管群内乱流の LES と二次流れの駆動力の解析*

池 野 勉^{*1}, 梶 島 岳 夫^{*2}LES of Turbulence Flow in Bundled Rods
and Analysis for the Driving Force of Secondary FlowTsutomu IKENO^{*3} and Takeo KAJISHIMA^{*3} Fuel Engineering and Development Department, Kumatori Works, Nuclear Fuel Industries, Ltd.,
1-950 Asashiro-nishi, Kumatori-cho, Sennan-gun, Osaka, 590-0481 Japan

The mechanism of secondary flow was discussed based on the result of an LES for the turbulence flow parallel to bundled rods. The LES was carried out in the Cartesian grid system using an improved immersed boundary method developed for accurate simulation of complex wall boundary of industrial interest. The method was verified by comparing the LES with a DNS of turbulence flow in a pipe. The LES for bundled rods reasonably reproduced the secondary flow of the second kind. We proposed a theoretical method to analyze the mechanism of the secondary flow. The result of the analysis indicated that the main source of secondary flow was the non-conservative component of Reynolds stress term as was the case for a square duct. The theory proposed that non-conservative force corresponds to the difference between the pressure gradient along the wall and the Reynolds stress term decreasing rapidly near the wall. The present theory will unify the understandings for the secondary flow of the first and second kinds. The present LES technique and theory is useful for investigating the physics in turbulence flow in complex walls.

Key Words: Secondary Flow, Turbulent Flow, Computational Fluid Dynamics, Finite Difference Method, Internal Flow

1. 緒 言

原子炉炉心内における冷却材の流れをはじめとして、管群内を管と平行に流れる流れは、円管内の流れと同様、工学上基本的な流れである。しかし、原子炉の熱設計で用いられる実験式の中にも、この管群内流れに対する実験の代わりに、円管内流れに対する実験に基づくものは多い。よって、管群内流れの流動特性を円管内流れと比較して理解することは重要である。

非円形断面を有する直管内で十分に発達した乱流中には、レイノルズ応力の非一様な分布に起因して二次流れが生じることが知られている。この二次流れは、プラントルの第二種二次流れと呼ばれる。第二種二次流れの速度は、主流速度に対して数%と非常に弱いものの、その二次流れを生じる構造は、主流速度分布を歪ませる効果をもつため、レイノルズ平均型モデルの構築においても重視される^{①②}。管群内流れにおいても、第二種二次流れが実験で観察されている^③ので、その駆動機構を解析することは、管群流路形状に起因

する流れの特徴を理解するために有効な手段と考えられる。

梶島^④は、正方形断面流路内の二次流れに対し、レイノルズ応力項とそれに対応する圧力勾配との不均衡を解析することによって、その駆動機構を説明した。この解析方法は、圧力勾配と釣合えば顕在化しないレイノルズ応力項そのものを第二種二次流れの要因とする考え方^⑤とは異なり、より本質的な方法である。そして、これに代わる解析方法の提案は、比較的新しい二次流れに関する研究でのレビュー^⑥においても見出すことはできない。この状況は、管群内の第二種二次流れに対しても同様である。しかし、梶島^④の解析方法では、レイノルズ応力項とそれに対応する圧力勾配との不均衡への物理的な説明が十分に与えられておらず、正方形断面流路以外への適用例がない。

そこで、本論文では、梶島^④の解析方法を管群流れに適用するために、運動方程式の各成分とそれに対応する圧力勾配との不均衡成分に対する物理的意味を明確にして解析方法を一般化する。また、管群内二次流れの解析に用いるレイノルズ応力場を得るために、レイノルズ応力の主要部を、モデルに依存せず直接計算できる LES を導入する。本研究では、実機の支持構造を考慮した非常に複雑な管群形状を視野に入れて

* 原稿受付 2005 年 8 月 15 日。

^{*1} 正員、原子燃料工業(株) (☎ 590-0481 大阪府泉南郡熊取町朝代西 1-950)。^{*2} 正員、大阪大学大学院工学研究科 (☎ 565-0871 吹田市山田丘 2-1)。

