混合時間スケール低レイノルズ数型1方程式乱流モデルによる 複雑乱流場解析*

呉 新^{*1}, 服部博文^{*2}, 長野靖尚^{*3}

Low-Reynolds-Number One-Equation Turbulence Model with Mixed Time-Scale for Complex Flows

Xin WU, Hirofumi HATTORI and Yasutaka NAGANO^{*4}

^{*4} Department of Mechanical Engineering, Nagoya Institute of Technology,
Gokiso-cho, Showa-ku, Nagoya-shi, Aichi, 466-8555 Japan

To perform massive and unsteady calculations of flow fields, the hybrid RANS/LES method is very useful, in which a RANS is employed near the wall, and an LES is carried out in the region away from the wall. However, to calculate adequately near-wall turbulent motions over complex terrain, a number of grids are needed near the wall. Thus, to reduce the calculation load when predicting real flow fields by computer, solving fewer transport equations is recommended. Therefore, in this study, we construct a low-Reynolds-number (LRN) one-equation model for eddy viscosity by introducing a time-scale based on the velocity gradient parameter. This time-scale has proven very effective for predicting local flows over complex terrain. The proposed model is evaluated in complex turbulent flows, such as backward-facing step flow, forward-facing step flow, flow past a two-dimensional bock and flow over a curved hill. The predicted results are compared with available experimental data. It is shown that the proposed one-equation model reproduces the results generally in good agreement with experimental data.

Key Words: Turbulence Model, Turbulent Flow, Computational Fluid Dynamics, Numerical Analysis

1. 結 言

熱流動工学問題を効率的に解析するために、数値解析技術をより一層発展させ、改良することが必要である。そこでは計算スキームの発展と改良がもちろん重要である。しかし、現実的な多くの熱流体問題は流れが高レイノルズ数の乱流であるため、その支配方程式を直接精度良く解くことは現在には不可能である。そのため、支配方程式に何らかのモデリングを施す必要がある。モデリング技術は、レイノルズ平均手法を基としたRANS (Reynolds-Averaged Navier-Stokes) モデル^{(1)~(8)}、計算格子のフィルタリングを基としたLES (Large Eddy Simulation) モデル^{(9)~(11)}がある。これらのモデルにはそれぞれ一長一短があり、例えば大規模な非定常3次元問題を扱うのであればLESが有利と考えられるが、単純な壁面乱流境界層流れを扱う場合でさえ、3次元計算を行わなければならない、また解の格子依存性が強いなどの問題がある。一方、熱流動場が定常的かつ壁面を伴う問題を扱うのであれば、数々

のモデルが考案され解の格子依存性も比較的小さいRANS^{(1)~(8)}を用いることが有利であるといえるが、3次元非定常問題に適用するにはまだ困難があると考えられる。そこで、これらモデルの有意な点を用い、これらをブレンドしたDES (Detached Eddy Simulation) やHybrid RANS/LESと呼ばれる数値解析手法が最近考案されている⁽¹²⁾⁽¹³⁾。これらシミュレーションでは、壁面近くでRANSを用い、対数領域以上でLESを用いることで、例えば翼面周りの高レイノルズ数流れ等、大規模な3次元非定常壁乱流を効率的かつ精度良く解くことが期待されている。ただし、3次元計算であるため、壁面近くで用いるRANSモデルに余り高次元モデルを採用することは、計算負荷の観点からは避けるべきであると考えられ、DES, Hybrid RANS/LESでは壁近くで1方程式乱流モデルが通常用いられている⁽¹²⁾⁽¹³⁾。

Naganoらは⁽⁷⁾⁽⁸⁾⁽¹⁴⁾⁽¹⁵⁾、2方程式乱流モデルの知見を反映させた低レイノルズ数型1方程式乱流モデルを考案し、レイノルズ応力、壁面垂直方向乱流熱流束の壁面漸近挙動の再現と、種々のプラントル数流体における熱伝達を伴う壁面乱流問題に適用させることに成功している。そこで、著者らはこれら独自に開発し

* 原稿受付 2005年11月24日。

^{*1} 名古屋工業大学大学院生産システム工学専攻(☎466-8555
名古屋市中昭和区御器所町)。

^{*2} 正員, 名古屋工業大学技術部。

^{*3} 正員, フェロー, 名古屋工業大学。

E-mail: nagano@nitech.ac.jp

た低レイノルズ数型 1 方程式モデルを DES, Hybrid RANS/LES 手法に適用し, 今日問題となっている都市環境における接地境界層内熱流動や物質拡散問題の数値解析技術の発展かつ改良を目指した⁽¹³⁾. しかしながら, 3 次元計算であるため, 壁面近くの RANS モデルが複雑となり, 適用にはさらなる改良が必要であるとの認識に到った.

