径は大きくなり, その形状はより明瞭になる. これは, 波形信号 $y(t)$ の振幅が大きくなり, 火炎の揺らぎ方がより周期的になるためと考えられる.

3・3・2 フラクタル次元解析 アトラクターの幾何学的な構造を調べるために, フラクタル次元を求める. これまでに, フラクタル次元推定法として様々な手法が提案されているが, ここでは G・P 法¹¹⁾を採用する. この手法は, 相関積分と呼ばれる二点間距離の累積頻度関数を計算し, フラクタル次元の一つである相関次元を求めるものである. 相関積分は次式で定義される.

$$C^m(r) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N^2} \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^N I(r - |v(i) - v(j)|)$$

ここで, N は自然数, r は m 次元超球の半径である. また, $I(s)$ はヘビサイドの関数で, s が正または零のとき 1, s が負のとき 0 である. 得られた相関積分が, 次式のようにスケーリングされたとき,

$$C^m(r) \propto r^{\gamma(m)}$$

スケーリング指数 $\gamma(m)$ が相関指数である. 再構成状態空間の次元 (埋め込み次元) を上げながら相関指数を計算する. 実際のアトラクターの次元より埋め込み次元が大きくなると, $\gamma(m)$ はある一定の値に漸近する. その値が相関次元である. なお, 信号が完全にランダムな場合, 相関指数は一定値に漸近せず, 埋め込み次元と共に単調に増加する.

Fig. 7 Attractor of the brightness fluctuation

図8は、 $\phi=0.64$ における相関積分と超球半径の関係を両対数グラフにプロットしたものである。このとき、埋め込み次元は $m=1\sim 10$ である。適当な r の範囲内における直線部分の傾きが相関指数である。図9は、 $\phi=0.64, 0.74, 1.00$ における相関指数と埋め込み次元の関係を示したものである。埋め込み次元が大きくなると、相関指数はある一定の値に漸近する。図から得られる相関次元は、 $\phi=0.64, 0.74, 1.00$ において、 $D_c=1.6, 2.4, 2.0$ である。

3・3・3 リアプノフスペクトラム解析 複雑な振舞を示す時系列データを解析する際には、フラクタル次元解析のみではなく、アトラクターの力学的な構造を定量化するリアプノフスペクトラム解析を行う必要がある。ここでは、最大リアプノフ指数を求め、再構成状態空間におけるアトラクターの軌道不安定性を調べる。最大リアプノフ指数を推定する方法として、Wolfらの手法²⁰⁾を採用する。時間 t_0 におけるアトラクターの軌道上の点を $y(t_0)$ とする。アトラクター上より $y(t_0)$ の近傍を探索して最も近い点を $y'(t_0)$ とし、これら2点間の長さを $L(t_0)$ とする。次に、時間 t_1 における2点 $y(t_1)$ と $y'(t_1)$ との間の長さを $L'(t_1)$ とし、軌道の拡大率： $L'(t_1)/L(t_0)$ を求める。このとき、時間間隔： $t_1 - t_0$ は、アトラクターの1周期分の時間： $1/f_1$ と一致させる。このような操作を次々と繰り返して行い、次式を計算することで最大リアプノフ指数 λ [1/s]を推定することができる。

$$\lambda = \frac{1}{t_M - t_0} \sum_{k=1}^M \log \frac{L'(t_k)}{L(t_{k-1})}$$

ここで、 M と k は自然数である。

本実験における最大リアプノフ指数は、 $\phi=0.64, 0.74, 1.00$ のとき、 $\lambda=0.08, 0.33, 0.15$ [1/s]である。なお、最大リアプノフ指数は、当量比に対して連続的に変化し、 $0.64 \leq \phi \leq 0.74$ の領域では当量比が大きくなると共に増加し、 $0.74 < \phi \leq 1.00$ の領域では減少する。 $\phi=0.74$ の最大リアプノフ指数が $\phi=1.00$ のそれより大きいのは、拡散・熱効果によりアトラクターの軌道が不安定になるためと考えられる。当量比がさらに小さくなると、 λ の値は小さくなる、つまり、火炎の揺らぎ方は規則的になる。この結果は、固有不安定性により「ゆらぎ」の振幅は大きくなるが、アトラクターはリミットサイクルに近くなり、揺らぎ方はより周期的になることを示している。その原因として、火炎面が有限な曲率をもつことにより、

Fig. 8 Correlation integral

Fig. 9 Correlation exponent

「ゆらぎ」の周期成分以外が相対的に小さくなることが考えられる。

4. 結論および今後の課題

メタン・空気混合気の希薄燃焼を取り扱い、火炎形状を調べ、火炎の「ゆらぎ」解析を行った。周波数解析、並びに、カオス時系列解析で用いられている手法を採用して、「ゆらぎ」の特性を調べ、そのカオス的な振舞を考察した。そして、以下の1)～4)の結論を得た。

