気泡を含む液体金属中における熱衝撃に伴う圧力波の伝播*

沖田 浩平^{*1}, 高木 周^{*1}, 松本 洋一郎^{*1}Propagation of Pressure Waves, Caused by a Thermal Shock,
in Liquid Metals Containing Gas BubblesKohei OKITA^{*2}, Shu TAKAGI and Yoichiro MATSUMOTO^{*2}Department of Mechanical Engineering, The University of Tokyo,
7-3-1 Hongo, Bunkyo-ku, Tokyo, 113-8656 Japan

Propagation of pressure waves caused by a thermal shock in liquid metals containing gas bubbles is performed by a numerical simulation. The present study examined the influences of bubble radius and void fraction on the absorption of thermal expansion of liquid metals and attenuation of pressure waves. As the result of the calculation, since the large bubbles have a smaller natural frequency than small bubbles, the peak pressure at the heated region increases with increasing bubble radius. Contrary, the peak of propagated pressure wave to the wall decreases. But, when the bubble radii are around 500 μm , the pressure wave propagates through the mixture not with the sonic speed of the mixture but with that of liquid mercury. And the peak of such pressure wave becomes higher than that of the pressure waves which propagate with sonic speed of mixture. On the other hand, decreasing the void fraction makes behavior of bubbles nonlinear and a collapse of bubble produces a high pressure wave. However, the calculation shows that the method of introducing micro gas bubbles into liquid metals is effective to prevent cavitation erosion on the wall.

Key Words: Cavitation, Bubble Dynamics, Thermal Shock, Liquid Metals, Numerical Analysis

1. 緒 言

近年、核破砕源や次世代原子炉への液体金属の使用が検討されており、その一例として中性子線源の開発が進められている⁽¹⁾⁽²⁾。しかし、液体金属への陽子パルス照射による核破砕反応の瞬時発熱に伴って液体金属が熱膨張し、それによって誘起された圧力波による構造体の損傷が重要な問題となっており、損傷メカニズムの解明と防御策の確立が望まれている。損傷メカニズムに関しては、熱衝撃に伴う圧力波を模擬した衝撃負荷実験において固体材料表面に形成されたサブミクロンの損傷が確認されており、固液界面に生じるキャピテーション気泡の崩壊によって形成されると考えられている⁽³⁾。このようなキャピテーションによる損傷を抑制するために、マイクロバブル発生法⁽⁴⁾を応用して、液体金属中に微小気泡を混入する方法が提案されている⁽⁵⁾。これは、微小気泡を混入することで、液体金属の熱膨張に伴う圧力上昇を気泡の収縮によって緩和し、さらに圧力波を伝播過程において波の分散および熱散逸により減衰させるものである。本研究の目的

は、数値解析を用いて、微小気泡混入による圧力波低減の効果を評価すること、および気泡径や気泡含有率(ボイド率)といったパラメータの影響を明らかにすることである。

気泡を含む液体中における圧力波の伝播に関する研究は、Carstensenら⁽⁶⁾の多重散乱理論による解析をはじめとして、van Wijngaarden⁽⁷⁾による現象論に基づいた支配方程式系の提案から、多くの研究者らによって行われている⁽⁸⁾⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾⁽¹²⁾⁽¹³⁾。それらによれば、気泡を含む液体中を伝播する衝撃波は、有限の幅を持った立ち上がりと共にそれに続く緩和振動領域からなっており、このような特徴が気泡の体積運動に大いに関係していること、とりわけ緩和振動領域では気液界面を通しての熱伝達による気泡体積振動の熱減衰効果が重要であることなどがわかっている。Kamedaら⁽¹³⁾は、非常に良く制御された実験、つまり、均一な球形気泡が液体中に低ボイド率で一様に分布しているような条件で、実験的に観察される圧力波の伝播挙動を数値計算によって妥当に再現できることを示している。Commander & Prosperetti⁽¹⁰⁾は、圧力波の伝播速度および減衰率と圧力周波数の関係を線形解析により導出し、理論解析の結果が線形振動する気泡に関する実験とよく一致する

* 原稿受付 2005年7月20日。

^{*1} 正員, 東京大学大学院工学系研究科(〒113-8656 東京都文京区本郷7-3-1)。

E-mail: okita@fel.t.u-tokyo.ac.jp

Fig. 1 Bubbly liquid metal in a cylinder

ことを示している。本研究では、キャビテーションエロージョンの抑制という視点から、気泡混入による液体金属中の熱衝撃に伴う圧力波の緩和・減衰効果に注目する。そのため、気泡の体積運動に関して線形領域だけでなく非線形領域においても、数値計算によって圧力波の緩和・減衰に関する知見を得る。

2. 基礎方程式

図1に示すように、円筒容器の中に微小気泡が一樣に分布した液体金属における圧力波伝播現象を考える。はじめに、核破碎反応によって生じる瞬時発熱を模擬した熱を円筒中心部に与える。この熱源によって液体金属が熱膨張し、圧力上昇が生じる。そして、圧力波が気液混相流中を円筒中心部から円筒壁に向かって伝播する。このような物理現象を再現するために、Kameda & Matsumoto⁽¹²⁾の基礎方程式群に加えて、液相のエネルギー保存式および状態方程式を考慮し、以下に示すような基礎方程式を用いた。