本研究では, 最終的に都市環境の接地境界層内における大規模非定常熱流動や物質拡散問題を解析することを目的に, DES, Hybrid RANS/LES 手法に適用できる新たな速度場低レイノルズ数型 1 方程式モデルを開発する. そこでは, 渦粘性を用いた乱流モデルの欠点である, せん断の強い場所での乱流エネルギーの過大予測を改善し, 工学問題のみならず, 大規模な気象予測問題においても複雑な地表面近くの乱流予測精度の向上を成功させた混合時間スケールの概念⁽⁴⁾⁽⁵⁾を組込んだ低レイノルズ数型 1 方程式モデルを導出し, その予測精度を検証する.

2. 記号

A_a, C_s : モデル定数

$C_{\varepsilon 1}, C_{\varepsilon 2}$: 散逸方程式のモデル定数

f_a, f_b, f_μ : 壁面影響関数

f_ε : 散逸方程式のモデル関数

h : 代表長さ

k : 乱流エネルギー = $\overline{u_i u_i}/2$

n : 壁面への垂直最短距離

n^* : 地表面からの無次元距離 = nu_ε/ν

$\bar{P}$: 平均圧力

Re : レイノルズ数 = $\bar{U}_0 h/\nu$

Re_τ : 摩擦速度によるレイノルズ数 = $u_\tau \delta/\nu$

R_u : 時間スケール比

S_{ij} : 歪速度テンソル = $(\partial \bar{U}_i/\partial x_j + \partial \bar{U}_j/\partial x_i)/2$

t : 時間

$\bar{U}_0$: 最大流入平均速度

$\bar{U}_i$: i 方向平均速度 ($i = 1$, 主流方向; $i = 2$, 鉛直方向; $i = 3$, 横方向)

$\overline{u_i u_j}$: レイノルズ応力

u_ε : コロモゴロフの速度スケール = $(\nu \varepsilon)^{1/4}$

u_τ : 摩擦速度 = $\sqrt{\tau_w/\rho}$

x_i : 空間座標

y : 地表面垂直座標

y^+ : 地表面からの無次元距離 = $y u_\tau/\nu$

δ : チャネル半幅

δ_{ij} : クロネッカーのデルタ

ε : 乱流エネルギーの散逸率 = $\nu(\partial u_i/\partial x_j)^2$

ρ : 密度

ν, ν_t : 動粘性係数および渦粘性係数

Ω_{ij} : 渦度テンソル = $(\partial \bar{U}_i/\partial x_j - \partial \bar{U}_j/\partial x_i)/2$

$\sigma_k, \sigma_\varepsilon$: k 及び ε の乱流拡散に対するモデル定数

σ_ν : 渦粘性係数輸送方程式の乱流拡散項におけるモデル定数

τ_u : エネルギー保有渦の時間スケール = k/ε

τ_w : 壁面せん断応力

$(\bar{\quad})$: 時間平均

3. 基礎方程式及び低レイノルズ数型 1 方程式モデル

本研究では, 接地境界層における地表面近くの密度変化と浮力の影響を無視した場を考え, そこでの低レイノルズ数型 1 方程式モデルの支配方程式は次式で表される⁽⁷⁾.

$$\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{D\bar{U}_i}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} - \overline{u_i u_j} \right) \quad (2)$$

$$\overline{u_i u_j} = \frac{2}{3} k \delta_{ij} - 2\nu_t S_{ij} \quad (3)$$

ここで, $D/Dt = \partial/\partial t + \bar{U}_j \partial/\partial x_j$ は実質微分であり, 添字は総和規約に従う. また, 式(3)のレイノルズ応力 $\overline{u_i u_j}$ を表す渦粘性係数は次の方程式を解くことにより得られる⁽⁷⁾.

$$\frac{D\nu_t}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\nu} \right) \frac{\partial \nu_t}{\partial x_j} \right] + C_1 \nu_t S - E_1 + A_{f_v} \quad (4)$$

ここで, $S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$ であり, 式(4)の右辺第 1 項は拡散項, 第 2 項は生成項, 第 3 項は散逸項で, それらのモデル関数と定数は次式で与えられる⁽⁷⁾.