E-mail: t-ikeno@nfi.co.jp

いる⁹ことと、正格子配列の管群を対象としていることから、高精度の LES に不可欠な高品質のメッシュを作ることが難しいため、筆者らが開発した高次精度境界埋め込み法⁹およびそれに整合するポアソン式の差分表現¹⁰を用い、歪みのないデカルト座標格子系において LES を行なう。この方法は、平板に沿う乱流に対して検証されている^{9,10}ので、ここでは曲面壁に沿う乱流に対する検証を行なう。

以下、第2章において、境界埋め込み法による円管内乱流の LES によって計算方法の検証を行い、そして管群内乱流の LES を実施する。第3章において、二次流れの解析方法を一般化し、管群内二次流れの解析に用いる。最後に、第4章において結論をまとめる。

主 な 記 号

D	: 円管の直径
N_i	: i 方向格子点数 ($i = 1, 2, 3$)
P	: 管群における管ピッチ
p	: 密度で割った圧力
t^*	: u_T, L による無次元時間
u_i	: i 方向 GS 速度 ($i = 1, 2, 3$)
u_m	: 流路断面内平均速度 (バルク速度)
u_T	: 流路断面内の平均壁摩擦速度
u_r, u_t	: 円管半径方向および周方向速度
x_i	: i 方向デカルト系座標 ($i = 1, 2, 3$)
y	: 壁からの距離
ν	: 動粘性係数
ν_{SGS}	: SGS 渦動粘性係数
$\bar{\phi}$	: 物理量 ϕ のアンサンブル平均
ϕ'	: 物理量 ϕ の $\bar{\phi}$ からの変動成分
ϕ^+	: 物理量 ϕ の u_T, ν による無次元量
ϕ'_{RMS}	: $\bar{\phi}$ の自乗平均

Fig.1 Computational domain for pipe

2. 管群内乱流の LES

2・1 計算方法 筆者らが開発した高次精度境界埋め込み法⁹およびそれに整合するポアソン式の差分表現¹⁰を用い、デカルト座標等間隔格子系において円管内乱流および管群内乱流の LES を行なう。このとき、LES の基礎方程式は式(1)のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = & -\frac{\partial p}{\partial x_i} + 4\delta_{ij} u_T^2 / D_H \\ & + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ (\nu + \nu_{SGS}) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right\} \\ (i = 1, 2, 3) \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、右辺第2項は x_i 方向に主流を維持するために与える圧力勾配に相当し、 u_T および D_H はそれぞれ流路の平均摩擦速度および水力等価直径である。式(1)中の SGS 渦動粘性係数 ν_{SGS} は、van Driest 型減衰関数を用いた定数 0.10 の Smagorinsky モデルにより与える。また、分子粘性項は Crank-Nicolson 法、その他の項を Adams-Bashforth 法で時間進行する⁹。式(1)を連続の式と連立するための数値計算アルゴリズムについては、二次流れの解析に必要なレイノルズ応力を高精度で計算するため、文献(9)(10)で用いた時間一次精度の部分段階法を、本論文では時間二次精度の SMAC 法¹¹に変更した。その場合にも、境界埋め込み法とポアソン式との整合性¹⁰は維持できる。

2・2 円管内乱流による検証 ここでは、筆者らが開発した高次精度境界埋め込み法⁹およびそれに整合するポアソン式の差分表現¹⁰を円管内乱流の LES に適用し、管群内乱流への適用性を検討する。

そのための計算領域を図1に示す。 $D/P=0.9375$, $H/D=5$ とし、表1のように、計算格子点数 $N_1 \times N_2 \times N_3$ を変えた3ケースの計算を行なう。平均摩擦速度 u_T 、円管内径 D 、動粘性係数 ν に基づくレイノルズ数 Re_T を 360 とする。このとき、壁座標で表した x_1, x_2, x_3 各方向の格子解像度 $\Delta x_1^+ \times \Delta x_2^+ \times \Delta x_3^+$ を表1に示す。

