まっすぐな円管内の乱流旋回流の特性* (旋回の減衰に伴う角運動量の変化)

畠 沢 政 保^{*1}

Characteristics of Turbulent Swirling Flow in a Straight Pipe (Change in Angular Momentum with Swirl Decay)

Masayasu HATAZAWA^{*2}

^{*2} Department of Engineering Science, Junior College of Nihon University,
7-24-1 Narashinodai, Funabashi-shi, Chiba, 274-8501 Japan

The swirl effects on the angular momentum distribution of turbulent swirling flow in a straight pipe are described. When the swirl strength increases, the axial velocity decreases in the central region and its distribution becomes constant in the annular region of the pipe, except in the boundary layer adjacent to the pipe wall. Tangential velocity induces the formation of a combined vortex similar to the Rankine vortex which is a solid vortex in the central domain and a free vortex in the annular region of the pipe. Although factors that affect flow, such as the contours of the swirling angle, axial and tangential velocities and fluctuation velocity, have been discussed previously by the authors, their analyses have not yet been conducted. The local angular momentum at radius, r , in the pipe is employed in this study. As a result, the local angular momentum downstream does not change in the central region but decreases in the annular region of the pipe. It is suggested that most of the swirl decay in a straight pipe depends on the viscous forces that occur either between fluids or between a fluid and the pipe wall in the annular region of the pipe.

Key Words: Pipe Flow, Turbulent Flow, Swirling Flow, Angular Momentum, Swirl Decay

1. 緒 言

旋回を伴う円管流れでは、旋回強度の増加とともに管中央部において軸速度が減少し、遂に逆流が生じる。また、それより外側の管壁に至る円環流領域で軸速度分布が平坦化するなど、流れの様相が無旋回円管流れと大きく異なる。畠沢・小松⁽¹⁾⁽²⁾、畠沢⁽³⁾⁽⁴⁾は旋回を伴う円管流れの特性を明らかにすべく一連の研究を行っている。その一環として、旋回を伴う円管流れにおける逆流の発生条件を、特性半径(旋回によって流体が管中央部から管壁側へ排除された領域を排除半径と定義した)および管壁近傍の旋回角 θ_{sw} (管中心から管半径の0.95倍離れた半径位置における流れと管軸を含む面のなす角度であり、畠沢らは一連の研究において旋回強度の表示に採用している)を用いて分析している^{(1)~(3)}。したがって、本報告においても、旋回強さの表示に、管壁近傍の旋回角 θ_{sw} を採用している。また、接線速度分布は旋回発生装置の影響が残る管入口直後を除き、下流側のほとんどの位置において管中央部で過度のある強制渦であり、それより外側の

管壁に及ぶ範囲では過度のない自由渦となる組合せ渦の様相を呈している。それら双方の領域についても畠沢・小松は別の特性半径(軸速度および接線速度が最大となる半径位置と定義した)を用いて確認している⁽¹⁾。従来、旋回を伴う円管流れにおいて、旋回角、軸速度・接線速度および乱れ速度はともにそれらの等値線図あるいは下流方向各位置における半径方向分布によって検討されていた^{(1)~(3)}が、軸速度および接線速度等の半径方向あるいは下流方向への変化を個別に観察するだけでは、円管内の旋回の減衰機構を解明するには不十分である。以上の理由から、本報告では、まっすぐな円管内における旋回の減衰機構をよりいっそう明確にするために角運動量そのものの変化に着目して、新たに任意半径 r における局所的な角運動量を提案し、それらの半径方向および下流方向への変化について検討した。その結果、各半径位置における局所的な角運動量が、管中央部においては下流方向にわずかに減少するものの、ほとんど変化せずに一定である。一方、それより外側の管壁までに及ぶ円環流領域においては下流方向に大きく減少することがわかった。これらのことは、旋回を伴う円管流れにおいて、管壁近傍の旋回角で表示された旋回の減衰が、管中央部における強制渦領域の流体同士の摩擦によるより

* 原稿受付 2004年12月21日。

^{*1} 正員、日本大学短期大学部基礎工学科(〒274-8501 船橋市習志野台7-24-1)。

E-mail: hatazawa@eme.cst.nihon-u.ac.jp

も、むしろそれより外側、管壁側に及ぶ自由渦領域における流体同士あるいは流体と管壁の間の粘性力に大きく依存していることを示唆している。ここでは、旋回強さの減衰に伴って生じる角運動量の変化を新しく提案した局所角運動量を用いて検討した結果について報告する。