$$C_1 = \sqrt{C_\mu f_a} [(2 - C_{\varepsilon 1}) + (C_{\varepsilon 2} f_\varepsilon - 2) f_b] \quad (5)$$

$$\sigma_\nu = 1.8, C_\mu = 0.09, C_{\varepsilon 1} = 1.45, C_{\varepsilon 2} = 1.9 \quad (6)$$

$$f_a = 1 - \exp \left[- \left(\frac{n_\varepsilon}{26} \right)^2 \right], f_b = \frac{f_\mu}{f_a} \quad (7)$$

$$f_\varepsilon = 1 - \exp \left[- \left(\frac{\nu_t/\nu}{0.055} \right)^{2/3} \right] \quad (8)$$

$$f_\mu = \left\{ 1 - \exp \left[- \left(\frac{n_\varepsilon}{24} \right)^2 \right] \right\} \left(1 + \frac{63}{n_\varepsilon^3} \right) \quad (9)$$

$$n_\varepsilon = \frac{u_\varepsilon n}{\nu} = \frac{(\nu \varepsilon^*)^{1/4} n}{\nu} \quad (10)$$

$$\varepsilon^* = f_b \nu_t S^2 + C_4 \frac{f_\varepsilon}{\nu} \left[\frac{\sqrt{\bar{U}_i^2/2}}{(1 + \nu_t/\nu)} \right]^4 \quad (11)$$

$$E_1 = 7E_{BB} \tanh \left(\frac{E_0}{7E_{BB}} \right), E_{BB} = \frac{\partial \nu_t}{\partial x_j} \frac{\partial \nu_t}{\partial x_j} \quad (12)$$

$$E_0 = 2 \left(\nu + \frac{\nu_t}{1.8} \right) \nu_t \left(\frac{1}{S} \frac{\partial S}{\partial x_j} \right)^2 \quad (13)$$

また、式(4)の第4項は壁面影響項で、次式で与えられる。

$$\begin{aligned}
 A_{f_v} = & -(3\Gamma_\nu - \nu) \frac{\partial \nu_t}{\partial x_j} \left[\frac{\partial(\ln f_a)}{\partial x_j} + \frac{\partial(\ln f_b)}{\partial x_j} \right] \\
 & - 2\Gamma_\nu \nu_t \left(\frac{1}{S} \frac{\partial S}{\partial x_j} \right) \left[\frac{\partial(\ln f_a)}{\partial x_j} + 2 \frac{\partial(\ln f_b)}{\partial x_j} \right] \\
 & - \Gamma_\nu \nu_t \left[\frac{\partial^2(\ln f_a)}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\partial^2(\ln f_b)}{\partial x_j \partial x_j} \right] \\
 & + \Gamma_\nu \nu_t \left\{ \frac{1}{2} \left[\frac{\partial(\ln f_a)}{\partial x_j} \right]^2 - \left[\frac{\partial(\ln f_b)}{\partial x_j} \right]^2 \right\} \quad (14)
 \end{aligned}$$

ここで、 $\Gamma_\nu = \nu + \nu_t/\sigma_\nu$ である。

4. 混合時間スケールを組み込んだ低レイノルズ数型1方程式モデル

上述の低レイノルズ数型1方程式モデル⁽⁷⁾⁽⁸⁾は、Abeら⁽²⁾による剥離、再付着を伴う流れを予測するための低レイノルズ数型 k - ε モデル(AKNモデルと呼ぶ)を基に構築され、1方程式モデルでは初めて乱れの壁面漸近挙動を議論し、それを満足させると共にバックステップ流れや、壁面噴流の予測においてその予測性能を示した。一方、 k - ε モデルでは、複雑地形を伴う接地境界層内の局所風況予測を行うために、速度こう配パラメータによる時間スケールを渦粘性係数に組込んだモデルが提案された(NHS- Ω モデルと呼ぶ)⁽⁴⁾⁽⁵⁾。このモデルは、風車設置場所の最適場所選定のための局所的風況予測モデル(LAWEPS⁽¹⁶⁾)に組み込まれ、日本全土の風況予測精度を向上させた⁽¹⁷⁾。

そこで、本研究ではこのNHS- Ω モデルを基にHybrid RANS/LES手法に適用できる新たな速度場低レイノルズ数型1方程式モデルを開発する。

4.1 モデルの導出 低レイノルズ数型1方程式モデルの導出は以下の手順で行われる⁽⁷⁾⁽⁸⁾。まず、渦粘性係数を次式のようにおく。

$$\nu_t = C_\mu f_\mu k \tau_m = C_\mu f_\mu C_m \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (15)$$