Table 1 Grid number and resolutions

	Grid number ($N_1 \times N_2 \times N_3$)	Grid resolution ($\Delta x_1^+ \times \Delta x_2^+ \times \Delta x_3^+$)
Case1	64×64×64	30×6×6
Case2	64×128×128	30×3×3
Case3	128×128×128	15×3×3

Fig.2 Mean velocities and velocity fluctuations in pipe flow at $Re\tau=360$

定常状態を得た後、主流方向の空間平均、および $t^*=5$ の間の時間平均を行った。この結果得られた主流方向の平均速度および変動速度強度を図2に示す。これらの図には、同じレイノルズ数における円管内乱流のDNSの結果(図中 Eggels, 1994)⁽¹²⁾も示している。ただし、DNSの結果はフィルタリングを施したものではない。さらに、デカルト座標系の流路断面内座標軸となす角が 0° および 45° の各々の方向に対して結果を示している。ここで、 $y = D/2 - r$ である。この図により、Case1では、平均速度および変動速度強度のいずれについても、 0° と 45° とで分布が異なり、角度依存性が現れている。一方、Case2では、LESによる平均速度がDNSの結果⁽¹²⁾に比べて小さく、格子解像度の不足と考えられる傾向を示しているものの、角度依存性は現れていない。また、Case3では、LESの結果がDNSの結果⁽¹²⁾と良く一致している。厳密にいうならば、本来はSGS成分により、LESの主流方向の変動速度強度はDNSよりも小さくな

るはずだから、主流方向の変動速度強度は過大評価であり、流れ場の絶対値を議論できる精度ではない⁽¹³⁾。しかし、Case2もCase3のいずれも、径方向と周方向の変動速度強度が極端に小さい傾向はなく、流れの機構がシミュレートされるのには十分な精度である。よって、Case2のように格子解像度が $30 \times 3 \times 3$ 程度であれば、計算格子に対する角度依存性のない、十分な精度のレイノルズ応力場が得られると考えられる。

2・3 管群内乱流の LES 高次精度境界埋め込み法⁽⁹⁾およびそれに整合するポアソン式の差分表現⁽¹⁰⁾を用い、管群内乱流のLESを行なう。このための計算領域を図3に示す。D/P=0.7, H/P=6とし、周期境界条件の影響が低減されるよう、管群により構成される流路4単位の大きさとする。円管内乱流のLESで角度依存性が現れなかった格子点数とレイノルズ数を考慮し、格子点数 $N_1 \times N_2 \times N_3$ は $128 \times 512 \times 512$ とし、平均摩擦速度 u_τ 、管ピッチ P 、動粘性係数 ν に基づくレイノルズ数を580とした。このとき1流路あた

Fig.3 Computational domain for tube bundle

りの計算格子点数は $128 \times 256 \times 256$ であり、格子解像度 $\Delta x_1^+ \times \Delta x_2^+ \times \Delta x_3^+$ は $27 \times 2.3 \times 2.3$ となる。この格子解像度は円管内乱流の LES で示した Case2 のそれよりも高い。よって、この計算条件により、管群内乱流に対して、計算格子に対する角度依存性のない十分な精度の計算結果が得られると考えられる。

時間進行によって定常状態を得た後、主流方向および流路断面内の対称性を考慮した 1/4 流路に対する空間平均、および $\theta^* = 2$ の間の時間平均を行った。この結果得られた主流方向の平均速度および変動速度強度を図 4 に示す。ここで、 $y = r - D/2$ である。図 4 には、平行平板間乱流^(a)および円管内乱流^(b)の DNS の結果（各々、図中 Kim, 1997 および Eggers, 1994）も示している。なお、平行平板間乱流に対する平板垂直方向およびスパン方向の変動速度強度は、円管内乱流と管群内乱流に対する管径方向および管周方向の変動速度強度に各々対応させて図示している。さらに、図 3 の θ が 0° および 45° の各々の方向に対して結