2.1 気泡流 ボイド率が小さく $f_G \ll 1$ 、気相の密度が液相の密度に比べて無視できる場合 $\rho_G \ll \rho_L$ 、一次元円筒座標系において気泡流に対する質量および運動量保存式は液相の体積率を f_L 、速度を u_L として、

$$f_L \frac{D_L \rho_L}{Dt} + \rho_L \frac{D_L f_L}{Dt} + f_L \rho_L \frac{1}{r} \frac{\partial r u_L}{\partial r} = 0 \quad (1)$$

および

$$f_L \rho_L \frac{D_L u_L}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{4}{3} \mu_e \left(\frac{1}{r} \frac{\partial r u_L}{\partial r} \right) \right\} \quad (2)$$

と表される。ただし、 $D_L/Dt \equiv \partial/\partial t + u_L \partial/\partial r$ である。ここで、 μ_e は実効粘性であり、液体中における気泡のサスペンション効果を考慮して、 $\mu_e = (1 + 2.5 f_G) \mu_L$ ⁽¹⁴⁾ (μ_L は液相の粘性係数) を用いた。

さらに、本研究では熱衝撃による圧力上昇を再現するために液体水銀に対する状態方程式 (付録 A 参照) と次の液相に対するエネルギー保存式を用いた。

$$f_L \rho_L C_{pL} \frac{D_L T_L}{Dt} = f_L \beta_L T_L \frac{D_L p}{Dt} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r f_L \lambda_L \frac{\partial T_L}{\partial r} \right) + Q \quad (3)$$

ただし、 C_{pL} は等圧比熱、 β_L は等圧膨張係数、 λ_L は熱伝導率である。また、 Q は核破碎による発熱を表しており、粘性散逸による発熱は無視した。式(3)において、ボイド率が小さく、液相の熱容量が気相のそれに比べて非常に大きいため、気相の熱容量を無視した。

気泡の体積運動については、気泡半径を R として球形を仮定して液相の圧縮性を考慮した Keller の式⁽¹⁵⁾⁽¹⁶⁾を用いた。

$$\left[1 - \frac{1}{c_{sL}} \frac{dR}{dt} \right] R \frac{d^2 R}{dt^2} + \frac{3}{2} \left[1 - \frac{1}{3c_{sL}} \frac{dR}{dt} \right] \left(\frac{dR}{dt} \right)^2 = \frac{1}{\rho_L} \left[1 + \frac{1}{c_{sL}} \frac{dR}{dt} + \frac{1}{c_{sL}} R \frac{d}{dt} \right] \left(p_{gw} - \frac{2S_L}{R} - \frac{4\mu_L}{R} \frac{dR}{dt} - p \right) \quad (4)$$

ただし、 c_{sL} および S_L はそれぞれ液相の音速および表面張力係数であり、 p_{gw} は気泡壁における気相の圧力 $p_g|_{r=R}$ である。

本研究では、個々の気泡はラグランジュ的に取り扱われ、気泡の合体および分裂は考えない。よって、 k 番の気泡が担う数密度 n_{Bk} を一定として、液相体積率は次のように求めた。

$$f_L = 1 - \frac{1}{V_{cell}} \sum_{k \in V_{aff}} \Phi(x - x_{Bk}) \frac{4}{3} \pi n_{Bk} R_k^3, \quad (5)$$

ここで、 Φ は次式で定義された近似デルタ関数である。

$$\Phi(x) \equiv \begin{cases} \frac{1}{4} \left[\cos\left(\frac{\pi x}{2\Delta x}\right) + 1 \right] & \text{for } |x| \leq 2\Delta x \\ 0 & \text{for } |x| > 2\Delta x \end{cases} \quad (6)$$

また、気泡と周囲流体の相対速度が圧力波形に与える影響はほぼ無視できるため⁽¹²⁾、相対速度がないと仮定して、気泡の位置を次のように求めた。

$$u_B = u_L|_{x=x_B}, \quad x_B(t) = \int_0^t u_B d\tau \quad (7)$$

2.2 気泡内部 気泡流中の圧力波の伝播過程においては気泡振動の熱減衰効果が重要である。よって、気泡内部気体の質量、運動量およびエネルギーの保存を計算することで、気液界面を通しての熱伝達を考慮した。ただし、気泡内部気体は一成分の不凝縮気体のみからなり、気液界面を通しての蒸発、凝縮および溶解などの物質移動はないものとした。

気泡壁の移動を考慮した一次元極座標系 $r = R(t)\sqrt{y}$ ($0 \leq y \leq 1$) を考えるとき、個々の気泡の内部における気相に対する質量、運動量およびエネルギー保存式はそれぞれ、

$$\frac{1}{\rho_g} \frac{D_g \rho_g}{Dt} + \frac{1}{R^2 y} \frac{\partial R^2 y u_g}{\partial y} = 0, \quad (8)$$

$$\frac{D_g u_g}{Dt} = -\frac{1}{\rho_g} \frac{2\sqrt{y}}{R} \frac{\partial p_g}{\partial y} \quad (9)$$

