側壁を複数チャネルにより連結された流動場における
格子ボルツマン解析*津島 将司^{*1}, 盛山 浩司^{*2}, 平井 秀一郎^{*1}Lattice Boltzmann Simulation on Flow Fields
Connected with Multiple Side-ChannelsShohji TSUSHIMA^{*3}, Koji MORIYAMA and Shuichiro HIRAI^{*3} Research Center for Carbon Recycling and Energy, Tokyo Institute of Technology,
2-12-1 Ohokayama, Meguro-ku, Tokyo, 152-8552 Japan

Flow fields analysis between two channels that were connected with multiple side-channels each other was conducted using lattice Boltzmann method (LBM). We found that calculated flow fields were categorized into three types of flow pattern depending on flow field geometry and flow conditions. The following typical flow patterns are identified: case 1, the incoming flow uniformly passes through the side-channels, case 2, the flow preferentially passes through the side-channel in the inlet and the outlet, case 3, the flow passes through the side-channel of the outlet side. We also found that these flow patterns clearly depend on two dimensionless parameters, ratio of permeability of the side-channels to the channel width and the Reynolds number.

Key Words: Porous Media, Lattice Boltzmann Method, Permeability, Pressure Drop

1. 結 論

流入側と流出側のいずれもが直線流路で、それぞれの側壁を複数のチャネルまたは多孔質体でつないだ構造は工業機器に多く見られる。例えば、燃料電池内のセパレータやディーゼル排気ガス浄化フィルター (Diesel Particulate Filter, DPF) などは、図 1 のような流路構造を有するものが一般的である^{(1)~(3)}。図 1

(a) は燃料電池セパレータの一つの例であり、入り口側直線流路と出口側直線流路が、それぞれの側壁に設けられた側壁チャネルを介して連結されており、入り口側から供給された気体が出口側チャネルから流出していく構造になっている。このとき、燃料電池内で反応が均一に進行するためには、入り口側から供給される気体が出口側チャネルに向かって、一様に配流される必要がある。同じく、DPF においては、図 1 (b) に示すように、ディーゼルエンジンから排出されるディーゼル微粒子を含んだ排気ガスは、DPF の入り口側流路から流入し、側壁の多孔質体を通過し、その過程で微粒子の捕集が行われた後、流出側流路より排出される。

このような流入側・流出側に直線流路を有し、流

体がその側壁を通過する流動場においては、流体がそれぞれの側壁チャネルについて、どのように配流されるのか、ということが重要であり、流体の条件 (流入速度など) ならびに入り口・出口流路幅や側壁チャネル構造 (チャネル幅、側壁の透過係数など) が流動場全体に及ぼす影響を基礎的に明らかにする必要がある。

このような背景から、松隈らは、格子ガス法を適用し、流入側・流出側の側壁を流体が透過しやすいことを指摘し、チャネル形状を工夫することにより配流が均一化できることを示している⁽⁴⁾。しかしながら、このような流動場においては、チャネル幅などの形状因子や側壁チャネルでの流体の通過しやすさなどが流体場全体の挙動にどのような影響を与えるのかについては、未だ十分に明らかにされておらず、系統的に調べる必要がある。

そこで本研究では、流入側と流出側のいずれもが直線流路で、それぞれの側壁を複数のチャネルで連結された流動場を対象に、形状因子や流体条件が流動挙動に及ぼす影響について基礎的に明らかにすることを目的に、チャネル幅などの境界形状の変更が容易で複雑形状の計算に適する格子ボルツマン法 (Lattice Boltzmann Method, LBM) を用いて解析を行う。

2. 解 析 方 法

2.1 計算モデル 格子ボルツマン法 (Lattice Boltzmann Method: 以下 LBM) は、差分法、有限要

* 原稿受付 2005 年 9 月 22 日。

^{*1} 正員、東京工業大学炭素循環エネルギー研究センター (〒152-8552 東京都目黒区大岡山 2-12-1)。^{*2} 東京工業大学大学院理工学研究科。

E-mail: tsushima@mech.titech.ac.jp

素法などのように、密度や速度といったマクロな変数に関する偏微分方程式を直接解くのではなく、仮想粒子の速度分布関数を動力学方程式に基づいて解くことにより、マクロな流体の挙動を再現する⁽⁵⁾。境界条件の設定が容易であるため、本解析のような複雑形状の計算に適する。仮想粒子の速度分布および空間の離散化については、幾つかのモデルが提案されているが、本解析では、Skoordosら⁽⁶⁾の2次元9速度モデルを用い、分布関数の時間発展式には以下のような一般的に用いられている格子BGKモデルを採用した。

$$f_{\sigma}(r + e_{\sigma}\Delta t, t + \Delta t) = f_{\sigma}(r, t) - \frac{1}{\tau} [f_{\sigma}(r, t) - f_{\sigma}^{eq}(r, t)] \cdots (1)$$