ここで、 C_m は次式で与えられるように、エネルギー保有渦の時間スケール τ_u と、渦粘性モデルにおいて乱流エネルギーの生成を緩和するために導入された歪み速度テンソルによる時間スケール $\tau_s = 1/S$ と、渦度テンソルによる時間スケール $\tau_\omega = 1/\Omega$ を調和平均として組み合わせた時間スケール比である⁽⁴⁾⁽⁵⁾。

$$\left. \begin{aligned}
 \tau_m = \tau_u C_m, \quad C_m = \frac{2R_u}{R_u + C_s}, \quad \tau_u = \frac{k}{\varepsilon} \\
 \tau_{s\omega} = \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\tau_s} + \frac{1}{\tau_\omega} \right) \right]^{-1} = \frac{2}{S + \Omega}, \quad R_u = \frac{\tau_{s\omega}}{\tau_u} \\
 S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}, \quad \Omega = \sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}}
 \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

よって、この時間スケール比を組み込むことで、乱流場に適した渦粘性の最小時間スケールが自動的に選択される⁽⁴⁾⁽⁵⁾。

乱流エネルギー k と、その散逸率 ε は、以下のよう表される⁽⁷⁾。

$$k = \frac{1}{\sqrt{C_\mu f_a C_m}} \nu_t S \quad (17)$$

$$\varepsilon = f_b \nu_t S^2 \quad (18)$$

ここで、モデル関数は次式のようにモデル化され、 f_a には混合時間スケールの影響(C_m)が陽的に組込まれていることが分かる。

$$f_a = 1 - \exp \left[- \left(\frac{n_\varepsilon}{A_a \sqrt{C_m}} \right)^2 \right] \quad (19)$$

$$f_b = \frac{f_\mu}{f_a C_m} \quad (20)$$

$$f_\mu = \left\{ 1 - \exp \left[- \left(\frac{n_\varepsilon}{A_\mu} \right)^2 \right] \right\} \left(1 + \frac{B_\mu}{n_\varepsilon^3} \right) \quad (21)$$

次に、式(15)の実質微分をとると以下の結果が得られる。

$$\begin{aligned}
 \frac{D\nu_t}{Dt} &= \frac{D}{Dt} \left(C_\mu f_\mu C_m \frac{k^2}{\varepsilon} \right) \\
 &= \frac{\nu_t}{f_\mu} \frac{Df_\mu}{Dt} + \frac{\nu_t}{C_m} \frac{DC_m}{Dt} + \frac{2\nu_t}{k} \frac{Dk}{Dt} - \frac{\nu_t}{\varepsilon} \frac{D\varepsilon}{Dt} \quad (22)
 \end{aligned}$$

ここで、右辺のモデル関数と時間スケール比の実質微分 Df_μ/Dt 、 DC_m/Dt を無視し、 k と ε の輸送方程式、式(17)、(18)を代入すると⁽⁷⁾、 ν_t に関する以下の輸送方程式を得る。

$$\begin{aligned}
 \frac{D\nu_t}{Dt} &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\nu} \right) \frac{\partial \nu_t}{\partial x_j} \right] + C_1 \nu_t S \\
 &\quad - 2 \left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \nu_t \left(\frac{1}{S} \frac{\partial S}{\partial x_j} \right)^2 \\
 &\quad + C_2 \left[3\nu_t \frac{\partial \nu_t}{\partial x_j} \left(\frac{1}{S} \frac{\partial S}{\partial x_j} \right) + \nu_t^2 \left(\frac{1}{S} \frac{\partial^2 S}{\partial x_j \partial x_j} \right) \right] \\
 &\quad + A_{f_v} + A_{C_m} \quad (23)
 \end{aligned}$$

ここで、係数 C_1 と C_2 は以下の通りであり、 C_1 には混合時間スケールの影響(C_m)が陽的に組込まれる。

$$C_1 = \sqrt{C_\mu f_a C_m} [(2 - C_{\varepsilon 1}) + (C_{\varepsilon 2} f_\varepsilon - 2) f_b] \quad (24)$$

$$C_2 = 2(\sigma_\varepsilon - \sigma_k) / (\sigma_\varepsilon \sigma_k) \quad (25)$$

ここで、 $\sigma_\varepsilon = \sigma_k$ の関係により $C_2 = 0$ とする。

本研究で定義された混合時間スケールを含んだ渦粘性係数により、式(23)の右辺最終項に次式で与えられ

る新たな項が現れる.

