気泡運動の低空間分解能体積追跡計算の定性的妥当性*

林 公祐^{*1}, 宋 明良^{*2}, 富山明男^{*2}Qualitative Validity of Volume Tracking Simulation of Bubble Motion
with Low Spatial ResolutionKosuke HAYASHI, Akira SOU and Akio TOMIYAMA^{*3}^{*3} Graduate School of Science and Technology, Kobe University,
1-1 Rokkodai-cho, Nada-ku, Kobe-shi, Hyogo, 657-8501 Japan

The number of computational cells assigned to a small bubble is liable to be small in a volume tracking simulation of a poly-dispersed bubbly flow. The volume tracking method is, therefore, expected to at least give qualitatively reasonable predictions of bubble motion without assigning many cells. In this study, bubble motions in stagnant water and shear flows were simulated with low spatial resolutions using a volume tracking method proposed in our previous study. As a result, we confirmed that (1) the method could yield correct characteristics of rising velocity and lateral motion of bubbles, and (2) the bubble volume and interface sharpness were kept well even after a bubble had experienced a large deformation in a strong shear flow.

Key Words: Gas-Liquid Two-Phase Flow, Volume Tracking Method, Bubble, Numerical Simulation

1. 緒 論

気液二相流計算手法の一つに界面形状の時間変化を直接計算する体積追跡法⁽¹⁾がある。体積追跡法では、計算セル内の界面形状を考慮してセル平均体積率の移流方程式を解くことにより界面の時間変化を計算する。初期の体積追跡法では Donor-Acceptor (DA) 法⁽¹⁾を用いて体積率移流方程式を解くが、界面勾配を考慮していないため、気泡計算においてシャープな界面や気泡体積を良好に維持できないことが知られている⁽²⁾。このため、界面勾配を考慮した改良手法が多く提案されている^{(3)~(5)}。しかし、それら改良手法には、特に3次元計算において複雑な幾何計算を要するものが多い。一方、著者らは3次元の場合でも複雑な幾何計算なしに精度良く体積率移流方程式を解くことができる手法を提案している^{(6)~(7)}。2.3 節に計算例を示すが、本手法を用いると、球等価直径 d_e 当りのセル数 $d^* = 12$ の空間分解能で静止液中単一液滴の形状および終端上昇速度を精度良く予測できる⁽⁷⁾。 d^* は次式で定義される。

$$d^* = \frac{d_e}{\Delta x} \quad (1)$$

ここで、 Δx は計算セル幅である。また、揺動しながら水中を上昇する $d_e = 8 \text{ mm}$ の空気泡を $d^* = 16$ で計算し、シャープな界面および気泡体積を良好に維持できることも既報⁽⁶⁾で確認している。

大小様々な気泡が混在する流れを計算する場合、計算コスト上の制約から大気泡については十分な分解能で計算できても、小気泡は低空間分解能で計算せざるをえない場合が多い。沸騰水型原子炉 (Boiling Water Reactor, BWR) 燃料集合体内気泡流はその一例である。吉田ら⁽⁸⁾は、BWR の燃料棒を模擬した4本の円柱に囲まれた流路内を上昇する $d_e = 25 \text{ mm}$ の大気泡を $d^* = 63$ の分解能で体積追跡計算⁽⁹⁾し、定量的に実験⁽¹⁰⁾と一致する上昇速度を得ている。この計算において、大気泡から分裂して生じた小気泡の d^* は数セルになっているが、それら小気泡計算の妥当性は議論されていない。実際には、小気泡が流れ場に与える影響よりも大気泡の影響が支配的であるため、小気泡運動に関しては定性的に妥当な予測ができれば十分な場合が多い。しかし、体積追跡法による低分解能気泡計算の定性的妥当性はほとんど調べられていない。

燃料集合体内気泡流のように大小様々な気泡からなる気泡流のボイド率分布を良好に予測するためには、高分解能で計算可能な大気泡の挙動を精度良く予測することはもちろんのこと、低分解能計算になる小気泡に関しても、その上昇速度や揚力による横方向運動を

* 原稿受付 2006 年 4 月 6 日。

^{*1} 正員、神戸大学大学院自然科学研究科 (〒657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1)。^{*2} 正員、神戸大学工学部。