および

$$\rho_g C_{pg} \frac{D_g T_g}{Dt} = \beta_g T_g \frac{D_g p_g}{Dt} + \frac{1}{R^2 y} \frac{\partial}{\partial y} \left(R^2 y \lambda_g \frac{2\sqrt{y}}{R} \frac{\partial T_g}{\partial y} \right) \quad (10)$$

となる。ただし、 $D_g/Dt \equiv \partial/\partial t + \{(u_g - R\sqrt{\gamma})2\sqrt{\gamma}/R\}\partial/\partial y$ である。また、これらの方程式系を閉じるために、理想気体の状態方程式 $p_g = \rho_g R T_g$ を用いた。

2.3 境界条件

2.3.1 気泡流 円筒容器中心では円筒対称、円筒壁面では断熱壁を仮定するとき、境界条件はそれぞれにおいて次のようになる。

$$\frac{\partial p}{\partial r} = 0, \quad u_L = 0, \quad \frac{\partial T_L}{\partial r} = 0 \quad (11)$$

2.3.2 気泡内部 気泡中心では、球対称の仮定から、境界条件は

$$\left. \frac{\partial p_g}{\partial y} \right|_{y=0} = 0, \quad u_g|_{y=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial T_g}{\partial y} \right|_{y=0} = 0 \quad (12)$$

となる。一方、気泡壁では、気泡壁の速度と加速度が式(4)から求められるものと一致しなければならない。また、気泡壁の液相側には温度分布がないと仮定して、気泡壁の温度を周囲流体の温度と等しいとした。

$$\left. \frac{\partial p_g}{\partial y} \right|_{y=1} = -\rho_g \frac{d^2 R}{dt^2}, \quad u_g|_{y=1} = \frac{dR}{dt}, \quad T_g|_{y=1} = T_L \quad (13)$$

3. 数値計算法と計算条件

エネルギー保存式から、密度を圧力と温度の関数として、次のように表される。

$$\frac{D\rho}{Dt} = \frac{1}{c_s^2} \frac{Dp}{Dt} - \frac{\beta}{C_p} \left\{ \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + Q \right\} \quad (14)$$

これより、質量保存式における密度の物質微分項を消去して離散化し、圧力勾配項を陰的に離散化した運動量保存式を用いて圧力に関する差分方程式が導出され、HSMAC 法に準じた手法の適用が可能となる。

連続相に対する空間および時間の離散化には、それぞれ2次精度中心差分および1次精度オイラー陽的積分を用いた。また、移流項の離散式における整合性⁽¹⁷⁾を保つために、圧力、速度および温度の移流項も中心差分で近似するが、TVD 条件が満足されない場合には1次精度の風上差分を用いた。とりわけ、連続相の体積率の移流項については、 $f_L + f_G = 1$ の関係から、

$$\frac{D_L f_L}{Dt} + \frac{D_G f_G}{Dt} = (u_L - u_G) \frac{\partial f_G}{\partial x} \quad (15)$$

より、 $u_L = u_G$ の場合には右辺がゼロになることから、連続相の体積率に関する移流項を離散相から求めることで移流における両相の不一致を防いだ⁽¹⁸⁾。

気泡位置における流体の特性は線形補間により求め、気泡の体積運動における時間積分は2次精度の陽的差分である。本研究では、熱衝撃に伴う温度上昇が液体

Fig. 2 Time evolution of the pressure and void fraction at the center of cylinder for various bubble radii (the pressure divided by the peak pressure in the case of single phase, $P_{\max} = 72.1 \text{ MPa}$)

水銀の特性に大いに影響を与えるため、この特性を温度の関数として与えた⁽¹⁹⁾。また、ヘリウムおよびアルゴンの温度伝導率には Sutherland の式 (付録 B 参照) を用いた。

計算格子については、円筒領域を 200、個々の気泡内部を 20 格子点で分割した。これらは、2 倍の格子点を用いた計算と壁面圧力の最大値を比較して数%の誤差であり、後述の議論を進めるにあたり妥当な精度であることを確認している。また、計算進行時の時刻刻みは計算が破綻しないように自動的に決定した。

本計算では、 $1 \mu\text{s}$ 程度の陽子パルス照射⁽¹⁾⁽²⁾による核破砕反応の発熱を模擬した熱源として、時間的に $1 \mu\text{s}$ の矩形パルスで空間的に標準分散 $\sigma = 5 \text{ mm}$ のガウス分布 $Q(r) = Q_{\max} \exp(-r^2/2\sigma^2)$ で円筒中心部に与えた。また、単相状態において熱膨張によって数十 MPa オーダの圧力上昇をもたらす熱源として $Q_{\max} = 26.7 \times 10^{12} \text{ W/m}^3$ を与えた。