$$\begin{aligned}
 A_{C_m} = & - (3\Gamma_\nu - \nu) \left(\frac{\partial \nu_t}{\partial x_j} \right) \frac{\partial (\ln C_m)}{\partial x_j} \\
 & - 2\Gamma_\nu \nu_t \left(\frac{1}{S} \frac{\partial S}{\partial x_j} \right) \frac{\partial (\ln C_m)}{\partial x_j} \\
 & - \Gamma_\nu \nu_t \left\{ \frac{\partial^2 (\ln C_m)}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{1}{2} \left[\frac{\partial (\ln C_m)}{\partial x_j} \right]^2 \right\} \\
 & + \Gamma_\nu \nu_t \left[\frac{\partial (\ln f_a)}{\partial x_j} \right] \frac{\partial (\ln C_m)}{\partial x_j} \quad (26)
 \end{aligned}$$

新たに導出された項 A_{C_m} は, 壁面影響項 A_{f_v} とほぼ同じ関数形で与えられ, 計算負荷を増大させるものと考えられる. そこで本研究では, 混合時間スケールの影響が式(17), (18), (24)に既に陽的に含まれていることと, モデルの複雑化をを避けることから, 壁の極く近傍でのみ意味を持つ項 A_{C_m} を省略することとする. ただし, 省略による影響は, 後述のように乱れの壁面漸近挙動を満たすようにモデル定数を最適化することにより, 実質的にはほぼなくしている.

一方, Nagano らの低レイノルズ数型1方程式モデル⁽⁷⁾⁽⁸⁾では, ν_t の壁面漸近挙動 ($\propto y^3$) を満足させるために, 壁面近傍でその輸送方程式が壁面影響項 A_{f_v} を含んだ y の最低次項でバランスしている. すなわち,

$$0 = \nu \frac{\partial^2 \nu_t}{\partial y^2} + C_1 \nu_t S + A_{f_v} \quad (27)$$

しかしながら, 本研究では壁面影響項 A_{f_v} について, 計算負荷を減らすこととモデルの複雑化をを避けるために, A_{C_m} 項と同様に省略することとした. よって, 壁近傍では, 次式のようにバランスしている.

$$0 = \nu \frac{\partial^2 \nu_t}{\partial y^2} + C_1 \nu_t S \quad (28)$$

ここで, $\nu_t \propto y^3$ となる数学的条件を考慮し, 壁面近くで ν_t を Taylor 展開すると次式を得る.

$$\nu_t = d_{\nu 3} y^3 + O(y^4) \quad (29)$$

$d_{\nu 3}$ は展開係数である. これを式(28)に代入し, 高次項を無視すると次式を得る.

$$0 = 6\nu d_{\nu 3} y + C_1 S d_{\nu 3} y^3 = d_{\nu 3} (6\nu y + C_1 S y^3) \quad (30)$$

上式より, $d_{\nu 3} \neq 0$ であるため, $6\nu y + C_1 S y^3 = 0$ となれば恒等式が成立し, 壁面漸近挙動が満たされる. 式(19)~(21)より壁近傍で $f_a = [n_\epsilon / (A_a \sqrt{C_m})]^2$, $f_b = B_\mu A_\mu^2 / (A_\mu^2 n_\epsilon^2)$ となるため, $C_1 = -2\sqrt{C_\mu f_a C_m} f_b = -2\sqrt{C_\mu} B_\mu A_a / (A_\mu^2 n_\epsilon^2)$ となる. また, $n_\epsilon \sim y(\nu\epsilon)^{1/4}/\nu$ より最終的に次式が導か

れる.

$$\begin{aligned}
 6\nu y + C_1 S y^3 &= 6\nu y - \frac{2\sqrt{C_\mu} B_\mu A_a \nu^2 S}{A_\mu^2 (\nu\epsilon)^{1/2}} y = 0 \\
 \therefore 3 &= \frac{\sqrt{C_\mu} B_\mu A_a \nu S}{A_\mu^2 (\nu\epsilon)^{1/2}} \quad (31)
 \end{aligned}$$

よって, モデルでは式(31)の関係式を満たすように数値最適化により, モデル定数 A_a , A_μ , B_μ を決定した. その手順は, Nagano ら⁽⁷⁾⁽⁸⁾と同じである. また, C_μ は以下に示すように標準値⁽¹⁾である.