E-mail: tomiyama@mech.kobe-u.ac.jp

少なくとも定性的に妥当に予測する必要がある。また、体積率の数値拡散や気泡体積の非物理的増減が生じると気泡運動の予測精度が低下するため、低分解能の小気泡に対してもシャープな界面および気泡体積の維持が不可欠である。低分解能でも定性的に妥当な予測を得るためには、気泡内部および後流領域に数セルは確保する必要がある。したがって少なくとも $d^* = 6$ 程度の分解能は必要であろう。そこで本研究では、 $d^* = 6$ 程度の空間分解能を低空間分解能とみなす。

本研究では、低空間分解能で気泡を計算する必要がある一例として、BWR 燃料集合体内気泡流に相当する条件を対象に、著者らの提案した手法を用いて低空間分解能の気泡体積追跡計算を行った。まず、静止水中および一様せん断流中気泡を計算し、気泡終端上昇速度および揚力による横方向運動計算結果の定性的妥当性を検証した。次に、障害物を計算領域内に設置して燃料棒支持格子位置近傍の液相速度勾配の急激な変化を模擬し、低空間分解能計算でもせん断流中で大変形する気泡の界面のシャープさおよび体積が維持できるか否かを調べた。

2. 数値計算手法

2.1 基礎方程式 一流体近似に基づく等温・非圧縮性流体に対する連続の式および運動方程式を用いる⁽¹¹⁾。

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (2)$$

$$\rho \left[\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{V} \right] = -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \rho \mathbf{g} + \mathbf{F}_\sigma \quad (3)$$

ここで、 $\mathbf{V}$ は速度、 ρ は密度、 t は時間、 p は圧力、 $\mathbf{g}$ は重力加速度、 $\mathbf{F}_\sigma$ は表面張力項である。 $\boldsymbol{\tau}$ は粘性応力テンソルであり、次式で定義される。

$$\boldsymbol{\tau} = \mu [\nabla \mathbf{V} + (\nabla \mathbf{V})^T] \quad (4)$$

ここで、 μ は粘度、上付添字 T は転置を意味する。密度および粘度は以下の式で与える。

$$\rho = \rho_G + (\rho_L - \rho_G)\alpha \quad (5)$$

$$\mu = \mu_G + (\mu_L - \mu_G)\alpha \quad (6)$$

ここで、 α はセル平均液相体積率である。 $\alpha = 0$ のときは気相、 $\alpha = 1$ のときは計算セルが液相で満たされており、 $0 < \alpha < 1$ のときはセル内に界面が存在する。添字 G, L は各々気相、液相を表す。表面張力項 $\mathbf{F}_\sigma$ の計算には、Continuum Surface Force (CSF) モデル⁽¹²⁾を用いる。

界面形状の時間変化は、次の体積率移流方程式を解いて求める。

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha \mathbf{V}) = \alpha \nabla \cdot \mathbf{V} \quad (7)$$

Fig. 1 Staggered arrangement

Fig. 2 Interface reconstruction using a slant plane

図1に示すように、各速度成分をセル表面に、圧力および体積率をセル中心に定義するスタガード配置を用いる。図中の I, J, K は x, y, z 方向のセル番号を表す。 $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ および u, v, w は各々 x, y, z 方向のセル幅および速度成分である。

2.2 体積率移流方程式の解法 式(7)の解法には著者らが提案した手法⁽⁶⁾⁽⁷⁾を用いる。体積追跡法には複雑な幾何計算によって界面位置と隣接セルへの体積率移動量を決定するものが多い。一方、著者らが提案した手法はセル内に一時的に配置するサブセルを利用することで、複雑な幾何計算なしに界面位置および体積率移動量を決定できる。以下に本手法の計算手順を説明する。

図2(a)に示す界面セル (I, J, K) の右側境界から隣接セルに流体が移動する場合を考える。この場合、隣接セルに移動する全流体体積は $u \Delta t \Delta y \Delta z$ である。セル (I, J, K) を、中に含まれる流体が隣接セルに移動する領域(移動領域)とそれ以外の領域(非移動領域)にわけ(図2(b))。移動領域と非移動領域にサブセルを各々 L, N 個用意する(図2(c))。本研究では、図2(c)に示す

Fig. 3 d^k for a two-dimensional system

ように $L = 1 \times 5 \times 5$, $N = 5 \times 5 \times 5$ とした。

界面は傾斜平面により表現する。傾斜平面の位置は、セル中心から傾斜平面への距離ベクトル $S = \phi_{int} \mathbf{n}$ により表わす (図 2(d))。ここで、 ϕ_{int} は界面からセル中心への符号付き距離、 $\mathbf{n}$ は界面法線ベクトルである。 $\mathbf{n}$ は α の空間勾配から $\nabla \alpha / |\nabla \alpha|$ として求められる。各サブセルに含まれる液相体積の和が界面セル内液相体積に一致するように、次式を解いて傾斜平面の位置を決定する。

$$\sum_{m=1}^L V_m^A(\phi_{int}) + \sum_{m=1}^N V_m^B(\phi_{int}) = \alpha V_{I,J,K} \quad (8)$$

