固体壁上に置かれた球群と衝撃波との干渉*

鈴木 立之^{*1}, 坂村 芳孝^{*1}, 小谷 明^{*2}
足立 孝^{*3}, 小林 晋^{*3}, 舟渡 裕一^{*1}

Interaction of Shock Wave with Spheres on Wall

Tateyuki SUZUKI^{*4}, Yoshitaka SAKAMURA, Akira KOTANI,
Takashi ADACHI, Susumu KOBAYASHI and Yuichi FUNAWATASHI^{*4} Department of Mechanical Systems Engineering, Toyama Prefectural University,
5180 Kurokawa, Kosugi-cho, Toyama, 939-0398 Japan

The mechanism responsible for the high pressures generated in gas phase during the shock wave interaction with granular layer on a wall was studied experimentally and numerically. The granular layer used in experiments was composed of spheres fixed to each other and to the wall of shock tube. The pressure under the spheres was measured, and the shock wave propagation in the gas phase between the spheres was visualized by shadowgraphy. Furthermore, numerical simulations of shock wave interaction with the sphere were conducted in order to observe the shock wave propagation in a narrow space between the sphere and the end wall, and pressure distributions on the end wall of the shock tube in a qualitative manner. The correlation between the shock wave propagation along the end wall and the first peaks in the pressure traces obtained under the spheres was revealed.

Key Words: Shock Wave, Pressure Distribution, Three-dimensional Flow, Sphere, Pressure Measurement, Particulate Layer

1. 序 論

衝撃波と固体表面上に置かれた粒子あるいは物体との干渉は、炭塵爆発や粉塵爆発における粉塵雲の形成など安全工学上の問題のみならず、地下シェルター等に入り込む破壊的な爆風波の減衰や、敷石や砂利基盤の軌道をもつトンネルに高速列車が突入する際の衝撃波騒音の低減に関連して研究が行われている⁽¹⁾⁽²⁾。

しかしながら、固体壁上に置かれた粒子層の厚さが薄い場合には、粒子層下で大きい圧力が発生することが Britan⁽³⁾、Jiang⁽⁴⁾ によって報告されている。彼らは、固体壁面上に置かれた粒子層に衝撃波が正面衝突すると、粒子層がない固体壁面で衝撃波が垂直反射する場合に到達する圧力(いわゆる p_s)よりも大きい圧力が発生することを示した。また、衝撃波が薄い粒子層上を通過した際にも、粒子層下で測定される圧力は垂直衝撃波の関係式から求められる反射衝撃波背後の圧

力よりも大きくなることが示されている⁽⁴⁾⁽⁵⁾。

このような特異圧は、粒子層を構成している粒子の運動に基づくものと考えられてきたが⁽⁴⁾⁽⁵⁾、固体壁面と粒子に衝撃波が複雑に干渉することによって粒子層内の気相において大きい圧力が発生することが考えられる。実際、見上⁽⁶⁾は、粒子圧(圧力センサ受圧面に接触している粒子による圧力)を除いた気相の圧力のみでも、 p_s を超える場合があることを示唆している。

本研究では、衝撃波が粒子層と干渉した結果、粒子層下において特異圧が発生する機構を解明することを目的とし、特異圧の発生原因が粒子層内の気相にもあることを明らかにするため粒子層内の気相中における衝撃波の伝播機構を調べた。実験では、粒子層として互いに接着された球から構成される球群モデルを用いて、モデル層下における圧力測定およびモデル内を伝播する衝撃波波面の可視化を行った。さらに、数値計算を用いて3次元的な球まわりの衝撃波の伝播を調べ、実験結果との比較検証を行った。

2. 実 験

2.1 圧力測定 圧力測定の実験は、鉛直に設置された衝撃波管を用いて行った。衝撃波管の高圧部は

* 原稿受付 2005年4月25日。

^{*1} 正員、富山県立大学工学部(☎939-0398 富山県射水郡小杉町黒河5180)。^{*2} 正員、富山県立大学大学院工学研究科。^{*3} 正員、埼玉工業大学工学部(☎369-0293 埼玉県大里郡岡部町普濟寺1690)。