2. 実験装置および実験方法

図1に円管内旋回流実験装置^{(1)~(3)}を示す。空気は旋回発生装置を介して内径154.5 mm、長さ9.5 mの透明アクリル管に吸い込まれる。旋回発生装置には2種類のものを採用した。一つは、より強い旋回流を発生させるために接線方向の3箇所にもペルマウス状入口部をもつ透明アクリル管(内径49.3 mm、長さ200 mm)を枝管として設けた形(ここでは接線流入形という)であり、もう一つは、18枚の案内羽根(長さ100 mm、最大厚さ15 mmであり対称翼形断面(NACA 63₂A 015)を有する)を円形の平行平板間に放射状に配した形(ここでは案内羽根流入形という)である。案内羽根の角度を調整することで管入口部における旋回強度を任意に変えることができる。流れの方向ならびに速度は二孔円筒形ピトー管(直径4 mm、長さ230 mm、測定孔径0.3 mm)を用いて測定した。あわせてI形熱線プローブおよび定温度形熱線風速計を

Fig. 1 Schematic diagram of the experimental apparatus

用いて平均速度および乱れ速度の測定を行った。案内羽根の角度 θ_b は 0, 30, 45, 60° に設定したが、接線流入形の場合は、管入口部の旋回強度が案内羽根角 $\theta_b = 60^\circ$ 以上に相当する⁽⁴⁾。なお、測定位置は管入口からの距離 x が $0.94D$ より $62.2D$ (D は管直径である)までの20箇所とした。また、管直径と断面平均速度を基準とするレイノルズ数 Re が 4×10^4 から 10^5 までの範囲で測定を行ったが、ここでは入口が案内羽根流入形であり、かつ $Re = 10^5$ の条件で得られた測定結果について検討する。

3. 実験結果および検討

3.1 旋回減衰の従来の表示法

3.1.1 スワール数による旋回強度の表示 従来、旋回を伴う円管流れにおける旋回強さは、任意断面における角運動量を軸方向運動量および代表寸法としての管半径 R で除して無次元化した、スワール数 m ⁽⁵⁾ で表示されてきた。

$$m = \frac{\int_0^R \rho U V r 2\pi r dr}{R \int_0^R \rho U^2 2\pi r dr} = \frac{\int_0^R U V r^2 dr}{R \int_0^R U^2 r dr} \quad \dots (1)$$

ここで、 r は管中心からの任意半径、 R は管半径、 U は r における軸速度、 V は r における接線速度、 ρ は作動流体の密度である。

しかし、式(1)における角運動量および軸方向運動量はともに管中心より管壁までの管断面全域にわたる積分量である。それゆえ、半径 r 、幅 dr の円環状の部分を通過する流体が有する角運動量、軸方向運動量はともに管壁近傍に近付くほど急激に増加する。その結果、スワール数 m は管壁近傍の流れの状態に大きく影響される。以上のことを考慮に入れて、管内旋回流の旋回強度を表示する一つの方法として、畠沢・小松は管壁近傍の流れの状態をよく表す管壁近傍の旋回角 θ_{sw} ($r/R = 0.95$ における流れと管軸を含む平面とのなす角度)を提案し、その有意性を確認してい

Fig. 2 Change in swirl number downstream

る^{(1)~(3)}。

図2に $Re=10^5$ におけるスワール数 m の下流方向への変化を示す。なお、管入口からの相当距離 x' は、案内羽根角の違いにかかわらず、測定結果から得られた x/D に対するスワール数 m の変化が等しくなるように案内羽根角 $\theta_v=60^\circ$ で得られた結果と重ねて座標を合せた。その結果、案内羽根角 $\theta_v=45^\circ$ では、 $\theta_v=60^\circ$ のときの3146 mm以降で、案内羽根角 $\theta_v=30^\circ$ では、 $\theta_v=60^\circ$ の場合の7645 mm以降でスワール数の下流方向変化が一致した。本研究では、各案内羽根角において管入口部からの距離を x としている。したがって、入口部からの相当距離 x' を、案内羽根角 $\theta_v=45^\circ$ では $x+3146$ mm、 $\theta_v=30^\circ$ では $x+7645$ mmとした。スワール数 m は下流方向へ指数関数的に減少しており、管入口部における旋回強度の相違にかかわらず、式(2)でよく近似できることがわかった。

$$m = 1.25 \exp\left(-0.023 \frac{x'}{D}\right) \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 D は管直径、 x' は管入口からの相当距離である。