1) 平面バーナー上には、 $0.74 < \phi \leq 1.00$ の領域で平面状の火炎が形成され、 $0.64 \leq \phi \leq 0.74$ の領域でセル状の火炎が形成される。そして、当量比が小さくなると共に、セルのサイズは単調に大きくなる。

2) 平面状の火炎が形成される $0.74 < \phi \leq 1.00$ の領域では、「ゆらぎ」の強さはほとんど変化しないが、セル状の火炎が形成される $0.64 \leq \phi \leq 0.74$ の領域では、当量比が小さくなると共に単調に大きくなる。

3) 「ゆらぎ」のパワースペクトルは、低周波数領域において周波数の逆数に比例している、つまり、本実験でも「 $1/f$ ゆらぎ」が観察されている。また、火炎の変動周波数と一致する周波数において、パワースペクトルにピークが生じている。

4) 火炎の「ゆらぎ」には、カオス的な振舞が見られる。そして、アトラクターは、当量比が小さくなると大きくなる。また、相関次元と最大リアプノフ指数は、 $0.64 \leq \phi \leq 0.74$ の領域では当量比が大きくなると共に増加し、 $0.74 < \phi \leq 1.00$ の領域では減少する。拡散・熱的效果は当量比と密接な関係があるので、「ゆらぎ」と固有不安定性には、強い関連性があることになる。この結果は、「ゆらぎ」解析が火炎不安定性の診断に適用可能なことを示唆している。

本研究では、メタンの希薄燃焼を取り扱ったが、水素の希薄燃焼やプロパンの過濃燃焼においても、同様の現象が生じると予想される。特に、次世代燃料として期待されている水素の希薄燃焼では、拡散・熱的效果が大きく作用するので、より顕著な現象が観察されると思われる。このテーマは、本研究の今後の重要な課題であると考えられる。

謝 辞

本研究を遂行するにあたり、科学研究費補助金（基盤研究 C-2）の支援を受けた。ここに謝意を表す。

文 献

- (1) Bregeon, B., Gordon, A., and Williams, F. A., *Combust. Flame*, 33 (1978), 33-45.
- (2) Izumikawa, M., Mitani, T., and Niioka, T., *Combust. Flame*, 73 (1988), 207-214.
- (3) Gorman, M., el-Hamdi, M., and Robbins, K. A., *Combust. Sci. Technol.*, 98 (1994), 37-45.
- (4) Williams, F. A. (柘植俊一監訳), *燃焼の理論*, (1987), 305-385, 日刊工業新聞社.
- (5) Markstein, G. H., *J. Aeronaut. Sci.*, 18 (1951), 199-209.
- (6) Hertzberg, M., *Prog. Energy Combust. Sci.*, 15 (1989), 203-239.
- (7) Clanet, C. and Searby, G., *Phys. Rev. Lett.*, 80 (1998), 3867-3870.
- (8) Qin, X., Kobayashi, H., and Niioka, T., *Exper. Thermal Fluid Sci.*, 21 (2000), 58-63.
- (9) Clavin, P., *Prog. Energy Combust. Sci.*, 11 (1985), 1-59.
- (10) Sivashinsky, G. I., *Philos. Trans. R. Soc. London A*, 332 (1990), 135-148.
- (11) Kadowaki, S., *Phys. Fluids*, 7 (1995), 220-222.
- (12) Patnaik, G. and Kailasanath, K., *Combust. Flame*, 99 (1994), 247-253.
- (13) Denet, B. and Haldenwang, P., *Combust. Sci. Technol.*, 104 (1995), 143-167.
- (14) Bychkov, V. V., Golberg, S. M., Liberman, M. A., Kleev, A. I., and Eriksson, L. E., *Combust. Sci. Technol.*, 129 (1997), 217-242.
- (15) Kadowaki, S., Suzuki, H., and Kobayashi, H., *Proc. Combust. Inst.*, 30 (2004), 169-176.
- (16) 合原一幸編, *カオス時系列解析の基礎と応用*, (2000), 13-198, 産業図書.
- (17) Gotoda, H. and Ueda, T., *Proc. Combust. Inst.*, 29 (2002), 1503-1509.
- (18) 武者利光, *応用物理*, 54 (1985), 429-435.
- (19) 藤原・清澤, *電学論 C*, 117 (1997), 69-74.
- (20) Grassberger, P. and Procaccia, I., *Phys. Rev. Lett.*, 50 (1983), 346-349.
- (21) Wolf, A., Swift, J. B., Swinney, H. L., and Vastano, J. A., *Physica D*, 16 (1985), 285-317.