E-mail: suzuki@pu-toyama.ac.jp

内径 41.6 mm の円形断面、長さ 750 mm であり、低圧部は 20 mm×20 mm の正方形断面、長さ 1665 mm である。高圧部と低圧部の間はセロファン製の隔膜によって仕切られている。隔膜が瞬間的に破れ、高圧部の気体が低圧部に急速に流れ込み、低圧部側に衝撃波が発生する。

球群モデルは低圧部下端の試験部に設置した。管端面中央に球群モデル下の圧力を測定するための圧力変換器(キスラー-603B)を設けてある。この圧力変換器の固有振動数は 400 kHz 以上であり、接続したチャージアンプ(キスラー-5011B)の周波数は 200 kHz 程度であるので、衝撃波による圧力の立ち上がり時間は $5\mu\text{s}$ 程度である。低圧部側壁に入射衝撃波マッハ数を測定するための圧力変換器(キスラー-601A)が 2 か所の異なる高さに取り付けられている。衝撃波が通過する際の圧力変換器の出力をオシロスコープ(横河電機 DL1200E)、タイムカウンタ(Hewlett-Packard ユニバーサルカウンタ-HP53131A)に取り込み、衝撃波が圧力変換器間を通過する時間間隔を測定し、その時間間隔と圧力変換器間の距離から入射衝撃波マッハ数を算出する。これ

らの圧力変換器は、衝撃波管内を伝播する衝撃波に影響を与えないように、その受圧面が管壁面と面一になるように設置した。

圧力測定に用いた球群モデルは、図 1 に示すように、直径 $d_p = 10\text{ mm}$ または $d_p = 5\text{ mm}$ の球から構成されている。これら球群モデルは真鍮製の球を正方格子状に配列したもので、球の運動がないように球と球、および球と側壁のすべての接点(接触面積: 約 0.7 mm^2)を固定したものである。球が管端面に設置された圧力変換器受圧面に接触しないように、いずれの d_p の球群モデルにおいても球と受圧面の間に 0.01 mm 以下の隙間を設けた。この隙間は、球径比で示した場合、 $d_p = 10\text{ mm}$ に対しては 0.1 %、 $d_p = 5\text{ mm}$ に対しては 0.2 % となる。

実験は、低圧部の初期圧力を大気圧、初期温度を室温とし、入射衝撃波マッハ数 $M_s = 1.33 \pm 0.01$ として行った。

2.2 可視化 可視化実験に用いた衝撃波管の高圧部は内径 78 mm の円形断面、長さ 2927 mm であり、低圧部は 50 mm×50 mm の正方形断面、長さ 3839 mm である。低圧部下流の試験部には 112 mm×50 mm の観測窓が設置されている。この試験部にモデルを設置し、影写真法を用いて衝撃波波面の可視化を行った。

圧力測定に用いた球群モデルにおいて個々の球の対称性を考慮すると、図 1 中の破線で囲った部分が球群モデルと衝撃波との干渉を特徴づける 1 単位であると考えられる。そこで、図 2 に示すように直径 $D_p = 50\text{ mm}$ の球を 1 つだけ衝撃波管の管端面に固定したものの(接触面積: 約 0.8 mm^2)を可視化のモデルとした。

本研究では、球の直径が異なる実験で得られる現象の間に相似性が成り立つと考えられる。したがって、圧力測定に用いた球の直径 d_p と可視化に用いた球の直径 D_p は異なるが、実際の時間 t に D_p / d_p を掛けた等価時間 t^* を用いることにより、両者の時間スケールを合わせることができる。したがって、実際の時間 t に D_p / d_p を掛けた等価時間 t^* を、直径の異なる球を用いた実験で得られた結果に適用することで、球の直径が異なる実験で得られる結果を議論することが可能である。

3. 数値計算

数値計算は、図 2 に示した球まわりにおいて現象の対称性を考慮し、図 3 に示すように球の 1/8 部分においてのみ行った。実験では、図 2 で示したように球と衝撃波管管端面との間の隙間は球径比 0.1~0.2 % ほどと無視できるが、計算では、球と管端面との接点

Fig. 1 Arrangement of spheres for pressure measurement.