3・1・2 管壁近傍の旋回角による旋回強度の表示

図3は $Re=10^5$ 、半径 $r/R=0.95$ における旋回角 θ_{sw} の下流方向への変化を示す。下流方向への距離 x' は図2に示すスワール数 m の下流方向への変化と同様に、管入口部の案内羽根角に関係なく θ_{sw} が重なるようにして調整してある。管入口部の旋回強度が異なるにもかかわらず、 θ_{sw} の下流方向への変化は式(3)、(4)によく一致しており、 $x'/D=60$ 以降において下流方向への θ_{sw} の減少する割合がいったん増大することを示す。

$$0 < \frac{x'}{D} < 60 \text{ では } \theta_{sw} = 55 \exp\left(-0.0135 \frac{x'}{D}\right) \dots\dots\dots (3)$$

$$60 < \frac{x'}{D} \text{ では } \theta_{sw} = 70 \exp\left(-0.0175 \frac{x'}{D}\right) \dots\dots\dots (4)$$

3・2 局所角運動量による旋回の減衰の表示

妹尾・永田⁽⁵⁾、Baker-Sayre⁽⁶⁾ および葦埜・前田⁽⁷⁾ は旋回を伴う円管流れの角運動量を評価する際に、軸速度が管断面全体にわたり一様であり、接線速度のみが半径方向に変化すると仮定した無次元角運動量 $Vr/\bar{U}R$ を採用している。確かに $Vr/\bar{U}R$ は任意半径における渦度の有無を確認するには有効である。しかし、旋回を伴う円管流れでは、旋回強度が増すにつれて管中央部において軸速度が減少し、遂に逆流が生じる。さらに管壁近傍の境界層内においても軸速度が大きく減少

Fig. 3 Change in swirling angle at $r/R=0.95$ downstream

するなど、軸速度が半径方向に大きく変化する⁽¹⁾ことから、軸速度が管断面全体にわたって一様に分布する仮定がもはや成立せず、 $Vr/\bar{U}R$ だけで円管内における角運動量の半径方向および下流方向の変化を評価するには不十分であると思われる。また、式(1)で表示されるスワール数 m は、管断面全体にわたる角運動量流量を軸方向運動量流量と代表寸法である管半径 R の積で除した無次元数であり、どの半径位置で角運動量が下流方向に減少しているのか不明りょうである。よって、ここでは、旋回を伴う円管流れにおける旋回の減衰機構において、流体の有する角運動量が管内のどの半径位置において著しく減衰するのかをよりいっそう明確にするために、以下に示す任意半径 r における局所的な角運動量を採用して、それらの半径方向および下流方向への変化を検討する。

円管内において任意半径 r で半径方向に微小幅 dr を有する円環状の微小部分を通過する流体がもつ角運動量 M_a は式(5)で表される。

$$M_a = \rho U V r 2\pi r dr = \rho U V 2\pi r^2 dr \dots\dots\dots (5)$$

さらに、円管の軸と直角な断面における軸方向の運動量 M は式(6)で表される。

$$M = \int_0^R \rho U^2 2\pi r dr \dots\dots\dots (6)$$

したがって、任意半径 r 、幅 dr の円環状の微小部分において流体のもつ角運動量と軸方向運動量の比は式(7)で表される。

$$\frac{M_a}{M} = \frac{\rho U V r 2\pi r dr}{\int_0^R \rho U^2 2\pi r dr} \approx \frac{\rho U V r 2\pi r dr}{2\pi \rho \bar{U}^2 \frac{R^2}{2}} = \frac{2 U V r^2 dr}{\bar{U}^2 R^2} \dots\dots\dots (7)$$

ここで、 $\bar{U}$ は断面平均速度である。

よって、ここでは局所的な角運動量の無次元量として m'_a を新たに式(8)で定義する。

$$m'_a = \frac{U V r}{\bar{U}^2 R} \dots\dots\dots (8)$$

すなわち、 m'_a は任意半径 r において、管軸と直角

Fig. 4 Local angular momentum distribution

な単位面積を通過する流体がもつ角運動量流量を、代表寸法である管半径 R と管軸と直角な単位面積を断面平均速度 $\bar{U}$ で通過する流体が有する軸方向運動量流量の積で除した無次元数である。したがって、局所角運動量 m'_a は局所スワール数(以降、図中には Local angular momentum と表示する)に相当する。