ここで、 f_{σ} は速度分布関数、 f_{σ}^{eq} は平衡分布関数、 τ は単一緩和時間である。粒子の速度ベクトル e_i は、時間刻み Δt と格子間隔 Δx を用いて、次のように表される。

$$e_0 = [0, 0] \cdots (2)$$

$$e_{1,i} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \left[\cos\left(\frac{i-1}{2}\pi\right), \sin\left(\frac{i-1}{2}\pi\right) \right] \cdots (3) \quad (i = 1, 2, 3, 4)$$

$$e_{2,i} = \sqrt{2} \frac{\Delta x}{\Delta t} \left[\cos\left(\frac{2i-1}{4}\pi\right), \sin\left(\frac{2i-1}{4}\pi\right) \right] \cdots (4) \quad (i = 1, 2, 3, 4)$$

また、平衡分布関数は以下のものを用いた。

$$f_0^{eq} = \rho \left[\frac{2}{7} - \frac{2}{3c^2} (u \cdot u) \right] \cdots (5)$$

$$f_{1i}^{eq} = \rho \left[\frac{1}{7} + \frac{1}{3c^2} (e_{1i} \cdot u) + \frac{1}{2c^4} (e_{1i} \cdot u)^2 - \frac{1}{6c^2} (u \cdot u) \right] \cdots (6)$$

$$f_{2i}^{eq} = \rho \left[\frac{1}{28} + \frac{1}{12c^2} (e_{2i} \cdot u) + \frac{1}{8c^4} (e_{2i} \cdot u)^2 - \frac{1}{24c^2} (u \cdot u) \right] \cdots (7)$$

ここで、 c はじょう乱の伝わる速さを表し、以下の式で求まる。

$$c = \frac{\Delta x}{\Delta t} \cdots (8)$$

時間刻みについては、二次元正方格子における流体の動粘性係数 ν は以下の式で与えられるため、

$$\nu = \left(\frac{2\tau^* - 1}{6} \right) \frac{(\Delta x)^2}{\Delta t} \cdots (9)$$

この式によって、 Δt が決定される。本研究ではLBM解析の安定性を確保するために、 $\tau^* = \tau / \Delta t = 1$ 一定として解析を行った。以上の動力学法的に基づき、格子ボルツマン法では、各格子点上の局所的な流体の密度 ρ 、運動量 ρu は速度分布関数を用いて以下の式で定義され、マクロな流体の挙動が再現される。

$$\rho = \sum_{\sigma,i} f_{\sigma} \cdots (10)$$

$$\rho u = \sum_{\sigma,i} f_{\sigma} e_{\sigma} \cdots (11)$$

2.2 計算対象および計算条件 解析の対象とした計算系を図2に示す。本研究では、流入側と流出側のいずれもが直線流路で、それぞれの側壁を複数のチャネルで連結された流動場について、様々なパラメータの影響を基礎的に把握するために、流入

Fig.1 Industrial application employing wall-flow structure.

側、流出側のチャンネルを9つの側壁チャンネルによりつないだ単純な構造を採用し、流入する流体がそれぞれの側壁チャンネルへどのように配流されるのかについて調べた。以後、各側壁チャンネルに、図中に示すように流入側から順番に1から9までの番号を与え、区別することとする。計算領域は、流体が流入・流出する方向を x 方向として、格子数は 281, y 方向が 131 である。入口・出口の境界条件としては、流入側は平均流速を与え、速度分布としてはポワゾイユ分布を仮定した。密度の線形関数である圧力が大気圧に開放される流出境界側では流体の密度を初期値（大気圧）に固定する流出境界条件を用いた。壁面ならびに物体表面における境界条件については、流体の浸透などは存在しない固体壁として扱い、half-way bounce-back⁽⁷⁾ 境界条件を用いて計算を行った。

解析に際してのパラメータとしては、流入側チャンネル幅 D 、流入速度 v 、側壁チャンネル幅 d をとり、それぞれが側壁側の9つのチャンネルに与える影響（均一性）や全体での圧力損失、各部での圧力損失について考察を加えた。

3. 解析結果

3.1 代表的な流動様式 流入側チャンネル幅 D 、流入速度 v 、側壁チャンネル幅 d を様々に変化させて計

Fig. 2 Calculation domain with parameter investigated.