Fig. 2 Schematic model for visualization.

Fig. 3 Computational domain.

Fig. 4 Computational grid.

は計算上の特異点となるため、計算格子の最小辺長さの制約下から最小限の隙間(球径比2%)を設けた。

計算に用いた支配方程式は3次元 Euler 方程式であり、積分形で表すと

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \mathbf{Q} dV + \int_S f(\mathbf{Q}, \mathbf{n}) dS = 0 \quad (1)$$

となる。ここで、 t は時間、 $\mathbf{n}$ は検査体 V の境界面 S 上の外向き単位法線ベクトル(n_x, n_y, n_z)である。 $\mathbf{Q}$ および $f(\mathbf{Q}, \mathbf{n})$ はそれぞれ以下の保存変数、流束ベクトルである。

$$\mathbf{Q} = [\rho, \rho u, \rho v, \rho w, \rho e_0]^T \quad (2)$$

$$f(\mathbf{Q}, \mathbf{n}) = \begin{bmatrix} \rho V_n \\ \rho u V_n + p n_x \\ \rho v V_n + p n_y \\ \rho w V_n + p n_z \\ \rho h_0 V_n \end{bmatrix} \quad (3)$$

ここで、 ρ は密度、 p は圧力、 u, v, w は x, y, z 方向の速度成分、 e_0, h_0 はそれぞれ単位質量当たりの全エネルギー、全エンタルピーであり、

$$V_n = u n_x + v n_y + w n_z \quad (4)$$

$$e_0 = e + (u^2 + v^2 + w^2)/2 \quad (5)$$

$$h_0 = e_0 + p/\rho \quad (6)$$

である。状態方程式は理想気体を仮定し、気体の比熱比を γ とすると

$$p = (\gamma - 1) [\rho e_0 - (u^2 + v^2 + w^2)/2] \quad (7)$$

となる。

支配方程式の空間離散化にはセル節点有限体積法を用い、計算格子には解適合非構造格子を用いた(計算に用いた初期格子を図4に示す)。なお、初期の格子点数を36759、計算格子の最小辺長さを0.005とした。1ステップごとに行う格子の細分化・粗雑化により格子点数は常に変動し、本計算における最大格子点数は404559(後の図9(c)に示す付近)であった。数値流束は Simple High-resolution Upwind Scheme (SHUS)⁽⁸⁾によって評価し、原始変数の線形分布再構築により空間2次精度化し、Venkatakrishnanの制限関数⁽⁹⁾を用いた。時間積分には修正 Euler 法⁽¹⁰⁾を用いた。

初期条件は衝撃波前方は静止気体とし、衝撃波後方の物理量は衝撃波関係式より求めた。入射衝撃波マッハ数 M_0 は実験と同様に1.33とし、気体の比熱比を1.4とした。図3に示す境界(衝撃波管側壁および球表面に相当する壁面)には滑り壁の条件を与えた。

4. 結果および考察

本報告では“圧力”に特別な物理的意味を持たせているものが3種類あるので、これら3つの圧力を定義し、それぞれ記号を用いて整理し、考察することとする。すなわち

$\bar{p}_e$: 圧力変換器の出力から得た“圧力”。

p_c : 数値計算結果の(格子点における)“圧力”。

$\bar{p}_c$: 数値計算の結果を、実験において使用した圧力変換器の受圧面に相当する領域の面積で除した“平均圧力”。すなわち、管端の中央を原点にとった座標系(r, θ, z)を用いたとき、 $\bar{p}_c$ を

$$\bar{p}_c(t) = \frac{1}{S} \int_S p_c(r, \theta, 0; t) dS \quad (8)$$

として定義する。ここで、積分範囲の S は受圧面全体を、右辺の係数に現れている S はその面積 πR^2 を、 R は受圧面の半径を示す。

Fig. 5 Pressure traces obtained from experiments.