Fig.4 Mean velocities and velocity fluctuations in bundled-tubes flow at $Re_T=580$

果を示している。これらの方向は各々、管中心から管ギャップ方向および流路中心方向に対応する。図 4(a)の主流方向の平均速度分布では、 0° で低レイノルズ数効果が強いものの、 45° には対数速度領域が存在し、管群内乱流にも壁乱流の特徴がある⁽¹⁹⁾ことが確認できる。一方、図 4(b)から(d)の変動速度強度では、本 LES の結果における 0° と 45° の差異が、DNS の結果に見られる平行平板間乱流⁽²⁴⁾と円管内乱流⁽²⁵⁾との差異よりも大きく、管群内乱流の特徴を示す結果が得られている。すなわち、流路中心に比べて低速となる管ギャップ内における低レイノルズ数効果により、主流方向の変動速度強度のピークは 45° よりも 0° で低い。また、管径方向と管周方向の変動速度強度は、ともにレイノルズ応力の垂直成分であり、これらの差が流路断面内に分布をもつことによって二次流れの推進力の一部となる⁽⁶⁾。

3. 二次流れの解析

梶島ら⁽⁶⁾は、正方形流路断面内の二次元運動方程式の各項に対応する圧力を求め、すべりなし条件によって壁近傍で急減するレイノルズ応力項と、壁に沿う圧力勾配との不均衡成分が二次流れの主因であることを示した。ここでは、この不均衡成分の物理的意味を明らかにすることによって、解析方法を一般化し、それを用いて管群内の二次流れを解析する。

3・1 解析方法の一般化 定常二次流れが存在する断面内の二次元運動方程式は次式である。

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} = -\bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \frac{\partial \overline{u_i' u_j'}}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (i = 2, 3) \quad (2)$$

ここでは、上述の不均衡成分の物理的意味を示すため、式(2)を次のように表す。

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} = -M_i \quad (3)$$

すなわち、

$$M_i = M_{C,i} + M_{R,i} + M_{V,i} \quad (4)$$

$$M_{C,i} = \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \quad (5)$$

$$M_{R,i} = \frac{\partial \overline{u_i' u_j'}}{\partial x_j} \quad (6)$$

$$M_{V,i} = -\nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (7)$$

である。ここで、下付き添え字 C, R, V は各々、移流項、レイノルズ応力項、粘性項であることを表す。式(3)は、 M_i が圧力 $\bar{p}$ をポテンシャルとする保存力であることを表している。しかし、このことは M_i の内訳 $M_{K,i}$ ($K = C, R, V$) の各々が保存力であることを示すものではない。この視点に基づき、運動方程式の各項とそれに対応する圧力勾配との不均衡成分による説明⁽⁶⁾を一般化する。そのため、運動方程式の各項を保存力成分 $M_{K,i}^0$ と非保存力成分 $M_{K,i}^1$ に分解し、

$$M_{K,i} = M_{K,i}^0 + M_{K,i}^1 \quad (8)$$

と表す。このとき、圧力を運動方程式の各項に対応する成分に

$$\bar{p} = \bar{p}_C + \bar{p}_R + \bar{p}_V \quad (9)$$

のように分解すると、次のように保存力成分 $M_{K,i}^0$ のみがこれらの圧力勾配と釣り合う。

$$\frac{\partial \bar{p}_K}{\partial x_i} = -M_{K,i}^0 \quad (10)$$

よって、式(8)を式(4)に代入し、さらに式(3)の運動方程式に代入すれば、式(10)によって保存力と圧力勾配は互いに打ち消し合い、

$$M_{C,i}^1 + M_{R,i}^1 + M_{V,i}^1 = 0 \quad (11)$$

という関係が得られる。つまり、流れ場の中に和がゼロとなる非保存力成分が存在し、これが圧力勾配に打ち消されることなく二次流れを生じる。

ところで、この非保存力成分 $M_{K,i}^1$ は式(11)の関係を満たすことが知れるのみで未知変数であるから、これを求める方法を考える。梶島ら⁽⁶⁾は、式(2)の運動方程式右辺各項の発散をソースとする次のポアソン方程式

$$\frac{\partial^2 \bar{p}_K}{\partial x_i \partial x_i} = -\frac{\partial}{\partial x_i} M_{K,i}^1 \quad (12)$$