Table 1 Calculating conditions in the typical flow patterns

	Re	$D[\mu\text{m}]$	$d[\mu\text{m}]$
Case 1	10	750	60
Case 2	10	700	240
Case 3	60	700	140

算した結果、図3に示すような3つの特徴的な流動様式が得られた。図3は二次元速度分布の計算結果であり、それぞれの計算条件は表1に示すとおりである。ここで、Re 数は、流入速度 v と流入側チャンネル幅 D を用いて算出している。

Case 1においては、1~9までの側壁チャンネルを流体が様に通過しているように見える。この条件から、側壁のチャンネル幅を広くすると、Case 2に示されるように、入口側および出口側の側壁チャンネルに流体が偏って配流されるようになっている。このような流れの

Fig. 3 Typical flow patterns in the calculated wall-flows

Fig.4 Variation of flow rate on each channel

偏りは、格子ガス法による解析結果から、松隈らによっても報告されている⁽⁴⁾。また、側壁チャンネル幅を狭くして、さらに Re 数を大きくすると、Case 3 のように、出口側側壁チャンネルに流れが偏るようになる。

このことを定量的に表すために、1~9までの各側壁チャンネルの流量をチャンネル1本あたりの平均流量で除し、チャンネルごとの分布としてプロットしたものが図4である。これより、Case 1においては、どの側壁チャンネルの流量も等しく、流れに偏りが無い均一な流れが形成されていることがわかる。その一方で、Case

1の条件から側壁チャンネル幅を広くすると Case 2 のように入り口側と出口側に流れが偏り、平均流量に比較して、約 1.5 倍もの流体が入り口側と出口側を通過していくことがわかる。また、 Re 数が大きくなると、Case 3 のように出口側に流れが偏るようになる。

この要因を調べるために、それぞれの計算条件における圧力分布を図5に示す。これより、圧力分布と流動場には密接な関係があり、圧力勾配に対応するように流体が流れていることがわかる。すなわち、図5(a)の均一に流れている場合(Case 1)においては、形成される圧力勾配は側壁間において大きく、さらに側壁チャンネル位置によらずほぼ同様に生じている。このことが流体の均一な配流をもたらしている。一方、流入側と流出側の側壁に流れの偏りが生じていた Case 2 の場合においては、図5(b)に示されるように、圧力勾配が側壁間ではなく、流れの主流方向に沿っても形成されている。このような主流方向に沿った圧力勾配の形成は、Case 1 の時にも見受けられるが、側壁間に形成されている圧力勾配に比較して、非常に小さい。しかしながら、Case 2 においては、主流方向の圧力勾配と側壁間の圧力勾配はほぼ同等である。これは、Case 1 の時と比較して、側壁間隔が大きくなり、主流方向に比べて側壁へも流体が流れやすくなったためであると

Fig.5 Pressure distribution in the typical flows

考えられる。そのため、流入した流体は、主流方向と側壁方向にほとんど同じ程度の流量で分岐し、その後、主流方向に沿って流れ、出口付近において、再び合流する流れの様式となり、入口側および出口側の側壁チャンネルに流体が偏る流動様式となっている。さらに、Case 3においては、出口側の側壁チャンネルにより大きな圧力勾配が生じているのが確認できる。これは、Case 3は Case 1と比較して、 Re 数が大きい条件であり、流入した流体の慣性の影響がより大きくなり、出口側において大きな圧力勾配が生じているものと考えられる。

以上、述べたように、各側壁チャンネルの幅や Re 数などによって、流れの様式が大きく3つのパターンに分類できることが示された。そこで、次節では、各流動様式を支配するパラメータについて明らかにする。

3.2 流動様式に関する影響因子の導出 本解析では、流入側チャンネル幅 D 、流入速度 v 、側壁チャンネル幅 d をパラメータとして、様々に変化させて解析を行った結果、流動様式として大きく3つのパターンに分類できることが明らかになった。また、形成される圧力分布が流動様式によく対応することを示した。これまでの解析結果から、流入した流体は、主流方向と側壁方向のそれぞれに生じる圧力勾配によって駆動されるため、多数の側壁チャンネルへの流体の配流は、主流方向と側壁方向の流れやすさの比によって決定されると考えられる。そこで、側壁の透過係数 K と主流チャンネル幅 D の比である無次元量として KD^2 を導入する。ここで、側壁の透過係数 K は、側壁への流体の流れやすさを表し、以下のように求めた。

$$K = \frac{d^2}{12} \cdot \frac{9d}{L} \dots\dots\dots (12)$$

本解析においては、側壁は9つのチャンネルが長さ L にわたって均等に分布しているという単純な系であるが、側壁が多孔質の場合においても、以下で述べる考察の適用を可能とするために、ここでは、側壁における流体の流れやすさの指標としてより一般的な透過係数 K を用いて表している。

図6は、新たに導入した無次元量 KD^2 と流入流体のレイノルズ数(Re)を用いて、形成される流動様式を先に示した代表的な3つのパターンについてまとめたものである。これより、Case 1: 流体が側壁チャンネルを均一に流れる、Case 2: 流体が入り口側と出口側の側壁チャンネルをより多く流れる、Case 3: 出口側の側壁チャンネルを流体がより多く流れる、という3つの流

Fig.6 Flow pattern diagram in the wall-flow.