4. 計算結果と考察

4.1 熱入力部の圧力変動 熱膨張に伴う圧力上昇の緩和に対する気泡の大きさの影響について調べた。図 2 に、初期ボイド率 $\alpha_0 = 1\%$ における円筒容器中心軸上の圧力およびボイド率の時間変化を単相および $R_0 = 1, 10, 100 \mu\text{m}$ とさまざまな大きさの気泡を含む場合について比較して示す。単相の条件では、一定な熱入力による熱膨張により、圧力が $1 \mu\text{s}$ まで直線的に上昇し、その後圧力波の伝播により降下する。一方、気泡を含む場合には、圧力上昇の最大値が単相の結果に比べて非常に減少しており、気泡半径が $R_0 = 1 \mu\text{m}$ の

結果においては、最大圧力が1%以下にまで小さくなっていることがわかる。また、気泡半径の違いによって圧力振動の様子が大きく異なっており、 $R_0 = 100\mu\text{m}$ の結果ではボイド率も大きく振動している。それに対して、 $R_0 = 1, 10\mu\text{m}$ ではほぼ液体水銀の熱膨張に伴うボイド率の変化を示している。

角周波数 ω の微小圧力振動に対する気泡流の複素音速は次式のように近似される⁽¹⁰⁾。

$$\frac{1}{c_m^2} = \frac{1}{c_{sL}^2} + \frac{3\alpha_0}{R_0^2(\omega_0^2 - \omega^2 + 2ib\omega)} \quad (16)$$

ここで、 ω_0 は気泡の体積運動の固有角周波数であり、 b は粘性、熱および圧縮性による減衰係数である。これから、気泡を含む液体における密度変化による圧力変化が次のようになる。

$$\frac{\partial p}{\partial \rho} = c_m^2 = \frac{\omega_0^2 - \omega^2 + 2ib\omega}{\omega_0^2 + 3\alpha_0 \frac{c_{sL}^2}{R_0^2} - \omega^2 + 2ib\omega} c_{sL}^2 \quad (17)$$

ここで、気泡流の固有角周波数 ω_{m0} を次式で定義する。

$$\omega_{m0}^2 \equiv \omega_0^2 + 3\alpha_0 \frac{c_{sL}^2}{R_0^2} \quad (18)$$

水に比べて約13倍大きい密度のために、液体水銀中の気泡は体積振動における周囲流体の慣性の影響で気泡の固有角周波数が小さくなるが、式(18)の右辺第2項が第1項に比べて大きくなるようなボイド率では、液体水銀と水の音速がほぼ等しいために気泡流の固有角周波数が液体水銀と水で同じになることがわかる。

図3に、気泡半径に対する気泡の固有周波数 $f_0 = \omega_0/(2\pi)$ および気泡流の固有周波数 $f_{m0} = \omega_{m0}/(2\pi)$ (初期ボイド率 $\alpha_0 = 1\%$ の場合) を示す。図より、気泡が小さくなるほど気泡および気泡流の固有周波数が高くなり、ボイド率が1%の気泡流の固有周波数は気泡のそれに比べて一桁以上高くなる。また、 $R_0 = 1, 10, 100\mu\text{m}$ に対して周期 $T_{m0}(=2\pi/\omega_{m0}) \simeq 0.025, 0.25, 2.5\mu\text{s}$ となり、これらの周期は図2における圧力振動の周期にほぼ等しいことがわかる。

微小振動に対して、系に線形性が仮定できるとすると式(17)が熱入力に伴う密度変化による圧力変化の伝達関数を表していると考えられる。図4(a)にこの伝達関数の複素フーリエ係数を示す。その特性は、気泡流の固有周波数 f_{m0} よりも高い周波数成分に対しては液相の音速となるために、熱膨張に伴う圧力上昇に対する気泡収縮による緩和効果がないが、 f_{m0} より低い周波数成分に対しては緩和効果が大い。一方、時間的に $1\mu\text{s}$ の矩形パルスで表現された熱入力をフーリエ変換すると、図4(b)のように波数成分が 1MHz より高

Fig. 3 Natural frequency as function of bubble radii for the single bubble and bubbly liquid ($\alpha_0 = 1\%$)

(a) Transfer function

(b) Heat input

($R_0 = 100\mu\text{m}$, $\alpha = 1.0\%$) ($1\mu\text{s}$ rectangular pulse)

Fig. 4 Complex Fourier coefficient

くなると急激に小さくなる特徴がある。つまり、この周波数よりも気泡流の固有周波数が高い場合には、熱膨張による圧力上昇が緩和されるが、低い場合には気泡流の固有周波数より高い成分が減衰されず、とりわけ固有周波数の圧力振動が励起されるために圧力上昇が緩和されない。したがって、気泡収縮による圧力上昇の緩和に対する気泡半径およびボイド率の影響が、気泡流の固有周波数と熱入力の周波数特性に依存していることがわかる。

4.2 圧力波の伝播過程 $1\mu\text{s}$ の熱入力に対して、気泡流の固有周波数が低い条件 ($R_0 = 200\mu\text{m}$, $\alpha_0 = 1\%$) における圧力波の伝播過程として、圧力分布の時間変化を図5(a)、および(a)における $t = 0 \sim 80\mu\text{s}$ の部分を拡大したものを(b)に示す。ただし、この計算だけは、2種類の圧力波の伝播過程が明確な条件(熱入力の空間分布 $\sigma = 1\text{mm}$)で行った。