Fig. 7 Comparison of pressure traces between experiment and calculation.

 Fig. 6 Shadowgraphs showing the shock wave propagation around a sphere placed at the end wall of the shock tube. (The scale at the bottom of each pictures the size of the pressure transducer relative to the sphere in the case of $d_p=10\text{mm}$)

以上の定義に基づいて、図5に球群モデル下の圧力 $\bar{p}_e$ を示す。ここで、縦軸の実験値として示した圧力 $\bar{p}_e$ は圧力変換器から直接(すなわち、フィルター処理なく)得たもので、横軸は、実時間に D_p/d_p を掛けた等

Fig. 8 Comparison between shadowgraphs and calculated density contours.

価時間 t^* であり、 $t^*=0$ は衝撃波管端から 100 mm の位置に入射衝撃波が到達した時刻である。これら図より、いずれの d_p においても、モデル下で測定される圧力 $\bar{p}_e$ はピークを示した後 p_s の周りで変動していることが分かる。 $d_p = 10\text{ mm}$ と 5 mm の場合の最初の圧力ピークが生じる時刻は、ほぼ一致していることから、2 つの球径が異なった実験の間に相似性が成り立つことが確認できる。これらの図から、最初の圧力ピークの値 $\bar{p}_e$ は、 $d_p = 10\text{ mm}$ の場合の方が $d_p = 5\text{ mm}$ の場合よりも大きい。これは、後で述べるように、 $d_p = 10\text{ mm}$ の場合の圧力 $\bar{p}_e$ は、 5 mm の場合に比べ、球に対して相対的に小さい領域で測定されているためである。

図6に $D_p = 50\text{ mm}$ の球を用いた実験で得られた衝撃波伝播の可視化写真を示す。図中に示したスケールの大きさは、圧力測定に用いた $d_p = 10\text{ mm}$ の球に対する受圧面の相対的な大きさを示している。圧力測定で用いた球の直径 d_p は 10 mm および 5 mm であるが、可視化実験で用いた球の直径 D_p は 50 mm であるので、等

価時間 t^* を用いることにより、 $d_p = 10 \text{ mm}$ の場合の圧力 $\bar{p}_e$ の変動は、可視化写真で観察される衝撃波の伝播と関連づけて以下のように説明される。

入射衝撃波の一部は球上面で反射し、一部は球と管側壁との間を下方に伝播する(図 6(a))。球と管側壁との間を通過した衝撃波(図中で A と示されたもの)は彎曲しながら下方に伝播し(図 6(b))、管端面に到達する(図 6(c))。衝撃波 A が管端面で反射して形成された反

射波 B は、球下面で反射して反射波 C を形成している(図 6(d))。管端に到達した衝撃波 A は $t^* = 0.22 \text{ ms}$ から 0.26 ms の間で圧力変換器受圧面に到達し、圧力変換器が衝撃波の圧力を検知し始める。この時刻が、圧力波形における圧力 $\bar{p}_e$ が上昇する時刻(図 5 中の Y で示された時刻)である。また、反射波 C は管端面で反射して球下面および管端面で反射を繰り返している。このような管端面と球との間の衝撃波反射で形成され

Fig. 9 Pressure contours showing the shockwave propagation around a sphere placed at the end wall of the shock tube.