を解き、対応する圧力 $\overline{p_K}$ を求めている。これは、保存力成分 $M_{K,i}^0$ に対するポテンシャルとして圧力を求めているのではなく、保存力成分 $M_{K,i}^0$ と非保存力成分 $M_{K,i}^1$ の和である $M_{K,i}$ に対するポテンシャルとして圧力を求めていることに対応する。

この方法が妥当であることを以下のように数学的に示すことができる。すなわち、保存力成分 $M_{K,i}^0$ に対するポテンシャルとしての圧力 $\overline{p_K}^0$ は次のポアソン方程式により決まる。

$$\frac{\partial^2 \overline{p_K}^0}{\partial x_i \partial x_i} = -\frac{\partial}{\partial x_i} M_{K,i}^0 \quad (13)$$

このとき、式(12)と式(13)の辺々を引けば次式を得る。

$$\frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_i} (\overline{p_K}^0 - \overline{p_K}) = -\frac{\partial}{\partial x_i} M_{K,i}^1 \quad (14)$$

ここで、式(14)が非ゼロの解 $\overline{p_K}^0 - \overline{p_K}$ をもつと仮定すると、非保存力成分 $M_{K,i}^1$ がポテンシャルをもつという矛盾が生じる。よって、式(14)は非ゼロ解をもたず、よって $\overline{p_K}^0 = \overline{p_K}$ である。つまり、式(12)を解いて得た圧力は保存力成分に対するポテンシャルに他ならない。よって、非保存力成分 $M_{K,i}^1$ は、式(12)を解いて求められる圧力 $\overline{p_K}$ を用いて、次のように求めることができる。

$$M_{K,i}^1 = -M_{K,i}^0 + M_{K,i} = \frac{\partial \overline{p_K}}{\partial x_i} + M_{K,i} \quad (15)$$

以上により、前述の不均衡成分^{9a)}は、負符号の非保存力 $-M_{K,i}^1$ であることが分かり、この議論は流路形状に対し一般性をもつ。よって、正方形以外の流路断面内に対しても、この不均衡成分を非保存力場を表すものとして二次流れの解析に用いることは妥当である。

最後に、式(12)のポアソン方程式に対する壁面境界条件を示す。圧力に対する物理的な境界条件は、式(2)の運動方程式にすべりなし条件を与えることによって得られる^{9a)}。すなわち、各項に対応する境界条件は次のようになる。

$$\frac{\partial \overline{p_C}}{\partial x_i} = -\overline{u_j} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} = 0 \quad (16)$$

$$\frac{\partial \overline{p_R}}{\partial x_i} = -\frac{\partial \overline{u_i' u_j'}}{\partial x_j} \quad (17)$$

$$\frac{\partial \overline{p_V}}{\partial x_i} = \nu \frac{\partial^2 \overline{u_i}}{\partial x_j \partial x_j} \quad (18)$$

3・2 二次流れの解析 上述の非保存力を用いて管群内二次流れの解析を行なう。そのためにまず、前章で実施した LES の結果をもとに、管群流路断面内

Fig.5 Mean velocities and components of momentum equation in cross-sectional plane of bundled-tubes: (a) Mean velocities, (b) Pressure gradients, (c) Convective term, (d) Reynolds stress term, (e) Viscous term

Fig.6 Imbalances between the terms in momentum equation and the corresponding pressures:
(a) Convective term, (b) Reynolds stress term, (c) Viscous term