以上により, 提案する低レイノルズ数型1方程式モデルの最終形は, 式(23)における右辺第3項を E_1 とおくと, 次式のような非常に簡素な形で与えられる.

$$\frac{D\nu_t}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\nu} \right) \frac{\partial \nu_t}{\partial x_j} \right] + C_1 \nu_t S - E_1 \quad (32)$$

さらに最終項 E_1 は, 式(23)の右辺第3項に $1/S$ があるため, $S \rightarrow 0$ の時に発散を避けるようにモデル化した. 以上, 本研究で提案した低レイノルズ数型1方程式モデルのモデル関数, モデル定数は以下で与えられる.

$$C_1 = \sqrt{C_\mu f_a C_m} [(2 - C_{\epsilon 1}) + (C_{\epsilon 2} f_\epsilon - 2) f_b] \quad (33)$$

$$\sigma_\nu = 2.4, C_\mu = 0.09, C_{\epsilon 1} = 1.45, C_{\epsilon 2} = 1.9 \quad (34)$$

$$f_a = 1 - \exp \left[- \left(\frac{n_\epsilon}{20\sqrt{C_m}} \right)^2 \right], f_b = \frac{f_\mu}{f_a C_m} \quad (35)$$

$$f_\epsilon = 1 - \exp \left[- \left(\frac{n_\epsilon}{5.35 R_t^{1/5}} \right)^5 \right] \quad (36)$$

$$R_t = \frac{k}{\frac{S + \Omega}{2} \nu}, k = \frac{1}{\sqrt{C_\mu f_a C_m}} \nu_t S \quad (37)$$

$$f_\mu = \left\{ 1 - \exp \left[- \left(\frac{n_\epsilon}{18} \right)^2 \right] \right\} \left(1 + \frac{72}{n_\epsilon^3} \right) \quad (38)$$

$$n_\epsilon = \frac{u_\epsilon n}{\nu} = \frac{(\nu\epsilon^*)^{1/4} n}{\nu} \quad (39)$$

$$\epsilon^* = f_b \nu_t S^2 + \epsilon_a$$

$$\epsilon_a = 0.6 f_\epsilon \left[\sqrt{\bar{U}_i^2 / 2} / (1 + \nu_t / \nu) \right]^4 / \nu \quad (40)$$

$$f_\epsilon = 1 - \exp \left[- \left(\frac{\nu_t / \nu}{35} \right)^3 \right] \quad (41)$$

$$E_1 = 7 E_{BB} \tanh \left(\frac{E_0}{7 E_{BB}} \right) \quad (42)$$

$$E_0 = 2 \left(\nu + \frac{\nu_t}{2.4} \right) \nu_t \left(\frac{1}{S} \frac{\partial S}{\partial x_j} \right)^2 \quad (43)$$

$$E_{BB} = \frac{\partial (\sqrt{C_m} \nu_t)}{\partial x_j} \frac{\partial (\sqrt{C_m} \nu_t)}{\partial x_j} \quad (44)$$

$$C_m = \frac{2 R_u}{R_u + 0.3} \quad (45)$$

Table 1 Proposed model predictions of the detachment and reattachment points

	Backstep		Forward-facing step		Two-dimensional block		Two-dimensional hill	
	D. P.	R. P.	D. P.	R. P.	D. P.	R. P.	D. P.	R. P.
Experiment	—	6.51	-1.50 ~ -1.00	4.70	—	12.0	0.43	4.82
Present model	—	6.85	-0.62	4.73	-1.65	12.3	0.29	5.46
NHS- Ω model	—	6.43	-1.6	4.82	-1.59	12.6	0.40	4.89

Fig. 1 Profiles of turbulent quantities in channel flows: (a) mean velocities; (b) Reynolds shear stress; (c) wall-limiting behavior of Reynolds shear stress

4.2 提案した乱流モデルの評価および検証 提案したモデルの予測精度を評価するための複雑乱流場の計算に先立ち、モデルの基本性能を測るため、発達したチャネル内乱流の計算を行った。図1に平均速度分布、レイノルズ応力とその壁面漸近挙動の本モデルによる予測結果をDNSの結果⁽¹⁸⁾⁽¹⁹⁾と合わせて示す。モデルの予測値は、全てのDNSの結果を再現していることが分かる。また、本モデルは基礎とした低レイ

Fig. 2 Flow conditions and coordinate systems: (i) backward-facing step flow; (ii) forward-facing step flow; (iii) two-dimensional block flow; (iv) two-dimensional hill flow

ノルズ数型1方程式モデル⁽⁷⁾⁽⁸⁾に対して壁面影響項を省略して計算を簡易にしているが、レイノルズ応力の壁面漸近挙動を全てのレイノルズ数で正確に満たしていることが分かり、省略形における壁面漸近挙動を満たすためのモデル化が成功していることを図1は示している。