3・2・1 局所角運動量の半径方向分布 図4は $Re=10^5$ の場合、管入口部から下流方向への代表的な位置における局所角運動量 m'_a の半径方向分布を示す。なお、図4中の+を付した印は、 m'_a が負、すなわち軸速度が負であり逆流していることを表す。したがって、この場合の m'_a の読みは縦座標に -1 を乗じたものとする。また、 m'_a の値は図4中に矢印で示すように管中央部では左の座標を、それより外側の管壁までの円環流領域では右の座標で表示する。案内羽根角 $\theta_v=60^\circ$ の場合、管入口直後 $x/D=0.94$ では、管中央より管壁近傍に及ぶ広い範囲で、半径の増加とともに m'_a が増加しており、管中央部に逆流が見られない。しかし、それより下流では m'_a の分布する領域が大きく二つに分けられる。すなわち、管中央部 $0 < r/R < 0.2$ では、下流方向への位置が異なるにもかかわらず、 m'_a の半径方向の分布がほぼ一致しており、また逆流も見られる。さらに $0.2 < r/R < 0.4$ では、管入口部からの距離の相違によらず m'_a の半径方向分布がほとん

Fig. 5 Change in local angular momentum downstream

ど一致している。一方、 $0.4 < r/R < 1$ の範囲においては、 x/D の増加に伴って、 m'_a の最大値が減少するとともに、その半径方向分布がよりいっそう平坦化している。

案内羽根角 $\theta_v=45^\circ$ の場合、管中央部において管入口直後より $x/D=46.1$ までの範囲で逆流が見られ、その半径方向の領域は下流に位置するに従って次第に狭くなっており、 $x/D=62.2$ ではもはや逆流が見られない。また、それより外側の円管壁近傍に及ぶ円環流領域では、 x/D の増加とともに m'_a が減少し、さらにその分布が $\theta_v=60^\circ$ の場合に比べていっそう平坦化している。

案内羽根角 $\theta_v=30^\circ$ の場合、管中央部に逆流が見られず、また m'_a の分布もほぼ一致している。管壁側の円環流領域では、 m'_a が減少し、その分布が平坦化する。しかし、 $x/D=62.2$ では旋回がよりいっそう減衰しており、さらに m'_a の半径方向分布が他の位置における分布と大きく異なっている。このことに関して畠沢は別に行った実験によって以下のことを確認している。十分下流に位置し旋回が減衰するに従って、旋回角が減少し、かつ半径方向にほぼ均一に分布する。また、管中央部において減少していた軸速度も徐々に回復するとともに、軸速度の減少する範囲も次第に狭くなり、無旋回円管流れの軸速度分布に近づく。さらに、接線速度も大幅に減少し、かつその分布も次第に強制渦の様相を呈するなど、流れの状態がそれより上流におけるランキン組合せ渦から、強制渦形へと大きく変化している⁽¹⁾。したがって $x'/D=62.2$ におけ

る m'_a の変化が上流の他の位置における m'_a の変化と異なるのは、これらのことに起因すると考えられる。

3・2・2 各半径位置における局所角運動量の下流方向への変化 図5は $Re=10^5$ の場合の各半径における局所角運動量 m'_a の下流方向への変化を示す。なお、図5中で+を付した印は、 m'_a が負、すなわち軸速度が負であり逆流していることを示す。したがって、この場合の m'_a の読みは、図4と同様に、縦座標に-1を乗じたものとする。案内羽根角 $\theta_v=60^\circ$ の場合、管壁近傍 $0.689 < r/R < 0.896$ では、 m'_a が下流方向に大幅に減少しているが、 $r/R=0.612, 0.508$ では管入口より x/D が35まで m'_a がほぼ一定であり、 $35 < x/D$ では m'_a が x/D の増加とともに減少する。 $r/R=0.405$ では x/D が増加しても m'_a はほぼ一定であり、 $0.094 < r/R < 0.301$ では x/D の増加に伴って m'_a がわずかに増加している。

案内羽根角 $\theta_v=45^\circ$ の場合、 $0.508 < r/R < 0.896$ では x/D の増加に伴って m'_a が減少する。 $r/R=0.405, 0.301$ では x/D が増加しても m'_a がほぼ一定であり、 $0.094 < r/R < 0.301$ では x/D の増加とともに m'_a がわずかに増加している。

案内羽根角 $\theta_v=30^\circ$ の場合、 $0.405 < r/R < 0.896$ では x/D の増加とともに m'_a が減少する。一方、 $0.094 < r/R < 0.301$ では x/D が増加しても m'_a がほとんど変化しない。