の速度と式(5)から(7)の逆符号で表される運動方程式の各項を二次元ベクトルで表した結果を図5に示す。

図5(a)は管群内における第二種二次流れのパターンを表している。主流の1%未満とされる従来の実験結果⁹⁾ともオーダーが一致しており、二次流れのパターンも妥当と考えられる。図5(b)から(e)は、断面内において流れ場に作用する力のパターンを表すが、これにより、図5(d)のレイノルズ応力による力と、図5(b)の圧力勾配が他より卓越し、両者はほぼ均衡していることが分かる。そして、梶島ら⁹⁾が指摘したように、これらのレイノルズ応力による力と圧力勾配とが完全に釣り合えば二次流れは生じない。

次に、力を表す各項とそれに対応する圧力勾配との不均衡成分を図6に示す。図6(a)の移流項に対応する不均衡成分は他より小さいこと、図6(b)のレイノルズ応力項に対応する不均衡成分が二次流れを駆動する主因であり、図6(c)の粘性項に対応する不均衡成分は主にこれを打ち消す作用をもつことが分かる。ここで、これら不均衡成分を求めるための圧力は、運動方程式の移流項、レイノルズ応力項および粘性項に対し、式(12)のポアソン方程式を解いて得たものである。この際、これら全ての項に対して、境界埋め込み法に整合するポアソン方程式の差分表現¹⁰⁾を用いている。このことは、流体側から外挿した圧力勾配を壁面近傍に与えることに対応する¹⁰⁾。そして、解析に用いる速度場およびレイノルズ応力場は壁面近傍ですべりなし条件に整合しているので、式(16)から(18)の壁面境界条件は近似的に満たされる。しかし、式(9)の圧力の関係が同時に満たされるとは限らない。これが、図6(b)の不均衡成分のパターンと二次流れのパターンとが壁付近において一致しない理由だと考えられる。実際、このときに図6(a)から(c)のベクトルの合計はゼロにならず、式(11)とも矛盾する。

そこで、式(9)を満たすため、移流項および粘性項

Fig.7 Non-conservative components of Reynolds stress term

の各々に対応する圧力勾配のみを、前と同じ方法で式(12)のポアソン方程式の解として求め、それらの和を、運動方程式から求めた全圧力勾配から引いてレイノルズ応力項に対応する圧力勾配を算出した。このとき、各項の不均衡成分の和はゼロとなり式(11)と矛盾しない。この圧力勾配を用いてレイノルズ応力項の非保存力成分を求めた結果を図7に示す。この図は、壁付近における二次流れの駆動力を良く表している。

4. 結 言

第二種二次流れは、速度は大きくないが、乱流輸送特性に大きな影響を与えることが知られており、その解析方法の確立は工学的に有用である。本研究では、複雑な流路形状を有する管群内乱流を対象とし、高精度数値シミュレーションにより二次流れの駆動力を解析する方法を提案した。このために、曲面壁に沿う乱流に対する境界埋め込み法の適用性と、流路形状に関して一般性のある二次流れの解析方法を示した。本研究の結果を要約すると以下ようになる。

- (1) 境界埋め込み法を用いた LES により、曲面壁に沿う流れに対しても、計算格子に対する角度依存性をもたない高精度の計算結果を得た。
- (2) 流路断面内には、運動方程式の各項に対する非保存力成分が存在し、非保存力成分同士が互い

に平衡した状態が存在し得ることを、理論と数値計算により示した。

- (3) 管群流路における二次流れの駆動力は、正方形断面流路と同様、レイノルズ応力項に対する非保存力成分であることを数値計算により示した。

なお、本研究では第二種二次流れを解析したが、ここで用いた解析方法は、プラントルの第一種二次流れにも適用可能である。すなわち、これらは非保存力に起因する流れの現象として統一的に理解することができる。