ここで、 V_m^A, V_m^B は各々移動領域、非移動領域内のサブセル m に含まれる液相体積、 $V_{I,J,K}$ は界面セル (I, J, K) の体積である。 V_m^A は次式で計算する。

$$\frac{V_m^A}{V_m} = \max \left\{ \min \left[\frac{2\phi_{int} - \sum_{k=5}^8 \mathbf{d}^k \cdot \mathbf{n}}{\sum_{k=1}^4 \mathbf{d}^k \cdot \mathbf{n} - \sum_{k=5}^8 \mathbf{d}^k \cdot \mathbf{n}}, 1 \right], 0 \right\} \quad (9)$$

ここで、 V_m はサブセル m の体積、 $\mathbf{d}^k$ はセル中心から k 番目のサブセル頂点への距離ベクトルである (図 3)。番号 k は、 $\mathbf{d}^k \cdot \mathbf{n} \leq \mathbf{d}^{k+1} \cdot \mathbf{n}$ となるように付す。 V_m^B についても同様に計算する。式 (8) を Brent 法⁽¹³⁾ に基づく反復計算により解き、 ϕ_{int} を決定する。

隣接セルへの α の移動量 $\Delta \alpha$ は、反復計算で求めた ϕ_{int} を用いて次式で計算する。

$$\Delta \alpha = \frac{1}{V_{I,J,K}} \sum_{m=1}^L V_m^A(\phi_{int}) \quad (10)$$

他の隣接セルへの移動量 $\Delta \alpha$ も同様の手順で計算し、式 (7) 左辺第 2 項が表わす対流移動量とする。式 (7) 右辺⁽⁵⁾には中心差分を適用する。

2.3 体積追跡法の精度確認 低空間分解能計算を行う前に、ダム崩壊および静止液中単一液滴問題を例題として、本手法による高分解能計算の精度を確認しておく。

Fig. 4 Computational domain

Fig. 5 Dam break

2.3.1 ダム崩壊計算 まず、体積追跡法精度評価の代表的ベンチマーク問題であるダム崩壊の 2 次元計算を行った。図 4 に示すように、水柱の幅 L_0 および高さ H_0 は各々 28.6, 57.2 mm とした。周囲流体は空気とし、各相の物性値には常温常圧の水 - 空気系の値を用いた。計算セル幅は $\Delta x = \Delta z = 1.2$ mm で一様、時間刻み幅は $\Delta t = 0.01$ msec で一定とした。重力加速度 g は 9.8 m/s^2 とした。図 5(a), (b) に水柱形状の時間変化および水平方向の水柱先端位置 L の時間変化を示す。図 5(b) 中、実線は計算結果、記号は実験結果⁽¹⁴⁾である。図から、計算と実験が良好に一致していることがわかる。

2.3.2 静止液中単一液滴 次に、静止液中単一液滴計算結果⁽⁷⁾を示す。本計算はエトベス数 EO 、モルトン数 M 、粘性比 μ^* をパラメータとして行い、液滴形状および液滴レイノルズ数 Re_d を実験結果⁽¹⁵⁾と比較した。これらの無次元数は以下の諸式で定義される。

$$EO = \frac{g(\rho_c - \rho_d)d_e^2}{\sigma} \quad (11)$$

Fig. 6 Predicted and measured shapes of single drops ⁽⁷⁾; left; predicted, right; measured ⁽¹⁵⁾

Fig. 7 Re_d of single drops in stagnant liquids

$$M = \frac{g\mu_c^A(\rho_c - \rho_d)}{\rho_c^2\sigma^3} \quad (12)$$

$$\mu^* = \frac{\mu_d}{\mu_c} \quad (13)$$

$$Re_d = \frac{\rho_c V_T d_e}{\mu_c} \quad (14)$$

ここで、 σ は表面張力、 V_T は液滴終端上昇速度である。また、下付添字 c は周囲流体、 d は液滴を意味する。本計算には 2 次元軸対称円柱座標系を用いた。空間分解能は $d^* = 12$ とした。図 6, 7 に液滴形状および Re_d を示す。図 7 中の白色記号は実験値、黒色記号は計算結果である。広範囲の Eo, M, μ^* において、液滴形状、終端速度ともに実験結果とよく一致する計算結果が得られている。