図5(a)より、圧力波が中心から壁に向かって約 $30\text{mm}/1250\mu\text{s} = 24\text{m/s}$ の速度で伝播していることがわかる。この伝播速度は式(16)で $\omega = 0$ のときの音速、つまり、気液二相流の等温平衡音速 $c_{m0} = 27.6\text{m/s}$ にほぼ等しい。一方、図5(b)より、圧力が振動を始める点为中心から壁に向かっておよそ $30\text{mm}/20\mu\text{s} = 1500\text{m/s}$ と液体水銀の音速で伝播していること、また、その圧力の振動周期が $5\mu\text{s}$ と気泡流の固有周波数から求まるものに等しいことがわかる。つまり、図4で見たように、熱入力において f_{m0} より高い周波数成分が液体水

(a) Pressure propagation at sound speed of mixture
($t = 0 \sim 2000 \mu s$)

(b) Pressure propagation at sound speed of liquid
mercury ($t = 0 \sim 80 \mu s$)

Fig. 5 Two types of pressure propagation; time evolution of the pressure distribution under the condition of the heat input with $\sigma = 1 \text{ mm}$ in space ($R_0 = 200 \mu m$, $\alpha_0 = 1\%$)

銀の音速で伝播している。このように、気泡流中を伝播する波の周波数によって、液相の音速で伝播する波と気液二相流の平衡音速で伝播する波に分かれることは線形解析⁽¹⁰⁾の結果と一致している。

4.3 圧力上昇の緩和と圧力波の減衰 熱膨張に伴う圧力上昇の緩和および圧力波の伝播過程における減衰に対するボイド率と気泡半径の両方の影響について調べた。図6および図7はそれぞれ円筒の中心および壁面における最大圧力と気泡半径の関係をさまざまなボイド率に対して示している。ただし、中心部圧力の最大値において、壁からの反射波は考えていない。図6より、気泡半径が小さくなるにつれて、 $\alpha_0 = 0.3 \sim 1\%$ に対する中心の最大圧力が気泡の固有周波数の上昇に伴い徐々に小さくなるが、 $R_0 = 1 \mu m$ 付近で極小値をとって大きくなっている。液体水銀は金属結合のために表面張力係数が $S_{Hg} = 490 \times 10^{-3} \text{ N/m}$ と水の $S_{H_2O} = 72.5 \times 10^{-3} \text{ N/m}$ に比べて大きく、初期半径 $R_0 = 1 \mu m$ の気泡では表面張力が $2S_{Hg}/R_0 \simeq 1 \text{ MPa}$ のオーダーになる。したがって、初期ボイド率が同じでも $R_0 = 0.3 \sim 1 \mu m$ と非常に小さい気泡では初期の気泡内部気体の圧力（密度）が高く、体積変化に伴う圧力変化が大きいため、最大圧力の上昇が生じると考えられる。逆に、 $\alpha_0 = 0.05 \sim 0.1\%$ に対する最大圧力

Fig. 6 Peak pressure at the center of cylinder as a function of initial bubble radius for various void fraction ($t = 0 \sim 4 \mu s$)

Fig. 7 Peak pressure at the wall of cylinder as a function of initial bubble radius for various void fraction ($t = 0 \sim 1000, 0 \sim 2000 \mu s$)

Fig. 8 Collapse of bubble and linear increase of pressure due to the thermal expansion of liquid metals; time evolution of the pressure at the center of cylinder ($\alpha_0 = 0.05\%$, $R_0 = 10 \mu m$)

は気泡半径によらず数十 MPa オーダーである。図8にボイド率 $\alpha_0 = 0.05\%$ 、気泡半径 $R_0 = 10 \mu m$ の条件での円筒中心の圧力とボイド率の時間変化を示す。気泡の崩壊が生じてボイド率が非常に小さくなり、その結果、圧力が図2(a)の単相の場合の結果のように直線的に増加している。今、熱膨張率を β_L 、定圧比熱を C_{pL} および発熱時間を $\Delta\tau$ として、熱膨張による液体金属の体積増加率 Δf_L が次のように表される。

$$\Delta f_L = \frac{\beta_L Q}{\rho_L C_{pL}} \Delta\tau \quad (19)$$

これから、 $\beta_L = 182 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ 、 $\rho_L = 13579 \text{ kg/m}^3$ 、 $C_{pL} = 139 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$ 、 $Q = 26.7 \times 10^{12} \text{ W/m}^3$ 、 $\Delta\tau = 1 \mu s$ より、熱膨張による体積増加率が $\Delta f_L = 0.26\%$ と見積も

られる。よって、図6において、初期ボイド率が0.1%と0.3%の間で、最大圧力の気泡半径に対する傾向が変わるのは、初期ボイド率が熱膨張による体積増加 Δf_L よりも小さいために、気泡が完全に収縮してしまうためであると考えられる。したがって、気泡崩壊が生じるボイド率の閾値は、入力される熱量によって変化するものの、熱膨張による体積増加率より低いボイド率条件では最大圧力が気泡半径にほとんど依存しないということになる。