文 献

- (1) Atomic Energy Society of Japan, Thermal-Hydraulics Division ed., *Numerical Simulation of Gas-Liquid Two-Phase Flow*, (1993), Asakura Syoten, p.104 (in Japanese).
- (2) Myong, H.K., Kobayashi, T., Numerical Simulation of Fully Developed Turbulent Flows in a Square Duct, *Nihon Kikai Gakkai Ronbunshu*, B, 57-540 (1991), pp.2538-2546.
- (3) Sugiyama, H., Akiyama, M., Yamanaka, K., Sato, T., Numerical Analysis of Developing Turbulent Flow in a Square-Sectioned Bend (Prediction of Turbulent Flow with the Secondary Flow of the First and the Second Kind), *Nihon Kikai Gakkai Ronbunshu*, B, 61-581 (1995), pp.48-55.
- (4) Rehme, K., The Structure of Turbulence in Rod-Bundle and the Implications on Natural Mixing between the Subchannels, *International Journal of Heat Mass Transfer*, 35-2 (1992), pp.567-581.
- (5) Kajishima, K., Miyake, Y., Nishimoto, T., Large Eddy Simulation of Turbulent Flow in a Square Duct, *Nihon Kikai Gakkai Ronbunshu*, B, 57-540 (1991), pp.2530-2537.
- (6) Huser, A., Biringen, S., Direct Numerical Simulation of Turbulent Flow in a Square Duct, *Journal of Fluid Mechanics*, 257 (1993), pp.65-95.
- (7) Moinuddin, K.A.M., Joubert, P.N., Chong, M.S., Hafez, S., Experimental Investigation of Turbulent Boundary Layer Developing along a Streamwise External Corner (chinese), *Experimental Thermal and Fluid Science*, 27 (2003), pp.599-609.
- (8) Ikeno, T., Kajishima, T., LES of swirled turbulent flow in rod-bundle using immersed boundary method, *International symposium on turbulence and shear flow phenomena* (TSFP-4), Williamsburg, Virginia, Vol2 (2005), pp.407-412.
- (9) Ikeno, T., Kajishima, T., Higher-order Immersed Boundary Method for LES with Complicated Boundaries, *Nihon Kikai Gakkai Ronbunshu*, B, 69-686 (2003), pp.2177-2183.
- (10) Ikeno, T., Kajishima, T., Difference Formula of Poisson Equation Consistent with an Immersed Boundary Method, *Nihon Kikai Gakkai Ronbunshu*, B, 70-697 (2004), pp.2239-2245.
- (11) Morinishi, Y., Basis of Unsteady Numerical Flow Simulation, *Science of Machine*, 53-2 (2001), pp.233-242.
- (12) Eggels, J.G.M., Unger, F., Weiss, M.H., Westerweel, J., Adrian, R.J., Friedrich, R. and Nieuwstadt, F.T.M., Fully Developed Turbulent Pipe Flow: a Comparison between Direct Numerical Simulation and Experiment, *Journal of Fluid Mechanics*, 268 (1994), pp.175-209.
- (13) Morinishi, Y., Ichikawa, A., Okumura, T., Nakabayashi, K., Effects of the Order of Accuracy of Finite-Difference Method and Grid Resolution on LES of Wall Turbulence, *Nihon Kikai Gakkai Ronbunshu*, B, 66-647 (2000), pp.1750-1757.
- (14) Kim, J., Moin, P., Moser, R., Turbulence Statistics in Fully Developed Channel Flow at Low Reynolds Number, *Journal of Fluid Mechanics*, 177 (1987), pp.133-166.
- (15) Seal, W.J., Measurements and Predictions of Fully Developed Turbulent Flow in a Simulated Rod Bundle, *Journal of Fluid Mechanics*, 123 (1982), pp.399-423.
- (16) Gresho, P.M., Incompressible Fluid Dynamics: Some Fundamental Formulation Issues. Annual Review of Fluid Mechanics, 23 (1991), pp.413-453.