3・2・3 局所角運動量の下流方向変化(管入口部からの相当距離による表示) 図6には図2および図3で示したスワール数 m および管壁近傍の旋回角 θ_{sw} の下流方向への変化の表示法と同様に、案内羽根角が異なる場合、 $r/R=0.896$ における局所角運動量 m'_{aw} の下流方向への変化が重なるように位置を調整して求めた管入口部からの相当距離 x'/D と各半径における局所角運動量 m'_a の関係を示す。なお、図6中で印に+を付したものは、軸速度が負であり逆流を生じているものであり、 m'_a の読みは、縦座標に-1を乗じたものとする。管入口部の旋回強さの違いにかかわらず、各半径における m'_a の下流方向への変化には相似性が見られる。また $0.689 < r/R < 0.896$ の管壁近傍では x'/D の増加とともに m'_{aw} が大幅に減少しており、その下流方向への変化は $x'/D=20$ 以降で式(9)でよく近似できる。

$$m'_{aw} = 1.8 \exp\left(-0.022 \frac{x'}{D}\right) \dots\dots\dots (9)$$

さらに、 m'_a は $r/R=0.612$ では $x'/D=20$ まで、 $r/R=0.508$ では $x'/D=50$ まで、 $r/R=0.405$ では $x'/D=70$ まで x'/D が増加してもほぼ一定であり、そ

Fig. 6 Change in local angular momentum downstream with equivalent distance along pipe axis

Fig. 7 Change in non-dimensional tangential velocity downstream with equivalent distance along pipe axis

れより下流では m'_a は式(9)で表される近似線にほとんど一致しており、 m'_a は下流方向に指数関数的に減少する。また、 $r/R=0.301$ では x'/D が増加しても m'_a がほぼ一定の値を保ち、 $r/R=0.197, 0.094$ では x'/D の増加とともに m'_a がわずかに増加している。

3・2・4 採用した局所角運動量の有為性 図7に管入口部からの相当距離 x'/D と各半径位置における

Fig. 8 Contour of local angular momentum ($\theta_v=60^\circ$) Fig. 10 Contour of local angular momentum ($\theta_v=30^\circ$) Fig. 9 Contour of local angular momentum ($\theta_v=45^\circ$)

断面平均速度で無次元化した接線速度 $V/\bar{U}$ の関係を示す。相当距離が短いとき、管中央部の強制渦領域が非常に広く、下流に位置するに従って、自由渦の領域が次第に広がっている。また、管壁近傍の接線速度が下流に位置するに従い、減衰しているのがわかる。しかし、接線速度の減衰で表示した各半径位置での旋回の減衰は、図6で示した局所角運動量の下流方向変化に比べて明りょうではない。さらに、無次元化した接線速度分布は、管内旋回流の渦の形状(強制渦あるいは自由渦)を判断する、あるいは、下流への減衰を概観するには有用であるが、各半径位置における接線速度の変化が旋回の減衰に与える影響が不明りょうである。一方、新しく提案した局所角運動量では、各半径位置での角運動量流量の減衰が明りょうである。したがって、管内における旋回の減衰機構を検討する場合、局所角運動量がより有効であると考えられる。

3・2・5 局所角運動量の下流方向変化(等値線図による表示) 図8に $Re=10^5$, $\theta_v=60^\circ$ における局所角運動量 m'_a の等値線図を示す。管中央部には m'_a が負の領域があり、広い範囲で逆流しているのがわかる。また、管中央部において m'_a は下流方向にわずかに減

Fig. 11 Similarity of local angular momentum distribution

少する。 $0.2 < r/R < 0.4$ の領域では m'_a が下流方向にほとんど変化しない。しかし、それより外側 $0.4 < r/R < 1.0$ の領域では下流に位置するに従って m'_a が大幅に減少している。

図9は $Re=10^5$, $\theta_v=45^\circ$ における局所角運動量 m'_a の等値線図を示す。 $0 < r/R < 0.3$ の領域では m'_a が下流方向にほとんど変化しないが、管中央部の逆流域が下流方向に次第に狭まり、 x/D が50以降では逆流域が見られない。また、 $0.3 < r/R < 1.0$ では下流に位置するに従って m'_a が減少する。

図10は $Re=10^5$, $\theta_v=30^\circ$ における局所角運動量 m'_a の等値線図を示す。管中央部 $0 < r/R < 0.2$ にはもはや逆流域が見られず、各半径位置における m'_a が下流方向にほとんど変化しない。しかし、それより外側の管壁までに至る円環流領域では下流に位置するに従って各半径位置の m'_a が減少している。