図7の $\alpha_0 = 0.3 \sim 1\%$ の結果を見れば、気泡半径が大きくなるに連れて壁面の最大圧力が徐々に小さくなり、極小値をとって急激に大きくなっている。この最大圧力の急激な増加は、前述の液体水銀の音速で伝播する圧力波によるものであり、その最大圧力が気液二相流の等温平衡音速で伝播する圧力波より大きくなることによる。線形解析⁽¹⁰⁾によれば、気泡流の固有振動数 f_{m0} より高い成分は液体の音速で伝播し、気泡の固有振動数 f_0 より低い成分は気液二相流の等温平衡音速で伝播する。また、伝播過程において $f_0 \sim f_{m0}$ 間の成分に対する減衰が大きいのに比べて、それ以外の領域における圧力波の減衰は小さい。つまり、熱入力(図4)によって生じた圧力のうち、 $f_0 \sim f_{m0}$ の成分は減衰してしまい、 f_0 より低い成分だけが等温平衡音速で伝播する。よって、気泡半径が大きくなるほど気泡の固有振動数が小さくなる(図3)ために最大圧力も小さくなると考えられる。一方、非線形振動する条件となる初期ボイド率が $\alpha_0 = 0.05 \sim 0.1\%$ の場合には、中心における最大圧力が数十MPaオーダーであるにも関わらず、 $R_0 = 5 \sim 30 \mu\text{m}$ の壁面の最大圧力は数MPaオーダーまで減衰している。単相における最大圧力の減少割合は円筒座標系における波の放射によるが、それに比べてもより小さくなっており、低ボイド率であっても気泡混入が圧力波の減衰に貢献していることがわかる。この理由については次節で述べる。

4.4 内部気体の違いによる影響 熱膨張に伴う圧力上昇の緩和および圧力波の伝播過程における減衰に対する気泡内部気体の影響を調べるため、気泡内部気体にヘリウムを用いた場合、アルゴンの場合および断熱ポルトロップ変化を仮定した場合を比較して図9および図10に示す。ただし、アルゴンはヘリウムと比熱が同じで、熱伝導率が約10倍小さいという特徴がある。

図9より、ヘリウムとアルゴンの結果は、比熱が同じであるためにほとんど一致していることがわかる。それに対して、断熱変化を仮定した場合の中心部の最大圧力が、ボイド率 $\alpha_0 = 1.0\%$ 、初期気泡半径 $R_0 = 5 \mu\text{m}$

Fig. 9 Comparison of gas species inside bubble : Peak pressure at the center of cylinder as a function of initial bubble radius for various void fraction ($t = 0 \sim 4 \mu\text{s}$)

Fig. 10 Comparison of gas species inside bubble : Peak pressure at the wall of cylinder as a function of initial bubble radius for various void fraction ($t = 0 \sim 1000, 0 \sim 2000 \mu\text{s}$)

以下の気泡において、他の場合のものに比べて大きな値となっている。これは、気泡の収縮に伴う内部気体の圧縮で生じた熱が周囲流体に散逸されないためである。線形解析⁽¹⁰⁾によれば、気泡内部気体が気泡の固有周波数 f_0 より低い周波数では等温的に、高い周波数では断熱的に振舞うとされている。よって、気泡半径が小さくなるに連れて f_0 が高くなるために等温的に振舞うようになり、断熱を仮定した場合とヘリウムおよびアルゴンの場合に差が生じる。

一方、図10より、圧力波の伝播に伴う減衰については、各々の結果に対して低ボイド率条件で大きな違いがある。まず、ヘリウムとアルゴンの結果を比較すると、初期ボイド率が小さくなるに連れてその差が大きくなること、また、 $\alpha_0 = 0.1\%$ においては $R_0 = 30 \sim 50 \mu\text{m}$ でヘリウムとアルゴンの最大圧力が逆転しており、気泡振動における熱減衰が熱伝導率のみでは決まらないことがわかる。断熱変化の結果は、低ボイド率条件 $\alpha_0 = 0.1\%$ においてヘリウムやアルゴンの結果に比べて壁面における最大圧力が大きな値をとっている。図9を見ればこのボイド率では、中心部で気泡が完全に収縮してしまう場合であり、このために熱散逸による減衰の影響がヘリウムとアルゴンの結果にもっとも顕著に現れたと考えられる。また、 $R_0 = 200 \mu\text{m}$ 以上の

Fig. 11 Time evolution of the pressure at the wall of cylinder ($R_0 = 10\mu\text{m}$, $\alpha_0 = 0.05\%$)

Fig. 12 Time evolution of the pressure distribution ($R_0 = 10\mu\text{m}$, $\alpha_0 = 0.05\%$)

Fig. 13 The growth and collapse of bubble cloud; time evolution of the void fraction near the center of cylinder ($R_0 = 10\mu\text{m}$, $\alpha_0 = 0.05\%$)