次に複雑な乱流場を形成する形状における計算を行う。評価対象とした場合は、図2に示すような、(i)後向きステップ流れ、(ii)前向きステップを有する境界層流れ、(iii)2次元角柱周りの境界層流れ、(iv)2次

Fig. 3 Predictions of turbulent quantities in backward-facing step flow: (a) streamwise mean velocity; (b) Reynolds shear stress

Fig. 4 Predictions of turbulent quantities in forward-facing step flow: (a) streamwise mean velocity; (b) Reynolds shear stress

元丘周りの流れの4つである。これらの流れ場の解析では、数値解法に有限体積法を用い、対流項の影響を考慮し2次精度が保証される QUICK 法と、圧力解法は SIMPLE 法を用いて計算を行なった。計算格子は、(i)–(iii)においては不等間隔スタッガード格子を採用し、(iv)においては、境界適合格子で変数をコロケート配置し、支配方程式を座標変換している⁽²⁰⁾。

まず、表1に全ての計算結果における剥離点(D.P.)、再付着点(R.P.)を実験値(後向きステップ流れ⁽²¹⁾、前向きステップ流れ⁽²²⁾、2次元角柱周り流れ⁽²²⁾、2次元元丘周り流れ⁽²³⁾)及びNHS-Ωモデルと比較して示した。本モデルの結果は、2次元元丘周り流れで若干の差

異があるものの、2方程式モデルと比較しても遜色のない結果を与えている。また、本提案モデルは改良モデルの基礎となったNPHモデル⁽⁷⁾と比較して、壁面影響項に起因する計算の不安定性が取り除かれていることを確認した。格子依存度も低レイノルズ数形モデルを計算するに適した格子であれば計算は全く問題はない。さらに計算時間に関しても、壁面近傍の計算安定性ととも壁面影響項を省略したことによる絶対演算回数が減少するため、NPHモデルより少ない時間で収束することを確認した。

次に、後向きステップ流れにおける計算結果を、NPHモデル、NHS-Ωモデルの結果と共に図3に示した。図

Fig. 5 Predictions of turbulent quantities in two-dimensional block flow: (a) streamwise mean velocity; (b) Reynolds shear stress

Fig. 6 Predictions of turbulent quantities in two-dimensional hill flow: (a) streamwise mean velocity; (b) Reynolds shear stress

を見る限り、全体の分布は NPH モデルと殆ど同じであり、さらに NHS-Ω モデル同様の予測値を与え、この場では混合時間スケールの影響が適切にモデルに反映していると考えられる。ここで、NPH モデルは、後向きステップ流れにおける再付着点距離を $x/h = 6.7$ で与え、本モデルより実験値に若干近い結果となる。しかしながら、混合時間スケールを用いない壁面影響項を省いた 1 方程式モデル⁽²⁴⁾の結果では、再付着点距離が $x/h = 6.88$ と、本モデルより長い結果を与えている。このことから、壁面影響項の省略が予測精度の低下を若干の招いているように見られるが、混合時

間スケールの導入によって壁面近くの予測値が回復していることが示されている。

図 4 には、前向きステップを有する境界層流れにおける平均速度とレイノルズ応力分布の計算結果を示した。提案したモデルによる平均速度の予測値は、実験値と比較して良好であり、レイノルズ応力も予測精度の高い NHS-Ω モデルと比較しても不合理な値を与えていない。

次に 2 次元角柱周りの境界層流れについて、提案したモデルの性能評価結果を図 5 に示す。この流れ場は、上記 2 種類の流れ場が混在するため総合的な評価と捉

えることが出来る。この流れ場を含め、予測された再付着点が、NHS- Ω モデルと比較してほぼ同一の予測値を与え、予測された平均速度分布の実験値との比較を考慮しても 1 方程式モデルではあるが十分複雑乱流場に適用し得るモデルと考えられる。

最後に 2 次元丘周りの流れにおける予測値の評価を行なった。乱流モデルによる曲りを伴う場の予測は、非線形 $k-\varepsilon$ モデルで 3 次元非線形項が予測改善に有効であるとの報告がある⁽²⁵⁾。そのため、提案したモデルの基礎となった線形 2 方程式モデルの NHS- Ω モデルにおいても、剥離、再付着点の予測は従前のモデルと比較して十分なものの、丘後方の再循環域の乱流場の分布予測に困難が伴うことが報告されている⁽⁴⁾⁽⁵⁾。これらを考慮すると、1 方程式モデルでありながら、提案した本モデルは、十分な予測値を与えていると考えられる。