Table 1 Fluid Properties (water-vapor system at $P = 7$ MPa and $T = 559$ K)

water density	ρ_L	740 kg/m ³
vapor density	ρ_G	36.5 kg/m ³
water viscosity	μ_L	9.12×10^{-5} Pa·s
vapor viscosity	μ_G	1.91×10^{-5} Pa·s
surface tension	σ	1.77×10^{-2} N/m
Morton number	$\log M$	-12.8

Fig. 8 Computational domain for a bubble in stagnant water

3. 低空間分解能体積追跡計算

BWR 燃料集合体内の気泡に相当する条件を計算対象として低空間分解能体積追跡計算の定性的妥当性を検討した。物性値には表 1 に示す BWR の定格運転条件における値を用いた。

3.1 静止水中単一上昇気泡 気泡分裂などにより生じた小気泡は低空間分解能で計算せざるをえないが、その場合でも小気泡上昇速度を定性的に妥当に予測できなければ、流路内ボイド率分布などの予測精度を低下させてしまう。ここでは、密閉容器に満たされた静止水中を上昇する単一気泡の計算を、 d^* をパラメーターとして実施し、気泡終端上昇速度予測精度を調べた。気泡直径は $d_e = 2, 3, 4$ mm の 3 条件とした。容器サイズは、 x, y, z 方向に $3d_e, 3d_e, 14d_e$ とした。ただし、気泡は容器の水平断面中央を鉛直上方向に直線的に上昇すると仮定し、対称境界を用いて容器全体の 1/4 のみを計算対象とした (図 8)。したがって、実際の計算領域は $1.5d_e \times 1.5d_e \times 14d_e$ である。計算セル幅は $\Delta x = \Delta y = \Delta z$ で一様とした。また、以下全ての計算

Fig. 9 Terminal rising velocity for different d^*

Fig. 10 Single bubble in a linear shear flow

で時間刻み幅 Δt は 0.01 msec とした。

図 9 に終端上昇速度 V_T の計算結果を示す。ただし、 $d^* = 24$ の計算値を用いて規格化している。全ての気泡径条件において、 $d^* = 16, 20$ で計算した値は $d^* = 24$ の結果とほぼ等しい。 $d^* = 12$ セルの場合でも $d^* = 24$ の解との差は数%である。低分解能の場合、 $d_e = 2$ mm の結果が最も誤差が大きいが、 $d^* = 6$ でも $d^* = 24$ の結果に対して誤差は 20% 程度である。より低い分解能の $d^* = 4$ でも、気泡内部や後流領域のセル数は非常に少ないにもかかわらず、誤差は 30% 未満に収まっている。

以上の結果から、本体積追跡法は、低空間分解能で計算せざるをえない小気泡が存在する場合でも、気泡終端上昇速度予測精度を大きく低下させないことを確認した。

3.2 セン断流中気泡に働く揚力 気泡に働く揚力 F_L は次式で与えられる⁽¹⁶⁾。

$$F_L = -C_L \rho_L \frac{\pi d_e^3}{6} (V_B - V_L) \times \nabla \times V_L \quad (15)$$

Table 2 Conditions for bubbles in shear flows

Case	d_e (mm)	Eo	$(\partial w_L / \partial x)_{z=0}$ (1/s)
A	2	1.56	200
B	3	3.51	150
C	4	6.24	100

ここで、 C_L は揚力係数、 V_B は気泡速度、 V_L は液相速度である。一様せん断流中気泡の C_L はあるエトベス数 Eo_C を境にその符号が切り替わり、その近傍では Eo の増加に伴って単調減少することが実験的に確認されている⁽¹⁷⁾。大小様々な気泡を含む気泡流のボイド率分布を良好に予測するためには、低空間分解能でも C_L のエトベス数依存性を少なくとも定性的に妥当に予測する必要がある。本計算では、せん断流中気泡の C_L がエトベス数増加に伴い減少し、その符号が切り替わることを低空間分解能計算でも予測可能か調べた。

図 10 に計算体系を示す。計算領域は x, y, z 方向に $6d_e, 4d_e, 40d_e$ とした。 x 軸に垂直な境界の一方はすべり無し壁、他方は速度 w_{wall} で z 方向に移動する移動壁、上側境界は自由流出とした。下部境界には一様せん断速度分布を液相に与えた。 y 軸に垂直な境界はすべり壁とした。表 2 に示す 3 条件を計算した。表中 $(\partial w_L / \partial x)_{z=0}$ は下部境界における x 方向液相速度勾配であり、次式で表わされる。

$$\left(\frac{\partial w_L}{\partial x} \right)_{z=0} = \frac{w_{wall}}{L_x} \quad (16)$$