気泡半径において、気泡内部気体の影響が見られないのは、気泡の体積運動に関係しない前述の液体水銀の音速で伝播する圧力波のためである。

以上より、気泡内部気体の熱伝導率の違いは、熱膨張に伴う圧力上昇の緩和にほとんど影響しないが、圧力波の伝播過程における気泡収縮による熱減衰に大きく影響する。さらに、 $R_0 = 30\mu\text{m}$ 以下の気泡についてはヘリウムに比べて小さい熱伝導率をもつアルゴンの方が圧力波の減衰効果がわずかに優位であること、また、断熱変化を仮定した結果との比較から気泡が大きく収縮する低ボイド率条件で熱減衰の効果が大きいことがわかる。

4.5 気泡クラウドの生成と崩壊 ここで、低ボイド率条件（ヘリウム、 $\alpha = 0.05\%$ 、 $R = 10\mu\text{m}$ ）における圧力波の伝播過程に注目する。壁面圧力および圧力分布の時間変化を図 11 および図 12 に、中心部近傍

のボイド率分布の時間変化を図 13 に示す。図 12 より、 $t = 0 \sim 50\mu\text{s}$ で圧力波が伝播過程において非線形性のために衝撃波を形成し、壁面に到達しているのがわかる。また、図 11 より、この衝撃波の波頭における圧力変動をみると気泡の体積運動による緩和振動が見られる。この間、図 13 より、中心部近傍で気泡の成長によりボイド率が 10% 近くまで上昇し、気泡クラウドが形成されている。そして、壁面からの反射波がこの気泡クラウドに到達し、気泡クラウドの外から中心に向かって気泡が崩壊していき、その気泡崩壊による圧力波が壁面に向かって伝播している様子が図 11 および図 12 からわかる。最終的に、この気泡クラウドが崩壊するとき、中心部で高圧力が生じているが、熱入力による圧力波に比べて大きな値になっていない。この理由として、気泡クラウド内部のボイド率が高いためにクラウド内部を伝播する圧力波の速度が遅いこと、そして、その間に円筒という閉じた系でクラウド周囲の圧力が回復してしまっていることが考えられる。

結 言

気泡を含む液体金属中において熱衝撃によって生じる圧力波の伝播現象を数値的に再現し、気泡の混入による熱膨張に伴う圧力上昇の緩和と圧力波の伝播過程における減衰に関して以下のような知見を得た。

熱膨張による圧力上昇に対しては、気泡半径が小さく、熱膨張による体積増加率よりもボイド率が高い場合に気泡収縮による緩和効果大きい。また、緩和効果は気泡流の固有周波数 f_{m0} と熱入力の周波数特性の関係に大いに依存している。

伝播過程における圧力波の減衰に対しては、大きい気泡ほど固有周波数 f_0 が低いために減衰効果が大きい。しかし、熱入力に比べて気泡流の固有周波数 f_{m0} が低い場合、気泡流中を気液二相流の等温平衡音速ではなく液体水銀の音速で伝播する圧力波が観察され、そのような波が大きくなる場合には減衰効果が得られない。

気泡内部気体の影響を調べた結果、圧力上昇の緩和に対してはほとんど差が見られないが、圧力波の減衰に対しては、ボイド率が低いほど気泡収縮が激しくなるために熱散逸による減衰効果が顕著になる。また、気泡クラウドの生成と崩壊が観察されるような低ボイド率条件においても、圧力波の伝播過程に対して気泡収縮の熱散逸による減衰効果がある。