る反射波の一部は管側壁方向へ、一部は球真下へ伝播する。球真下に伝播する衝撃波は、Shock dynamics⁽¹¹⁾によって説明されるように、球と管端面との空間の収束によって強くなっている。その衝撃波が球真下で反射し、管側壁に向かって伝播する反射波 D が形成される(図 6(e))。反射波 D は、管側壁方向への伝播に伴い、管端面と球との間の空間の拡がりによって弱められるため、 $t^* = 0.26 \text{ ms}$ から 0.31 ms の間で圧力波形における圧力 $\bar{p}_e$ は減少し始める。その後、衝撃波 D は管側壁で反射して反射波 E が形成される。反射波 E は管中心方向に伝播し(図 6(f))、圧力波形において再び圧力 $\bar{p}_e$ の上昇が生じる。

このように球真下へ伝播する衝撃波が収束することによって、球真下で最大圧力 $\bar{p}_e$ が発生する。 $d_p = 10 \text{ mm}$ の場合の球真下で測定される圧力 $\bar{p}_e$ は、 5 mm の場合に比べ、球に対して相対的に小さい領域で測定されているので、最初の圧力ピーク値 $\bar{p}_e$ は $d_p = 5 \text{ mm}$ よりも 10 mm の方が大きくなる。

図 7 に実験と数値計算結果それぞれに対応する圧力 $\bar{p}_e$ および $\bar{p}_c$ の波形の比較を示す。この図より、数値計算の場合における球と管端面との隙間の大きさ (2%) は実験の場合 (0.1~0.2%) より大きくなっているが、 $d_p = 10 \text{ mm}$ および 5 mm のいずれの d_p においても衝撃波管管端で生じる圧力変動の第 1 ピークにおいて、実験と数値計算で得られる圧力 $\bar{p}_e$ および $\bar{p}_c$ の波形は定性的に一致していることが分かる。なお、数値計算では球真下の非常に小さな領域で $\bar{p}_e$ の 2 倍以上の大きい圧力が発生するが、この面積は圧力変換器受圧面の面積に比べて十分に小さいので、平均圧力 $\bar{p}_e$ に及ぼす影響は小さいと考えられる。また、図 8 は実験で得られた可視化写真と数値計算で得られた等密度線図を比較したものである。この等密度線は入射衝撃波前方の密度の 0.04 倍毎に描かれている。この図より、数値計算で得られた等密度線は実験で得られた衝撃波波面の形状と合っていることが分かる。

以上から、数値計算結果の圧力 $\bar{p}_e$ 波形と衝撃波の波面形状が、実験結果と定性的に一致していることから、数値計算を用いて球まわりの衝撃波の伝播機構と、それに伴う気相圧の変化を定性的に説明できることが分かる。

図 9 は数値計算で得られた等圧線図を示している。この等圧線は入射衝撃波前方の 0.04 倍毎に描かれており、図中の左図は図 1 で示された H 断面、右図は正面図、下図は管端面における等密度線図である。

管端面に向かって伝播した衝撃波は最初、管の角に到達し(図 9(a))、その後、管中心方向(球真下)に向かっ

て伝播している(図 9(b))。そのため、図 5 で示した圧力波形における圧力 $\bar{p}_e$ が上昇し始める時刻(X および Y で示された時刻)は、球に対する受圧面の相対的な大きさが小さい $d_p = 10 \text{ mm}$ の場合の方が $d_p = 5 \text{ mm}$ の場合よりも遅くなる。図 6(c)では、3 次元的な現象を 2 次元的に可視化しているので、このような衝撃波の伝播を観測することができないが、数値計算では、球が置かれた管端面上の衝撃波の伝播が実験よりも詳細に観測できる。球と管端面との間を球真下に向かって伝播する衝撃波は、前述したように球と管端面との空間の収束によって強くなっており、球真下で反射することによってさらに大きい圧力 p_c が発生していることが確認できる(図 9(c))。また、球真下で反射した衝撃波は球管側壁方向に伝播すると、その衝撃波背後の圧力 p_c は小さくなっていることが分かる(図 9(d))。

以上のように球真下で測定される圧力 $\bar{p}_e$ の波形における第 1 ピークは、衝撃波が球と管端面との間で収束することによって生じ、球真下の管端面上で圧力 $\bar{p}_e$ が最も大きくなることが、数値計算によって定性的に説明することができる。