ここで、 L_x は x 方向の計算領域の幅である。

図 11 に気泡運動の計算結果を示す。 Eo が最も小さい Case A では、Case B, C の結果に比べて気泡の変形が小さく、気泡は左側の固定壁に向かって移動している。一方、Case B, C では変形が大きく、気泡重心は右側の移動壁に向かって移動している。 C_L の値は、仮想質量力、抗力、揚力を考慮した気泡の運動方程式に、気泡重心位置の時間変化を代入して算出できる⁽¹⁸⁾。本計算で得た C_L を図 12 に示す。 C_L は、 $Eo = 1.56$ では正であるが、 Eo の増加に伴い減少し負の値となっている。

本計算結果より、本体積追跡法は低空間分解能でもせん断流中気泡の揚力係数のエトベス数依存性を定性的に正しく予測できることを確認した。

3.3 障害物周りを通過する気泡 燃料集合体内燃料棒支持格子位置では流路が狭くなり、液相速度勾配が局所的に強くなる。支持格子位置を通過する気泡は、液相速度勾配の急激な変化により大変形すると考えられる。そのような場合でも大きな計算精度低下が

Fig. 11 Shapes of bubbles rising through shear flows

Fig. 12 Predicted lift coefficient C_L

起こらないためには、シャープな界面および気泡体積を維持することが重要である。ここでは、せん断流中に障害物を設置して支持格子による流路閉塞を模擬し、速度勾配の急激な変化を伴うせん断流中の気泡を低空間分解能で計算した。

図 13 に計算体系を示す。流路幅および移動壁速度は、現行の BWR 燃料集合体の水力等価直径および平均液流速が各々約 12 mm, 2 m/s であることを考慮して設定した。計算に用いたセル数は、幅 12 mm, 奥行き 12 mm, 高さ 48 mm に対して各々 36, 36, 120 セルである。計算セル幅は、 $\Delta x = \Delta y = 1/3$ mm, $\Delta z = 0.4$ mm となる。各境界条件は 3.2 節における条件と同様とした。ただし、本計算では移動壁の速度は $w_{wall} = 1.6$ m/s である。本計算条件では、下部境界における液相速度勾配 $(\partial w_L / \partial x)_{z=0}$ は 133 1/s である。障害物は計算領域の

Fig. 13 Computational domain

(a) scheme using Eqs.(8)-(10)

(b) Donor-Acceptor scheme

Fig. 14 Motion of bubbles in shear flow

Fig. 15 Distribution of α around a bubble

中ほどに設置した。計算開始時 ($t = 0$ msec) に、 $d_e = 2$ mm の球形気泡を 10 個配置した (図 14)。気泡の球等価直径あたりに与えたセル数 d^* は 6 セルである。

図 14(a) に気泡挙動を示す。球形気泡がせん断流により変形しながら上昇している様子が確認できる。障害物よりも上流に設置された気泡は大きく変形しながら障害物を避けて上昇した。気泡が計算領域から流出しはじめる直前の $t = 14$ msec において気泡体積誤差は 0.17% であった。図 14(a) 中の気泡 A の形状および気泡周囲の体積率分布を図 15 に示す。障害物周囲のせん断流により気泡が大きく変形しても体積率は拡散せず、シャープな界面を維持できていることがわかる。図 14(b) に、DA 法を用いて同様の計算を行った結果を示す。DA 法を用いた場合、気泡が障害物との衝突を避けて変形しながら上昇する際に体積率が拡散し、多数の小さな気相領域が流路内に発生している。これらの気相領域はもはや気泡として扱えず、計算精度低下を引き起こす原因となる。また、体積誤差は $t = 14$ msec において 4.74% であり、図 14(a) の計算に比べて大きい値であった。

本計算結果から、既報で提案した体積追跡法によれば、液相速度勾配の急激な変化を伴うせん断流中気泡の低空間分解能計算において、界面のぼやけや体積誤差に起因する計算精度低下が生じないことを確認した。