謝 辞

本研究を進めるに際して、東京農工大学の亀田正治氏には貴重な助言を頂きました。また、著者の一人

(K.O.)は、文部科学省 21 世紀 COE プログラム「機械システム・イノベーション」による補助を受けました。ここに記して謝意を表します。

文 献

- (1) Japan Proton Accelerator Research Complex. <http://j-parc.jp>.
- (2) Spallation Neutron Source. <http://www.sns.gov/>.
- (3) M. Futakawa, T. Naoe, C. C. Tsai, H. Kogawa, S. Ishikura, Y. Ikeda, H. Soyama, and H. Date. Cavitation erosion in mercury target of spallation neutron source. In *Proceedings of Fifth International Symposium on Cavitation, Osaka, 1-4 November (CD-ROM)*, (2003).
- (4) *Engineering of Bubble : Concepts in Basic Bubble and Foam Engineering*. Technosystem, (2005). (in Japanese).
- (5) G. Hansen, M. Butzek, H. Glückler, R. Hanslik, H. Soltner, V. Soukhanov, H. Stelzer, and J. Wolters. Engineering Work for the ESS Target Station. In *Proceedings of the Sixth International Topical Meeting on Nuclear Applications of Accelerator Technology, San Diego, 1-5, June*, (2003).
- (6) E. L. Carstensen and L. L. Foldy. Propagation of Sound Through a Liquid Containing Bubbles. *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 19, No. 3, pp. 481–501, (1947).
- (7) L. van Wijngaarden. One-dimensional flow of liquids containing small gas bubbles. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, Vol. 4, pp. 369–396, (1972).
- (8) R. E. Caflisch, M. J. Miksis, G. C. Papanicolaou, and L. Ting. Effective equations for wave propagation in bubbly liquids. *J. Fluid Mech.*, Vol. 153, pp. 259–273, (1985).
- (9) J. Rubinstein. Bubble interaction effects on waves in bubbly liquids. *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 77, No. 6, pp. 2061–2066, (1985).
- (10) K. W. Commander and A. Prosperetti. Linear pressure waves in bubbly liquids: Comparison between theory and experiments. *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 85, No. 2, pp. 732–746, (1989).
- (11) R. I. Nigmatulin. *Dynamics of Multiphase Media Volume 2*. Hemisphere, (1991).
- (12) M. Kameda and Y. Matsumoto. Shock waves in a liquid containing small gas bubbles. *Phys. Fluids*, Vol. 8, No. 2, pp. 322–335, (1996).
- (13) M. Kameda, N. Shimauro, F. Higashino, and Y. Matsumoto. Shock waves in a uniform bubbly flow. *Phys. Fluids*, Vol. 10, No. 10, pp. 2661–2668, (1998).
- (14) Japan Society of Fluid Mechanics, editor. *Fluid Dynamics Series 2 : Dynamics of Multiphase Flow*. Asakura Syoten, (1991). (in Japanese).
- (15) J. B. Keller and I. I. Kolodner. Damping of Underwater Explosion Bubble Oscillations. *J. Appl. Phys.*, Vol. 27, No. 10, pp. 1152–1161, (1956).
- (16) A. Prosperetti and A. Lezzi. Bubble dynamics in a compressible liquid. part 1. first-order theory. *J. Fluid Mech.*, Vol. 168, pp. 457–478, (1986).
- (17) T. Kajishima. *Numerical Simulation of Turbulent Flows*. Yokendo, (1999). (in Japanese).
- (18) K. Okita, S. Takagi, and Y. Matsumoto. Numerical analysis for bubbly flows through a convergent-divergent nozzle. In *Proceedings of 3rd International Symposium on Two-Phase Flow Modelling and Experimentation, Pisa, 22-24 September (CD-ROM)*, (2004).
- (19) D. R. Lide and H. V. Kehiaian. *CRC HANDBOOK of THERMOPHYSICAL and THERMOCHEMICAL DATA*. CRC Press, Boca Raton, (1994).
- (20) A. R. Hansen and C. A. Eckert. Volumetric Measurements for Some Liquid Metals at High Pressures and Temperatures. *J. Chem. Eng. Data*, Vol. 36, pp. 252–255, (1991).
- (21) L. A. Davis and R. B. Gordon. Compression of Mercury at High Pressure. *J. Chem. Phys.*, Vol. 46, No. 7, pp. 2650–2660, (1967).
- (22) N. B. Vargaftik, Y. K. Vinogradov, and V. S. Yargin. *Handbook of Physical Properties of Liquids and Gases : Pure Substances and Mixtures*. begell house, New York, (1996).

付録 A 液体水銀の状態方程式

Hansen & Eckert⁽²⁰⁾によって次式のような液体水銀の状態方程式が提案されている。

$$V(T, P) \equiv V(T, P_0) \left[1 - C(T) \ln \left(\frac{B(T) + P}{B(T) + P_0} \right) \right], \quad (20)$$

ここで、 $V(T, P_0)$ 、 $B(T)$ および $C(T)$ はそれぞれ、 $V(T, P_0) \equiv a + bT$ 、 $B(T) \equiv B_0 + B_1T$ および $C(T) \equiv C_0 + C_1T$ のように定義される。Hansen & Eckert は体積と温度の関係から各パラメータを決定しているが、式 (20) から得られる音速は 20℃ における実際の音速 1450 m/s に比べておよそ 10% 小さい。よって、本研究では V-T の関係だけでなく等温圧縮率⁽²¹⁾を満たすように各パラメータを再フィッティングした。以下に得られたパラメータを用いることで、音速が改善された。

$$\begin{aligned} P_0 &= 1 \times 10^{-3} [\text{kbar}], \\ a &= 14.75 [\text{cm}^3/\text{mol}], \quad b = 2.728 \times 10^{-3} [\text{cm}^3/\text{mol} \cdot ^\circ\text{C}] \\ B_0 &= 26.46 [\text{kbar}], \quad B_1 = -2.006 \times 10^{-2} [\text{kbar}/^\circ\text{C}] \\ C_0 &= 0.1044 \times 10^{-2} [-], \quad C_1 = 1.348 \times 10^{-5} [^\circ\text{C}^{-1}] \end{aligned}$$

付録 B 気体の熱伝導率

気体の熱伝導率を温度の関数として表現するために Sutherland の式を用いた。

$$\lambda(T) = \lambda_{ref} \left(\frac{T}{T_{ref}} \right)^n \frac{T_{ref} + T_s}{T + T_s} \quad (21)$$

各パラメータには、実測値⁽²²⁾をもとにしたフィッティングより次のものを用いた。

Helium:

$$\lambda_{ref} = 156 \times 10^{-3}, \quad T_{ref} = 300, \quad n = 1.7, \quad T_s = 0$$

Argon:

$$\lambda_{ref} = 17.8 \times 10^{-3}, \quad T_{ref} = 300, \quad n = 1.645, \quad T_s = 51.9$$