図8から図10より、 m'_a の等値線図の分布は、管軸に対してほぼ対称のように見える。また、ここでは示していないが、案内羽根角の違いによらず $r/R=0.896$ における無次元局所角運動量 m'_{aw} が等しくなるように m'_a の等値線図を重ねたところ、図6に示す各半径位置における局所角運動量の下流方向への変化と同様に m'_a の等値線図にも相似性があることが確認できた。

畠沢・小松は、先に旋回角、軸速度および接線速度を等値線図で表しており、旋回角、軸速度および接線速度がともに管中央部では下流方向にほとんど変化しないが、円環流領域で下流方向に大きく変化する。また、十分下流に位置し、かつ旋回が減衰すると軸速度分布が次第に無旋回円管流れの分布に近づくことをすでに確認している⁽¹⁾。それに加えて、本研究で採用した局所角運動量を用いて旋回流を解析することで、まっすぐな円管内の旋回の減衰機構をよりいっそう明らかにできることがわかった。

3・2・6 局所角運動量の半径方向分布の相似性

図11は $Re=10^5$ 、管入口部の旋回強度が異なる場合であり、かつ $r/R=0.896$ における局所角運動量 m'_{aw} がほぼ等しい場合の m'_a の半径方向分布を比較して示す。 m'_a の半径方向分布が管内全域にわたってほとんど一致しており、局所角運動量の半径方向の分布が、管壁近傍のみならず、その他のほぼすべての半径位置で相似であることがわかる。

以上の結果より、新しく採用した局所角運動量 m'_a が管中央部では下流方向にあまり変化せずにほぼ一定である。一方、それより外側の管壁までに至る円環流領域では m'_a が下流方向に大幅に減少している。したがってまっすぐな円管内において、旋回の減衰、すなわち管壁近傍の旋回角の減衰は、管中央部の強制渦領域における流体同士の摩擦よりも、むしろそれより外側の管壁に至る円環流領域における流体同士および流体と管壁との間の粘性力に大きく依存すると考えられる。

4. 結 言

まっすぐな円管内の乱流旋回流において、旋回強さ

の表示に管壁近傍の旋回角を採用した。また、旋回の減衰機構を解明すべく、新たに局所角運動量を提案し、解析した。その結果、明らかになったことは以下のとおりである。

(1) 旋回を伴う円管流れにおいて、旋回の強さの減衰が、管壁近傍の旋回角の減衰でよく表されることを再確認できた。

(2) 新たに採用した局所的な角運動量を用いて旋回流を検討することで、円管内の旋回の減衰機構をよりいっそう明らかにできる。

(3) 管壁近傍の局所角運動量が等しい場合、管入口部の旋回強度の違いによらず、各半径での局所角運動量の下流方向への変化は相似である。

(4) 局所角運動量は管中央部で減少しにくく、その外側の管壁に至る円環流領域では下流方向に大きく減少する。

(5) 円管内の旋回の減衰、すなわち管壁近傍の旋回角の減衰は、管中央部の流体同士の摩擦よりも、むしろ円環流領域の流体同士および流体と管壁との間の粘性による摩擦力に強く依存する。

文 献

- (1) 畠沢政保・小松安雄、真っ直ぐな円管内の乱流旋回流の特性—流れの相似性と逆流の発生条件—、ながれ、**16**-2 (1997)、128-138。
- (2) 畠沢政保・小松安雄、真っ直ぐな円管内の乱流旋回流の特性—旋回による境界層発達抑制効果—、ながれ、**16**-2 (1997)、139-148。
- (3) 畠沢政保、まっすぐな円管内の乱流旋回流の特性—旋回のピッチと圧力損失—、ながれ、**19**-2 (2000)、129-138。
- (4) 畠沢政保、真っ直ぐな円管内の乱流旋回流の特性—圧力損失に及ぼす旋回の影響—、ながれ、**17**-3 (1998)、202-213。
- (5) 妹尾泰利・永田徹三、長い平滑管および粗面管の旋回流、機論(第2部)、**38**-308 (1972)、759-766。
- (6) Baker, D. W. and Sayre, C. L., Decay of swirling turbulent flow of incompressible fluids in long pipe, *Proc. Symp. Flow-Its Meas. Control Sci. Ind.*, Instrumental Society of America, (1974), 301-312。
- (7) 葦埜勲・前田茂、円管内の乱流旋回流の減衰、機論、**50**-460, B (1980)、3099-3106。