4. 結 論

本研究では、著者らが提案した体積追跡法により、気泡直径当り 6 セル程度の低空間分解能で気泡運動を定性的に妥当に予測できるか否かを検証した。その結果、気泡終端上昇速度および横方向運動を定性的に妥当に予測できることを確認した。また、液相速度勾配の急激な変化により気泡が大変形する場合でも、シャープな界面および気泡体積を良好に維持できることを確認した。以上、著者らが提案した体積追跡法によれば、低空間分解能でも定性的に良好な気泡計算を行えることを確認した。

文 献

- (1) Hirt, C. W. and Nichols, D. B., Volume of Fluid Method for the Dynamics of Free Boundaries, *Journal of Computational Physics*, Vol.39 (1981), pp. 201-225.
- (2) Sou, A., Hayashi, K. and Nakajima, T., Evaluation of Volume Tracking Algorithms for Gas-Liquid Two-Phase Flows, on CD-ROM of ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting, FEDSM2003-45164 (2003).
- (3) Youngs, D. L., Time-Dependent Multi-Material Flow with Large Fluid Distortion, *Numerical Methods for Fluid Dynamics*, Academic Press, (1982), pp. 27-39.
- (4) Ashgriz, N. and Poo, J. Y., FLAIR: Flux Line-Segment Model for Advection and Interface Reconstruction, *Journal of Computational Physics*, Vol.93 (1991), pp. 449-468.
- (5) Rider, W. J. and Kothe, D. B., Reconstructing Volume Tracking, *Journal of Computational Physics*, Vol.141 (1998), pp. 112-152.
- (6) Sou, A., Hayashi, K. and Tomiyama, A., A Volume Tracking Method for Multi-Phase Flow Simulation, *Transaction of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series B*, Vol.70, No.698 (2004), pp. 2538-2544.
- (7) Hayashi, K., Sou, A. and Tomiyama, A., A Volume Tracking Method Based on Advanced Subgrid Counting Algorithm, on CD-ROM of ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting, FEDSM2005-77396 (2005).
- (8) Yoshida, H., Ose, Y., Kureta, M., Nagayoshi, T., Takase, K. and Akimoto, H., Investigation of Water-Vapor Two-Phase Flow Characteristics in a Tight-Lattice Core by Large-Scale Numerical Simulation (IV), *Transaction of Atomic Energy Society of Japan*, Vol.4, No.2 (2005), pp. 106-114.
- (9) Yoshida, H., Nagayoshi, T., Ose, Y., Takase, K. and Akimoto, H., Investigation of Water-Vapor Two-Phase Flow Characteristics in a Tight-Lattice Core by Large-Scale Numerical Simulation (I), *Transaction of Atomic Energy Society of Japan*, Vol.3, No.3 (2004), pp. 233-241.
- (10) Tomiyama, A., Nakahara, Y., Adachi, Y. and Hosokawa, S., Shapes and Rising Velocities of Single Bubbles rising

- through an Inner Subchannel, *Journal of Nuclear Science and Technology*, Vol.40, No.3 (2003), pp. 136-142.
- (11) Scardovelli, R. and Zaleski, S., Direct Numerical Simulation of Free-Surface and Interfacial Flow, *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol.31 (1999), pp. 567-603.
 - (12) Brackbill, J. U., Kothe, D. B. and Zemach, C., A Continuum Method for Modeling Surface Tension, *Journal of Computational Physics*, Vol.100 (1992), pp. 335-354.
 - (13) Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T. and Flannery, B. P., *Numerical Recipes in Fortran*, Cambridge, (1986), pp. 352-355.
 - (14) Martin, J. C. and Moyce, W. J., An Experimental Study of the Collapse of Liquid Columns on a Rigid Horizontal Plane, *Philosophical Transactions of the Royal Society, Series A*, Vol.244 (1952), pp. 312-324.
 - (15) W. Myint, Tomiyama, A. and Hosokawa, S., Terminal Velocities of Single Drops in Stagnant Liquids, on *CD-ROM of JSFM Annual Meeting*, AM-05-24-010, (2005).
 - (16) Auton, T. R., The Lift Force on a Spherical Body in a Rotational Flow, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.183 (1987), pp. 199-218.
 - (17) Tomiyama, A., Drag, Lift and Virtual Mass Forces Acting on a Single Bubble, on *CD-ROM of 3rd International Symposium on Two-Phase Flow Modeling and Experimentation*, (2004).
 - (18) Tomiyama, A., Tamai, H., Zun, I. and Hosokawa, S., Transverse Migration of Single Bubbles in Simple Shear Flows, *Chemical Engineering Science*, Vol.57, No.11 (2002), pp. 1849-1858.