5. 結 言

複雑な流れ場に適用し得る低レイノルズ数型 1 方程式乱流モデルを、混合時間スケールが組込まれた 2 方程式モデルを基に構築した。本モデルは、Hybrid RANS/LES 手法に適用した時に、計算負荷とモデルの複雑化を避けるため、モデルの簡素化を図った。そして、後向きステップ流れ、前向きステップ流れ、2 次元角柱周り流れ、2 次元丘周り流れ等の複雑な乱流場の予測問題に適用し、簡素化に伴う予測精度の低下を抑えることに成功したことを示した。よって、本モデルは今後進められる都市環境の接地境界層内における大規模非定常熱流動や物質拡散問題を解析することを目的とした Hybrid RANS/LES 手法における RANS 部分に適用され、より効率的かつ予測精度の高い結果を出すことが期待される。

謝 辞

本研究の一部は、科学研究費補助金基盤研究 (S) (No.17106003) の成果である。ここに記して謝意を表する。

文 献

- (1) Y. Nagano and M. Tagawa, *Transactions of the ASME, Journal of Fluids Engineering*, vol.112 (1990), pp. 33–39.
- (2) K. Abe, T. Kondoh and Y. Nagano, *International Journal of Heat Mass Transfer*, vol.37 (1994), pp.139–151.
- (3) Y. Nagano and H. Hattori, *Journal of Turbulence*, vol.3, No.006 (2002), pp.1–13.
- (4) Y. Nagano and H. Hattori, *Turbulence, Heat and Mass Transfer 4*, (2003), p.561, Begell House, Inc.
- (5) Y. Nagano, H. Hattori, J. Miyazawa and K. Inagaki, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series B*, vol.70, No.696 (2004), pp. 1911–1918.
- (6) H. Hattori and Y. Nagano, *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, vol.17, No.5 (2004), pp.313–330.
- (7) Y. Nagano, C.-Q. Pei and H. Hattori, *Flow, Turbulence and Combustion*, vol.63, (2000), pp.135–151.
- (8) C.-Q. Pei, H. Hattori and Y. Nagano, *Thermal Science & Engineering*, vol.7, No.3 (1999), pp.41–47.
- (9) M. Inagaki, T. Kondoh and Y. Nagano, *Transactions of the ASME, Journal of Fluids Engineering*, vol.127, No.1 (2005), pp.1–13.
- (10) M. Germano, U. Piomelli, P. Moin and W. H. Cabot, *Phys. Fluids A*, vol.3, No.7 (1991), pp.1760–1765.
- (11) D. K. Lilly, *Phys. Fluids A*, vol.4, (1992), pp.633–635.
- (12) P. R. Spalart, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol.21, (2000), pp. 252–263.
- (13) X. Wu, H. Hattori and Y. Nagano, 2004, *Proceedings of 6th International Symposium on Heat Transfer*, Beijing, China, June 15–19.
- (14) C.-Q. Pei, H. Hattori and Y. Nagano, *Turbulence, Heat and Mass Transfer 3*, (2000), p.349, Aichi Shuppan.
- (15) C.-Q. Pei, H. Hattori and Y. Nagano, *Thermal Science & Engineering*, vol.7, No.5 (1999), pp.31–39.
- (16) LAWEPS home page
: <http://www2.infoc.nedo.go.jp/nedo/top.html>
- (17) Japan Weather Association, Development of the local area wind energy prediction model, reported on 2003 New Sunshine Program, *Development of Advanced Wind Turbine Systems for Remote Islands*, 2003 (in Japanese).
- (18) R. D. Moser, J. Kim and N. N. Mansour, *Physics Fluids*, vol.11, (1999), pp.943–945.
- (19) Y. Nagano and H. Hattori, *Journal of Turbulence*, vol.4, No.010 (2003), pp.1–15.
- (20) T. Irikado, H. Hattori and Y. Nagano, *Proceedings of the 4th JSME-KSME Thermal Engineering Conference*, Kobe, Japan, pp.2.473–2.478.
- (21) N. Kasagi and A. Matsunaga, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol.16, (1995), pp.477–485.
- (22) W. D. Moss and S. Baker, *Aeronautical Quarterly*, August (1980), pp.151–172.
- (23) G. P. Almeida, D. F. G. Durao and M. V. Heitor, *Experiment Thermal and Fluid Science*, vol.7, (1993), pp.87–101.
- (24) X. Wu, H. Hattori and Y. Nagano, *Proceeding of International Symposium on EcoTopia Science*, Nagoya, Japan, pp. 79–82.
- (25) T. J. Craft, B. E. Launder and K. Suga, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol.17, No.2 (1996), pp.108–115.