5. 結 論

本研究では、衝撃波が粒子層と干渉した際の特異圧の発生原因が粒子層内の気相にもあることを明らかにするため、球が動かないように固定した球群モデルを用いて、モデル層下における圧力測定およびモデル内を伝播する衝撃波波面の可視化を行った。さらに、数値計算を用いて 3 次元的な球まわりの衝撃波の伝播を調べた。その結果、球が置かれた固体壁上で得られる圧力 $\bar{p}_e$ の変動の第 1 ピークにおける衝撃波の挙動が明らかとなった。

固体壁上に置かれた球と衝撃波が干渉すると、球と管端面との間を球真下に向かって伝播する衝撃波が、球と管端面との空間の収束によって強くなっており、球真下で反射することによってさらに大きい圧力 $\bar{p}_e$ および $\bar{p}_c$ が発生する。球真下で反射した衝撃波は球管側壁方向に伝播すると、その衝撃波背後の圧力は小さくなる。このため、管端面上で得られる圧力 $\bar{p}_e$ および $\bar{p}_c$ の波形において最初の圧力ピークが発生する。

以上から固体壁上の粒子層の下における特異圧は、これまでに報告されている粒子の運動に起因するものばかりでなく、気相中を伝播する衝撃波も特異圧発生の要因の 1 つとなりうることが示された。

謝 辞

本研究を行うにあたり、東野文男東京農工大学名誉教授、見上博富山商船高等専門学校教授に貴重な御意

見を頂いた。また、数値計算を行うにあたり、富山県立大学大学院生中山勝之君、池田邦博君、学部生立田知也君に協力を得た。ここに記し、感謝の意を表す。

文 献

- (1) Abe, A. and Takayama, K., Interaction of Shock Waves with Array Cylinders, *The Memoirs of the Institute of Fluid Science, Tohoku University*, **10**(1999) pp. 109-129. (in Japanese)
- (2) Britan, A. et al., Shock Waves Attenuation by Granular Filters, *International Journal of Multiphase Flow*, **27**(2001), 617-634.
- (3) Jiang, J. P., Experimental and Numerical Investigation of Head-on Collision of a Planar Shock Wave with a Dust Layer, Ph.D. dissertation of Ben-Gurion University of the Negev, (1996).
- (4) Adachi, T. et al., The Pressure Wave in a Dust Layer Over Which a Shock Wave is Propagating, *Theoretical and Applied Mechanics*, **32**(1984), 211-219.
- (5) Suzuki, T. and Adachi, T., The Effect of Particle Size on Shock Wave-Dust Deposit Interaction, *Proceedings of the 14th International Symposium on Space Technology and Science*, (1984), 483-490.
- (6) Mikami, H., Fundamental study on overpressures generated in granular layers by head-on collision of a weak shock wave, Doctoral thesis of Toyama Prefectural University, (2002). (in Japanese)
- (7) Rogg, B. et al., Shock-Induced Flow in Regular Arrays of Cylinders and Packed Beds, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **28**(1985), 2285-2298.
- (8) Shima, E. and Jounouchi, T., Role of CFD in Aeronautical Engineering (No.14), AUSM Type Upwind Scheme, Dail4kai Koukuki keisan kuukirikigaku sinpojiumu ronbunshu (*Proceedings of the 14th NAL Symposium on Aircraft Computational Aerodynamics*), (1997), 7-12.
- (9) Venkatakrishnan, V., Convergence to Steady State Solutions of the Euler Equations on Unstructured Grids with Limiters, *Journal of Computational Physics*, **118**(1995), 120-130.
- (10) Laney, C. B., *Computational Gasdynamics*, (1998), 179, Cambridge University Press.
- (11) Han, Z. and Yin, X., *Shock dynamics*, (1993), 21-41, Kluwer Academic Publishers and Science Press.