動様式が、 KD^2 と Re によってまとめることができることがわかる。なお、本解析では、これら3つの流動様式の判断基準として、流れ場の偏りを表現する指標 (σ) を導入した。ここで、 σ は以下のように定義した。

$$\sigma = (\text{9つの側壁チャンネル流量の標準偏差}) / (\text{9つの側壁チャンネル平均流量}) \dots\dots\dots (13)$$

すなわち、 $\sigma < 0.1$ の場合は9つの側壁チャンネルに流量のばらつきが少なく均等に流れており (Case 1に対応)、 $\sigma \geq 0.1$ ときが、Case 2または Case 3になるとした。ここで、Case 2は流入側・流出側に流れが偏り、中央部のチャンネルにおいて流量が最小になっている場合、Case 3は流出側に流れが偏っている場合とし、Case 2と Case 3の区別は、中央部に位置するチャンネル(4,5,6のチャンネル)において流量が最小を示す分布になっている場合に Case 2、そうでない場合には Case 3とした。なお Case 3の場合には、流出側チャンネルで最大流量を示すことをあわせて確認している。

図6から、 KD^2 と Re 数がともに小さい場合には、流体は側壁を均一に流れる (Case 1に対応) ようになり、その状態から KD^2 が大きくなると側壁方向へ流体が流れやすくなるため、入り口側と出口側の側壁に流れが偏るようになる (Case 2に対応)。さらに、 Re 数が大きくなると流体の慣性の影響が顕在化し始め、出口側の側壁から流体が透過するようになる (Case 3に対応) ことがわかる。なお、本解析では二次元計算であるため、実際の流動場 (三次元系) においては、壁面による粘性の影響が大きくなり、図6における粘性力が支配的な Case 1と Case 2の領域が大きくなるものと考えられる。

以上のように、入り口側チャンネルと出口側チャンネルが側壁によって隔てられた系においては、主流方向と

側壁方向の流れやすさの比である無次元量 KD^2 とレイノルズ数によって流動様式が整理できることが示された。

4. 結 論

流入側と流出側のいずれもが直線流路で、それぞれの側壁を複数のチャンネルで連結された流動場において、境界形状の変更が容易で複雑形状の計算に適する格子ボルツマン法 (Lattice Boltzmann Method, LBM) を用いて、形状因子や流入流速が内部流動に及ぼす影響について解析を行った結果、以下の知見を得た。

- (1) 形成される流動場は、①側壁チャンネルに均一に流体が流れる、②入り口側と出口側の側壁チャンネルに流体が偏って流れる、③出口側の側壁チャンネルに流れが偏る、という3つのパターンに分類される。
- (2) 上記の3つの代表的な流動様式は、流体の主流方向と側壁方向への流れやすさの比である KD^2 と流入流体のレイノルズ数(Re)を用いて整理できる。

References

- (1) Inoue, G. et al., Modeling of Power Generation Performance for Polymer Electrolyte Fuel Cell, *Journal of Chemical Engineering of Japan*, Vol.29, No.2(2003), pp.191-196. (in Japanese)
- (2) Tsushima, S. et al., In-vivo and In-situ Flow Measurement of Pressurized Gas by Magnetic Resonance Imaging, *Journal of High Pressure Institute of Japan*, Vol.40, No.1(2002), pp.4-10. (in Japanese)
- (3) Yamamoto, K. and Ochi, H., Combustion Simulation in Porous Media using the Lattice Boltzmann Method, *Proceedings of the 41st Symposium (Japanese) on Combustion*, (2003), pp.413-414. (in Japanese)
- (4) Matsukuma, Y. et al., Design of Uniform Flow in Fuel Cell by Lattice Gas Automata Method, *Proceedings of the 14th Computational Mechanics Conference*, (2001), pp.547-548. (in Japanese)
- (5) Chen, S. and Doolen, G. D., Lattice Boltzmann method for fluid flows, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, Vol.30(1998), pp.329-364.
- (6) Skordos, P. A., Initial and boundary conditions for the lattice Boltzmann method, *Phys. Rev. E*, Vol.48, No.6(1993), pp.4823-4843.
- (7) He, X. et al., Analytic Solutions of Simple Flows and Analysis of Nonslip Boundary Conditions for the Lattice Boltzmann BGK model, *Journal of Statistical Physics*, Vol.87(1997), pp.115-136.